TRATTATO

TEORICO E PRATICO

DELL'ARTE

DI EDIFICARE

DI

G. RONDELET

TRATTATO

TEORICO E PRATICO

DELL'ARTE

DI EDIFICARE

DI

GIOVANNI RONDELET

Architetto, Cavaliere della Legione d'onore; Membro dell'Istituto di Francia; Membro onorario del Comitato consultivo delle fabbriche della Corona; Ispettore generale onorario dei Lavori pubblici, e Membro onorario del Consiglio dei Fabbricati civili presso il Ministro dell'Interno; Professore emerito di Costruzione alla Scuola Reale di Belle Arti; Socio dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Lione; Membro onorario dell'Accademia di S. Luca a Roma; Socio libero dell'Accademia Imperiale di Pietroburgo e di molte altre dotte Società.

PRIMA TRADUZIONE

ITALIANA

SU LA SESTA EDIZIONE ORIGINALE

CON NOTE E GIUNTE IMPORTANTISSIME

PER CURA

DI BASILIO SORESINA

SECONDA EDIZIONE

TOMO IV.

MANTOVA

A SPESE DELLA SOCIETA' EDITRICE

MDCCCXXXIV

TRATTATO
DELL' ARTE
DI EDIFICARE

LIBRO NONO
TEORIA DELLE COSTRUZIONI

Nei precedenti libri abbiamo partitamente considerato le varie nature delle costruzioni sotto l' aspetto materiale dell'arte; tratteremo ora della scienza che ha per oggetto il determinare le forme e le dimensioni che si debbono dare alle diverse parti degli edifici, onde assicurarne la solidità, e questa scienza costituisce la TEORIA DELLE COSTRUZIONI.

La maggior parte degli autori che hanno parlato della teoria e della pratica dell' arte di edificare le hanno considerate indipendentemente l' una dall'altra. Gli uni per far valere la teoria si compiacquero di presentare la pratica siccome una cieca manualità che opera per sola imitazione senza principj e senza ragionamenti; gli altri all' opposto non trovano nella teoria che astratti raziocinj, l' applicazione de' quali ben lungi dall' essere di molta utilità nelle arti, diviene anzi spesso la sorgente d' inevitabili errori per quelli che la prendono per guida. Ma questi due estremi non esistono, perocchè non si trova alcuno de' pratici meno istrutti che sia limitato assolutamente ad una servile imitazione, tanto più che nell' arte di edificare non s' incontrano quasi mai de'casi simili in tutto, sia per la forma, sia per la disposizione, o sia per le diverse qualità de' materiali.

In quanto agli errori che possono risultare da una cieca confidenza nella teoria, ci limiteremo a far osservare che la maggior parte dei dotti

che si sono occupati di quistioni relative all'arte di edificare, per rendere più generali le loro formole, hanno fatta astrazione dai processi dell'arte e dalla qualità de' materiali. Credettero poter supplire con ipotesi più o meno probabili; ma è evidente che malgrado la matematica esattezza delle loro operazioni, il risultato è sempre condizionale, vale a dire, che non si approssima al vero se non in quanto le loro ipotesi sono più o meno fondate. Soltanto ammettendo i fatti invece delle ipotesi, e coll'aver riguardo alle circostanze che precisano lo stato della quistione, si possono ottenere risultamenti da farne conto.

Perciò nell'arte di edificare, i risultati teorici debbono essere considerati come soluzioni condizionali sempre subordinate alle circostanze materiali delle costruzioni.

La più giusta idea che si possa formare della teoria risulta dalla stessa definizione della parola; ond'è che ora ne faremo conoscere l'origine e spiegheremo il senso che ad essa si deve dare.

La parola teoria viene dal greco *Θεωρία*, che Vitruvio traduce colla voce *ratiocinatio*, il cui senso, a suo avviso, si applica assai più all'arte che alla scienza. Questa parola potrebbe tradursi *ragionamento*; ma nondimeno si può dire che il ragionamento è il mezzo di cui si serve la teoria per far conoscere il risultato delle sue osservazioni, ed il vero significato di *θεωρία* è contemplazione, meditazione profonda.

Secondo questa definizione il primo oggetto della teoria dev' essere l'osservazione: in fatto per poter ragionare con aggiustatezza sovra una materia qualunque e giudicarna acconciamente fa d'uopo prima di tutto conoscerla bene; ma questa conoscenza dipende da molte altre che è difficile riunire. Omettendo questa digressione che non riesce di certa utilità, considererò in questo trattato soltanto la parte di teoria che si riferisce alla costruzione. L'oggetto di questo ramo essenziale dell'arte di edificare è quello di coordinare tutto l'edificio rapporto alla solidità; di esaminare i mezzi di esecuzione e di economia, avuto riguardo alla specie dei materiali; e di ricercare quali sono le naturali proprietà di essi, e ciò che divengono secondo il modo di metterli in opera.

Se il calcolo, la geometria e la meccanica sono indispensabili all'analisi profonda delle diverse quistioni che in tal caso si presentano all'architetto, pure non costituiscono da sole la teoria; ma dall'esattezza di cui sono capaci sorge un appoggio al raziocinio con cui si giugne a determinare le resistenze o gli sforzi risultanti dalla combinazione delle parti di un edificio.

Possono quelle scienze col sussidio di sperimenti esatti presi per base di ogni calcolo, contribuire di molto ai progressi dell'arte di edificare, facilitando all'architetto i mezzi di giudicare anticipatamente il risultato di certe difficili operazioni; ma per eseguire utilmente tali applicazioni, fa d'uopo inoltre che conosca i processi delle arti ed i mezzi ingegnosi da esse impiegati ne' casi straordinarj.

Molte cose nell'arte di edificare non possono essere conosciute che per esperienza; difatti, i principj di matematica e di calcolo applicati in modo conveniente, possono ben far conoscere la stabilità, lo sforzo o la resistenza delle parti di un edificio relativamente al peso ed alla forma di essi; ma non possono da sè soli determinare il grado di stabilità, di forza o di resistenza che costituisce la solidità di tutto l'insieme di tali parti, avuto riguardo alla posizione di esse, al modo onde sono costrutte, ed al suolo su cui sono stabilite; perocchè facendo astrazione da tali circostanze, si dimostrerebbe che un muro isolato e verticale potrebbe essere eretto ad un'altezza infinita, qualunque fosse il rapporto della larghezza della base con tale altezza; cioè, potrebbe avere, per esempio, un'elevazione maggiore di cento volte la sua grossezza inferiore. Frattanto l'esperienza dimostra che la sua maggiore altezza non può essere più di dodici in quindici volte tale grossezza, e che i muri isolati più alti sono rovesciati dal più picciolo abbassamento prodotto dalla costruzione di essi o dal suolo su cui sono edificati.

Per mettere il lettore alla portata di seguire con profitto la soluzione dei problemi diversi relativi alle difficoltà delle costruzioni, abbiamo giudicato necessario esporre succintamente i principj di meccanica, ne' quali si fondano i risultamenti della teoria. Acquistata che sia tal cognizione, i varj problemi dell'arte di edificare risolvendosi colla maggiore facilità, perverremo con metodi semplici a determinare le regole relative alla forza, ed alla stabilità dei muri e dei punti d'appoggio. Troveremo la soluzione di quistioni importanti sulla spinta delle terre e sulla resistenza dei muri di rivestimento, e ci troveremo in fine portati alle più elevate considerazioni della dottrina delle vôlte.

SEZIONE PRIMA

PRINCIPJ DI MECCANICA

CAPO PRIMO

DEL PARALLELOGRAMMO DELLE FORZE.

La meccanica è una parte delle matematiche la quale ha per oggetto le leggi dell' equilibrio e del moto dei corpi, sia per le forze che li spingono, sia per la loro posizione, od anche in fine per le forze naturali del peso. Abbiamo già parlato di questa proprietà generale dei corpi nel Capo secondo del Libro II, Tomo II. Si è detto che un solido qualunque sospeso ad un filo abbastanza forte per sostenerlo, tende esso filo secondo una direzione verticale o perpendicolare all' orizzonte.

Aggiugneremo che la direzione di questo filo può essere distratto da un altro che tragga il corpo perpendicolarmente od obbliquamente a questa direzione, figure 1, 2 e 3, Tavola CLXVI.

Allorquando un corpo sospeso ad un filo è allontanato dalla direzione verticale da un altro filo o potenza orizzontale D E, figura 1, questa potenza non può aumentare nè diminuire lo sforzo del peso d' un corpo, ma è facile concepire che il primo filo, prendendo la direzione A D, avrà a sostenere, oltre il peso del corpo, lo sforzo della potenza che lo allontana dalla direzione verticale A B.

Se si prolunga la direzione della potenza orizzontale fino all' incontro della verticale che seguirebbe il primo filo se non fosse disturbato dal secondo, si avrà un triangolo A D B i cui lati esprimeranno il rapporto del peso collo sforzo de' due fili nel caso d' equilibrio; vale a dire che prendendo A B per l' espressione del peso, A D esprimerà lo sforzo del filo attaccato al punto A, e B D quello della potenza orizzontale che allontana il corpo della verticale A B.

Si possono anche conoscere questi sforzi diversi portando sulla verticale D H una grandezza qualunque D F per rappresentare il peso del corpo. Se dal punto F si conducono le parallele F I, F G alla direzione dei fili, i loro sforzi saranno indicati dalle linee I D D G in guisa che i tre lati dal triangolo D G F, simile al triangolo A D B, esprimeranno il rapporto del peso colle due potenze applicate ai fili.

Supponendo il peso di 30 libbre, se con una scala di parti eguali si portano 30 parti da D in F, si troverà D G di 21 libbre per lo sforzo della potenza orizzontale D E, e 35 per lo sforzo obliquo I D.

Se il peso in luogo di 30 libbre fosse di 100, si troverebbe il valore delle potenze D G e I D, per le proporzioni $30 : 21 :: 100 : x$; ove x indica lo sforzo D G, ed il valore dato da questa proporzione è

$$x = \frac{21 \times 100}{30} = 70$$

e la seconda proporzione $30 : 35 :: 100 : y$, ove y indica lo sforzo I D, il di cui valore sarà

$$y = \frac{35 \times 100}{30} = 116\tfrac{2}{3}.$$

Allorquando si conosce il valore dell' angolo A D H formato dall' obliqua A D insieme alla verticale D H, si può trovare il medesimo risultato prendendo D F per seno totale; allora I F D G diviene la tangente che si trova in questo caso di 35 gradi, e I D la secante, il che dà

D F : D I : I F :: sen. tot. :: tang. 35° : sec. 35°.

Se si prende I D per seno totale, si avrà

I D : I F : E D : sen. tot. :: tang. 35° : sen. 55°.

Fa duopo osservare, che mediante l' operazione da noi testè indicata si forma una figura D I F G, alla quale si dà il nome di parallelogrammo delle forze; perchè la diagonale D F può sempre esprimere una potenza mista suscettibile di fare equilibrio con due altre F I, F G rappresentate da due de' suoi lati contigui I F, F G, o supplirle.

In luogo di due potenze che traggano il corpo, se ne possono supporre due altre che agiscano, spingendo da E in D e da A in D, figura 4. Se si prende la verticale D F per esprimere il peso, e si conducono, come sopra, le parallele F G ed F I alle direzioni delle potenze, le parti G D e D I del parallelogrammo D G F I esprimeranno le forze con le quali queste potenze agiranno relativamente a D F per sostenere il corpo; siccome F I = G D, il peso e le due potenze che lo

sostengono potranno essere rappresentati nel caso d' equilibrio, dai tre lati del triangolo rettangolo D F I; in modo che se si indica il peso del corpo con H, la potenza che spinge da G in D con E, e quella che agisce da I in D, con P, si avrà la proporzione H : E : P : : D F : F I : I D; oppure, se si prende D F per seno totale, come questo seno sta alla tangente dell' angolo F D I ed alla sua secante.

Quando il corpo sospeso è scostato della direzione verticale da una potenza C B più elevata che non il corpo, figura 2, ne risulta che le potenze oblique A B e B C sosterranno, indipendentemente dagli sforzi laterali, ciascuna una parte del peso di questo corpo.

Per trovare il rapporto di queste parti col peso totale, si porterà sulla verticale elevata dal centro del corpo B una grandezza qualunque B D per esprimere il suo peso e se ne formerà il parallelogrammo D E B F, i cui lati E B, B F, esprimeranno gli sforzi obliqui delle potenze A e C. Queste linee potendo essere considerate come le diagonali dei parallelogrammi rettangoli L E I B, B H F M, si decomporranno ciascuna in due forze, delle quali una verticale sostiene il corpo, e l'altra orizzontale lo allontana dalle verticali A O, C E. Così, I B esprimerà lo sforzo verticale o la parte del peso cui sostiene la potenza E B, e H B quella sostenuta dall'altra potenza B F: siccome questi due sforzi agiscono nel medesimo senso devono sommarsi, e la loro somma deve rappresentare il peso D B. Infatti I B essendo eguale ad H D ne risulta che B H + B I = B I + I D. In quanto agli sforzi orizzontali indicati da L B e B M, siccome sono eguali e direttamente opposti, si distruggono.

Consegue da ciò che si è detto, che tutti gli sforzi obliqui possono decomporsi in due altri, uno verticale e l' altro orizzontale, prendendo la loro direzione per diagonale d' un parallelogrammo rettangolo.

Circa al loro rapporto e valore si troveranno facilmente per mezzo d'una scala, se la figura è tracciata esattamente, o col calcolo trigonometrico, se si conoscono gli angoli A B D, D B C, formati dalle direzioni A B, B C colla verticale B D, prendendo successivamente per seno totale le diagonali B D, B E e B F.

Nella figura 5, il corpo, invece d'essere sospeso a due fili che agiscono tirando, è sostenuto dalle potenze che si considerano agire spingendo; ma siccome questa disposizione in nulla cangia il sistema delle potenze, si può applicare a questa figura tutto ciò che si è detto per la precedente. Non v'è altra differenza se non che il parallelogrammo delle forze si trova al di sotto

del peso, invece d'essere al di sopra. Parimente ID+IB=BD, esprime la somma degli sforzi verticali che sostengono il peso, ed MB e BL, gli sforzi orizzontali che si distruggono agendo in senso contrario.

Nelle due figure precedenti, la direzione delle potenze che agiscono tirando o spingendo, per sostenere il peso, forma un angolo acuto; in quelle rappresentate dalle figure 3 e 6, le direzioni formano un angolo ottuso, d'onde risulta che nella figura 3 la potenza C tirando per allontanare il peso B dalla verticale A G, invece di contribuire a sostenere il peso B, aumenta il suo sforzo tendendo ad agire nella medesima direzione. Per conoscere questo aumento di sforzo bisogna fare sopra B D, figure 3 e 6, che rappresenta l'azione verticale del peso, il parallelogrammo B A D F; per determinare le forze oblique B A, B F si prenderanno poscia questi lati per diagonali de' due rettangoli L A I B, B H F M i cui lati B I, B H esprimeranno gli sforzi verticali, ed L B e B M gli sforzi orizzontali.

Devesi rimarcare che nella figura 3, la potenza A B agendo di basso in alto, il suo sforzo verticale è più grande del peso per una quantità I D che serve a compensare la parte B H che l'altra potenza B F aggiugne al peso tirando dall'alto in basso. Del pari lo sforzo verticale della potenza B E, figura 6, che spinge dal basso in alto, supera l'espressione B D del peso della quantità D I, per contrappesare lo sforzo B H dell'altra potenza B F che agisce dall'alto al basso, in guisa che nei due casi non rimane che B D per lo sforzo verticale del peso. Quanto agli sforzi orizzontali L B e B M, è chiaro che essendo eguali e direttamente opposti nelle due figure, si distruggono.

Per la medesima ragione che si può decomporre una potenza in due altre, si possono riunire due potenze in una sola, prendendo per sua espressione la diagonale del parallelogrammo di cui queste potenze formeranno due lati contigui. È evidente però che qualunque sia il numero delle forze che agiscono su un punto, si possono ridurre in una sola. Basta perciò cercar parzialmente la risultante di queste forze prese a due a due e combinare poi queste risultanti parziali a due a due finchè si sieno ottenute due risultanti principali che si ridurranno ad una sola come abbiamo veduto. Per tal modo si troverà che P Y, figura 7, è la risultante delle forze P A, P B, P C, e P D che tutte agiscono sul punto P.

Questa riduzione è utile sovente nell'arte di edificare per opporre una sola potenza a molte altre che agiscono in sensi diversi e concorrono ad uno stesso punto.

CAPO SECONDO

DELLE LEVE

Le leve sono barre mobili intorno ad un appoggio, coll'ajuto delle quali si può elevare un peso o equilibrarlo. Le differenti posizioni che il peso e la potenza possono avere riguardo all'appoggio, hanno fatto distinguere tre specie di leve.

Nelle leve della prima specie, come quella rappresentata dalla figura 8, l'appoggio O è tra la potenza P e il peso Q.

La leva della seconda specie, figura 9, è quella ove il peso Q è situato fra l'appoggio O e la potenza P. Conviene notare che in questa posizione il peso e la potenza agiscono in senso contrario.

Nella leva della terza specie, figura 10, la potenza P è situata fra il peso e l'appoggio; e la potenza ed il peso agiscono in senso contrario.

Riguardando l'appoggio di queste tre specie di leve come una terza potenza che fa equilibrio colle due altre, vi sono due casi da considerare: 1.° Quello ove la direzione del peso e della potenza concorreno ad un punto R, figura 11; 2.° Quello ove son parallele.

Nel primo caso, se dal punto d'appoggio O si conducono delle parallele a queste due direzioni per formare il parallelogrammo $OmRn$, figure 11 e 12, il rapporto di questi tre sforzi, cioè la potenza, il peso e l'appoggio, sarà come i tre lati del triangolo OmR o del suo eguale OnR: così si avrà $P:Q::R::mR::Rn:OR$; e siccome i lati d'un triangolo stanno fra loro come i seni degli angoli opposti, si avrà, prendendo OR per seno totale,

$$P:Q::sen.\,ORn:sen.\,ORm,$$

e se si abbassano dal punto O le due perpendicolari Od, Of, sulle direzioni RQ, RP, si avrà

$$sen.\,ORn:sen.\,ORm::Od:Of,$$

da queste due proporzioni si dedurrà

$$P:Q::Od:Of,\ \text{d'onde}\ P\times Of=Q\times Od.$$

Quest'ultima espressione dà dei prodotti eguali che si chiamano *momenti*

o energia della potenza, rapporto al punto d'appoggio O. Questa proprietà è la medesima per le leve rette e per le angolari; figure 11 e 12.

E siccome questo rapporto sussiste, qualunque sia la grandezza degli angoli mRO e ORn delle direzioni RQ, RP con RO, ne risulta che se essa va a zero, queste direzioni diverrebbero parallele senza che si cangi rapporto; d'onde ne risulta questo principio o teorema generale dimostrato in tutti i trattati di meccanica: *due potenze applicate ad una leva retta o angolare per fare equilibrio debbono essere in ragione inversa delle perpendicolari abbassate dal punto d'appoggio sulla loro direzione*; o, in altri termini: *Perchè due potenze applicate ad una leva retta o angolare facciano equilibrio, fa d'uopo che i momenti di queste forze, rapporto al punto d'appoggio, sieno eguali.*

Poichè per l'equilibrio della leva basta produrre momenti eguali, ne risulta che se si è in libertà d'aumentare o diminuire la potenza, si può collocarla alla distanza che si vorrà dal punto d'appoggio, o cangiarla senza distruggere l'equilibrio. Ciò risulta dalla formola $P \times Of = Q \times Od$ da cui si deduce $Of = \frac{Q \times Od}{P}$. Si determinerà adunque facilmente una distanza Of tale che applicandovi la forza conosciuta P questa forza faccia equilibrio col peso Q applicato alla distanza Od.

È evidente d'altronde che basta conoscere queste perpendicolari Of, Od; perchè la conoscenza dei lati Oa e Ob che sono i veri bracci di leva, si deduce dai triangoli Ofb, Oda di cui fanno parte.

Supponiamo adunque due leve, figure 13 e 14, una delle quali retta e l'altra angolare e che il peso Q sia di 100 libbre, il braccio di leva DE di 6 piedi; il suo momento sarà 600. Ciò posto se si vuol conoscere qual debba essere la distanza Of perchè applicandovi un peso di 60 libbre, questo peso faccia equilibrio col primo, avremo

$$Of = \frac{Q \times Od}{P} = \frac{600}{60} = 10$$

dunque la distanza cercata sarà 10 piedi.

Reciprocamente se si vuol conoscere qual debba essere lo sforzo d'una potenza P applicata al punto C dell'altro braccio di leva ad una distanza conosciuta dal punto d'appoggio e segnata da Of, per fare equilibrio al peso Q collocato alla distanza Of, si avrà la formola $P = \frac{Q \times Od}{Of}$; se applichiamo a questa formola i numeri presi nell'esempio precedente

si tratterà di trovare una potenza che situata ad una distanza di 10 piedi dal punto d'appoggio faccia equilibrio con un peso di 100 libbre all'estremità d'un braccio di leva di sei piedi. Per tradurre la nostra formola converrà allora dividere 600 per 10 ed il quoziente 60 indicherà lo sforzo col quale deve agire questa potenza. Se invece di collocarla in C si volesse porla in B, distante 12 piedi dal punto d'appoggio, il suo sforzo sarebbe $\frac{600}{12} = 50$, e finalmente se si volesse trasportarla ad un punto distante 15 piedi dall' appoggio, il suo sforzo sarebbe $\frac{600}{15} = 40$: così per trasportare una potenza ad un punto più o meno lontano dall'appoggio fa duopo dividere il momento del peso cui deve sostenere per la distanza del punto d'appoggio presa perpendicolarmente alla sua direzione.

CAPO TERZO

DEL CENTRO DI GRAVITÀ

Abbiamo già parlato del centro di gravità al principio del Libro II, Tomo II, trattandosi della stabilità. Abbiamo detto che non solo i corpi interi tendono per il loro peso a seguire una direzione verticale, ma ancora tutte le parti di cui essi sono composti; in guisa che se si sospende un corpo d'una forma qualunque, per mezzo d'un filo, esso prende una situazione tale che il prolungamento di questo filo nell' interno del corpo formerebbe un asse intorno cui tutte le sue parti si sosterrebbero in equilibrio. Ogniqualvolta si cangia il punto di sospensione del corpo, la direzione del filo prolungato dà un nuovo asse d' equilibrio; ma fa duopo notare, che tutti questi assi si tagliano in uno stesso punto, situato al centro della massa del corpo, allorquando è composto di parti omogenee, e qualche volta nel di fuori come nei pezzi che hanno molta curvatura; questo punto è il centro di gravità.

Egli è facile vedere dopo ciò che si è detto del centro di gravità che basta, acciò un corpo solido si mantenga in quiete, che il suo centro di gravità sia sostenuto da una potenza verticale eguale alla risultante di tutte le forze che lo sollecitano, ma agendo in senso contrario; così nelle figure 2 e 5, il peso sostenuto dalle potenze AB e BC che tirano o spingono, sarà egualmente sostenuto da una potenza verticale rappresentata dalla diagonale DB del parallelogrammo che esprime la risultante di queste forze.

La conoscenza dei centri di gravità è indispensabile per valutare le resistenze, gli sforzi e il grado di stabilità d'una parte d'edificio.

Si danno circostanze in cui si può fare astrazione dalla figura dei corpi, specialmente quando non agiscono che per il loro peso, supponendo che si trovi riunito al centro di gravità. Si può ancora, per semplificare le operazioni, sostituire una potenza ad un peso o ad un'altra potenza.

Daremo ora le regole più facili per determinare il centro di gravità delle linee, delle superficie e dei solidi supponendoli composti di parti pesanti ed omogenee.

Del centro di gravità delle linee.

Si può concepire una linea retta composta d'un infinità di punti egualmente pesanti, situati nella medesima direzione; dietro questa definizione, è evidente che se si sospende per il mezzo, le due parti essendo composte dello stesso numero di punti eguali e posti a distanza eguale dal punto di sospensione debbono necessariamente fare equilibrio: d'onde risulta che il centro di gravità d'una linea retta sta nel mezzo della sua lunghezza.

I punti d'una linea curva non essendo in una stessa direzione il centro del suo volume non può essere lo stesso che il suo centro di gravità; cioè una curva sospesa per mezzo non può sostenersi in equilibrio che in due situazioni opposte, una quando le braccia della curva sono verso il basso e l'altra quando sono volte all'insù; in modo che la curva si trovi in un piano verticale.

Se questa curva è un arco di cerchio ADB, figura 15, è facile vedere che a cagione dell'uniformità della sua curvatura, il suo centro di gravità deve trovarsi in una linea retta DC condotta dal centro C al mezzo D; inoltre se si conduce la corda AB, il centro di gravità deve trovarsi entro i punti D ed E.

Supponiamo che per tutti i punti della linea DE, si conducano delle parallele alla corda AB, terminanti alla curva, e si concepisca che ciascuna di queste linee porti alle sue estremità le parti delle curve corrispondenti, la linea DE si troverà caricata di tutti questi punti; e siccome le porzioni della curva che corrispondono a ciascuna parallela alla AB vanno aumentando a misura che si trovano più vicine a D, il centro di gravità G deve trovarsi più vicino al punto D che al punto E.

Per determinare la posizione di questo punto sul raggio CD, che divide l'arco in due parti eguali, converrà fare questa proporzione: la lunghezza sviluppata dell'arco ABD sta alla corda AB, come il raggio CD ad un quarto termine x, il cui valore sarà espresso da $\frac{AB \times CD}{ABC}$, cioè che per avere sul raggio DC la distanza CG dal centro di gravità al centro dell'arco del cerchio, fa d'uopo multiplicare la corda AB pel raggio CD, e dividere il prodotto pel contorno sviluppato dell'arco ABD.

Allorquando la circonferenza del cerchio è intiera, gli assi d'equilibrio essendo diametri, è evidente che la loro intersezione dà per centro di gravità il centro della curva. E lo stesso dicasi di tutte le curve intere e simmetriche che hanno un centro, e di tutti i sistemi di linee rette formanti poligoni regolari e simmetrici.

Del centro di gravità delle superficie.

Acciocchè le superficie possano avere un centro di gravità fa d'uopo, al pari delle linee, supporle materiali, cioè composte di parti solide, omogenee e pesanti.

Nelle superficie piane ed unite, il centro di gravità è lo stesso di quello del volume; così il centro di gravità G d'un quadrato, d'un rettangolo o d'un parallelogrammo è determinato dalla intersezione delle diagonali A D, B C, figure 16, 17 e 18.

Il centro di gravità d'un poligono regolare, composto di un numero pari o dispari di lati eguali, è lo stesso di quello d'un cerchio a cui potrebbe essere inscritto o circoscritto.

Per trovare il centro di gravità d'un triangolo qualunque, figura 18, fa d'uopo condurre dal mezzo di ciascuno de' suoi lati delle linee all' angolo opposto; il punto d'intersezione di queste linee sarà il centro di gravità cercato; perchè facendo per ciascun lato la supposizione che la superficie del triangolo sia composta di linee rette parallele a questo lato, le linee A E, B F e C D saranno assi d'equilibrio, la cui intersezione G deve dare il centro di gravità. Si troverà inoltre che questo punto è al terzo di ciascuno di questi assi, partendo dalla base, in guisa che basta condurne una sola e dividerla in tre parti eguali; il punto più vicino alla base sarà il centro di gravità del triangolo.

Per trovare il centro di gravità d'una superficie rettilinea irregolare qualunque, come il pentagono A B C D E, figura 20, si dividerà in tre triangoli A E D, A B C, A D C di cui si determineranno i centri di gravità F, G, H. Si condurranno poi due linee N O, O P, che formino un angolo retto nel quale si troverà situato il poligono. Si moltiplicherà poi la superficie di ciascun triangolo per la distanza del suo centro di gravità alla linea O N indicata da F*f*, G*g*, H*h*, e si dividerà la somma di questi prodotti per la superficie intiera del pentagono, il che darà una distanza media, per la quale si condurrà una parallela indefinita I K

ad ON; e facendo la stessa operazione rapporto alla linea OP, si avrà nna nuova distanza media per condurre nn'altra parallela LQ ad OP che taglierà la prima in un punto M, che sarà il centro di gravità del pentagono.

Il centro di gravità del settore di cerchio AEBC, figura 21, deve essere sul raggio CE che divide l' arco in due parti egnali; per determinare a quale distanza dal centro C dell' arco, questo punto G debbasi trovare, fa d' uopo moltiplicare il doppio del raggio CE per la corda AB, e dividere il prodotto pel triplo della circonferenza AEB. Il quoziente esprimerà la distanza CG dal centro di gravità del settore al centro della circonferenza AEB.

Per trovare il centro di gravità d'una parte di corona DAEBF, figura 22, compresa fra due circonferenze concentriche, fa d' uopo:

1.° Cercare il centro di gravità del gran settore AEBC e quello del picciolo DFG;

2.° Moltiplicare la snperficie di ciascuno di questi settori per la distanza del loro centro di gravità al centro comune C;

3.° Sottrarre il più picciolo prodotto dal più grande, e dividere il residuo per la superficie della parte di corona DAEBF; il quoziente darà la distanza del centro di gravità G al centro C.

Per determinare il centro di gravità d'un segmento AEB, figura 23, fa d'uopo togliere il prodotto della superficie del triangolo ABC, moltiplicata per la distanza del sno centro di gravità al centro C, dal prodotto della snperficie del settore per la distanza del suo centro di gravità G allo stesso pnnto C, e dividere il residuo per la snperficie AEB; il quoziente esprimerà la distanza del centro di gravità G del segmento al centro C, che si porterà snl raggio EC che divide questo segmento in due parti eguali.

I metodi che noi abbiamo indicati bastano per trovare il centro di gravità di tutte le specie di superficie piane, qualunque possa essere la loro figura; basta perciò dividerle in triangoli, in settori o segmenti, e operare, come si è detto, pel pentagono irregolare.

Del centro di gravità dei solidi.

Supporremo sempre che i solidi di cui qui si tratta sieno composti di parti omogenee, il di cui peso sia dappertutto eguale. Noi abbiamo distinto tutte le specie di solidi in due classi principali: cioè in solidi regolari ed in solidi irregolari.

I solidi regolari compresi nella prima classe possono essere considerati come composti d'elementi della medesima figura della loro base, posati gli uni sugli altri, di maniera che tutti i loro centri di gravità si trovino in una linea verticale che chiameremo asse retto. Così i parallelepipedi, i prismi, i cilindri, le piramidi, i coni, i conoidi, le sfere e gli sferoidi, hanno un asse retto sul quale si troverà il loro centro di gravità.

Ne' parallelepipedi, nei prismi, nei cilindri, nelle sfere, negli sferoidi, il centro di gravità è situato nel mezzo dell'asse retto, a motivo della similitudine e della simmetria delle loro parti egualmente distanti da questo punto.

Nelle piramidi e nei coni, figure 24 e 25, che diminuiscono dalla base fino alla sommità, il centro di gravità è situato al quarto dell'asse cominciando dalla base.

Nei paraboloïdi, che diminuiscono meno in causa della loro curvatura, il centro di gravità è situato al terzo dell'asse cominciando dalla base.

Per trovare il centro di gravità d'una piramide ovvero d'un cono tronco, figure 24 e 25, fa d'uopo: 1.° moltiplicare il cubo del cono intero, oppure della piramide per la distanza del suo centro di gravità al vertice; 2.° sottrarre da questo prodotto quello della parte M S R, che manca al cono o alla piramide troncata per la distanza del suo centro di gravità alla sommità; 3.° dividere il residuo pel cubo del cono o della piramide troncata; il quoziente sarà la distanza del centro di gravità G di queste parti di cono o di piramide troncati alla loro sommità.

Il centro di gravità d'un emisfero trovasi ai tre ottavi del raggio che forma la sua altezza, partendo dal centro.

Per trovare il centro di gravità d'un segmento di sfera, figura 26, fa d'uopo fare questa proporzione: il triplo d'un raggio, meno lo spessore del segmento, sta al diametro, meno i tre quarti della grossezza del segmento, come questa grossezza ad un quarto termine che esprimerà la distanza della sommità al suo centro di gravità situato sul raggio che gli serve di asse.

Così indicando il raggio con r, la grossezza del segmento con e, e la distanza che si cerca con x, si avrà, secondo M. De La Caille (1):

$$3r - e : 2r - \frac{3e}{4} :: e : x, \text{ che dà } x = \frac{8re - 3ee}{12r - 4e}.$$

(1) Lezioni Elementari di Meccanica.

Supponendo ora che il raggio sia di 7 piedi, e lo spessore del segmento di 3; si avrà $x = \frac{8 \times 7 \times 3 - 3 \times 9}{12 \times 7 - 3 \times 4}$ che dà, fatto i calcoli indicati $x = 1 + \frac{69}{72} = 1 + \frac{23}{24}$, che sarà la distanza della sommità di questo segmento al centro di gravità sul suo asse.

Per avere il centro di gravità d' una zona di sfera, figura 27, si opererà, come abbiamo testè spiegato, per le piramidi o pei coni tronchi; cioè, dopo aver trovato il centro di gravità del segmento levato, e di quello nel quale la zona è compresa, si moltiplicherà il cubo di ciascuno per la distanza del suo centro di gravità alla sommità A, e dopo aver sottratto il più picciolo prodotto dal maggiore, si dividerà il resto pel cubo della zona.

Così supponendo, come poc' anzi, che il raggio AC sia 7, che lo spessore della zona sia 2, e quello del segmento levato 1 e 1/2, si troverà la distanza del centro di gravità del segmento levato, colla formola $x = \frac{8re - 3ee}{4(3r - e)}$, che dà in questo caso $x = \frac{4 \times 2 \times 7 \times 1\frac{1}{2} - 3 \times 2\frac{1}{4}}{4(21 - 1\frac{1}{2})}$; e fatte le operazioni indicate, $x = \frac{103}{104}$, che sarà la distanza del centro di gravità alla sommità A; quello del centro di gravità del segmento nel quale trovasi compresa la zona, sarà per la stessa formola $x = \frac{8 \times 7 \times 3\frac{1}{2} - 3 \times 12\frac{1}{4}}{4(3 \times 7 - 3\frac{1}{2})}$, che fatti i calcoli dà $x = 2 + \frac{11}{40}$ per la distanza del suo centro di gravità al medesimo punto A.

Per non mandare il lettore agli elementi di geometria, indicheremo or ora il mezzo di trovare la solidità o il cubo d'un segmento e d'una zona di sfera.

I.°

Si dimostra in tutti gli elementi di geometria che la solidità della sfera è eguale al prodotto della sua superficie pel terzo del raggio; perchè essa può essere considerata come formata d'un'infinità di piramidi che hanno la loro base alla superficie, e la loro sommità al centro.

II.°

Una porzione di sfera come ABCD, figura 26, chiamata settore, presentando da una parte un segmento di sfera BAD e dell'altra un cono

di cui la sommità è al centro C, ha parimente per misura il prodotto della superficie B A D pel terzo del raggio A C o B C, perchè si suppone composto di piramidi terminanti al centro, e che hanno per base la superficie del segmento B A D.

III.°

E anche dimostrato che la superficie d'una sfera intiera è eguale al prodotto della circonferenza del suo circolo massimo pel suo diametro, e che quella di un segmento trovasi moltiplicando la circonferenza del circolo massimo per la freccia A I o A K che ne misura lo spessore. Applicheremo ciò che si è detto ad una zona di sfera, figura 27, di cui devesi trovare il centro di gravità; e primieramente pel grande segmento B A D, il cui spessore è supposto 3 e 1/2.

Il raggio essendo 7, il diametro 14, la circonferenza sarà 44, per cui la superficie di questo segmento sarà eguale a $44 \times 3\ 1/2 = 154$.

Quella del picciolo segmento sarà $44 \times 1\ 1/2$, che dà 66.

Il cubo del grande settore C B A D sarà $154 \times 7/3$, che dà 359 1/3.

Per avere quello del segmento B A D, fa d'uopo togliere il cubo del cono B C D, eguale al prodotto della sua base, che è un cerchio di raggio B K, per il terzo di K C; e qui si osservi che la superficie del cerchio è eguale al quadrato del suo raggio moltiplicato per 3 1/7, e che la proprietà del cerchio dà il prodotto di $AK \times KL$, eguale al quadrato di B K, raggio del cerchio che forma la base del cono, d'onde risulta che si avrà la superficie di questo cerchio moltiplicando il prodotto di A K per K L per 3 1/7, cioè $3\ 1/2 \times 10\ 1/2 \times 3\ 1/7$, che dà 115 1/3, e che il cubo del cono sarà $\frac{115\ 1/3 \times 3\ 1/2}{3}$ che dà $134\ \frac{9}{12}$: sottraendo questo cubo da quello del settore che si è trovato di 359 1/3, il residuo $224\ \frac{7}{12}$, sarà il cubo del grande segmento BAD in cui si trova compresa la zona.

La superficie del picciolo segmento essendo 66, si avrà il cubo del settore a cui corrisponde, facendo il prodotto $66 \times 7/3$ che dà 154; il cubo del cono che fa d'uopo levare per avere quello di questo segmento, sarà dopo ciò che si è detto, eguale ad

$$AI \times IL \times 3\ 1/7 \times \frac{IC}{3} = 1\ 1/2 \times 12\ 1/2 \times 3\ 1/7 \times \frac{5\ 1/3}{3},$$

che dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $108 \frac{1}{29}$ per il cubo del cono, il quale levato da quello del picciolo settore che abbiamo trovato avere per valore 154, si avrà il cubo del segmento cercato E A H, $45 \frac{27}{28}$. Conoscendo il cubo de' due segmenti, e la distanza del loro centro di gravità alla loro sommità comune A, per aver quella del centro di gravità della zona allo stesso punto, fa d'uopo moltiplicare il cubo di ciascun segmento per la distanza del suo centro di gravità al punto A, e dopo aver sottratto il più picciolo prodotto dal più grande, dividere il resto pel cubo della zona.

Così il momento del grande segmento, cioè il prodotto del suo cubo per la distanza del suo centro di gravità alla sommità A, essendo

espresso da $224 \frac{7}{12} \times 2 \frac{11}{40}$, sarà $= 510 \frac{2699}{2912}$

e quello del picciolo $45 \frac{27}{28} \times \frac{103}{104} = 45 \frac{1521}{2912}$

Differenza $465 \frac{1178}{2912}$.

Questa differenza divisa pel cubo della zona che si è trovato $178 \frac{5}{12}$, darà per la distanza del centro di gravità di questa zona alla sommità A, $2 \frac{1303}{2141}$, oppure assai prossimamente $2 \frac{5}{10}$. Ci siamo trattenuti su questi dettagli, per facilitare l'applicazione agli artisti e a quelli che non han sempre tutte le proposizioni di geometria presenti alla mente.

Del centro di gravità dei solidi irregolari.

Siccome tutte le specie di solidi, qualunque sia la loro forma, sono suscettibili d'essere divisi in piramidi, come abbiamo testè fatto vedere, e le superficie piane irregolari possono dividersi in triangoli, ne risulta che si può trovare il loro centro di gravità con lo stesso metodo. Ma invece di due linee formanti un angolo retto, fa d'uopo supporre due piani verticali N A C, C E F entro i quali sia situato il solido G, figura 28. A ciascuno di questi piani si riferiranno i momenti delle piramidi, cioè il prodotto del loro cubo, per la distanza del loro centro di gravità; si dividerà la somma di questi prodotti,

in ciascun piano, per il cubo totale del solido; il quoziente indicherà la distanza dei due altri piani B K L, D H M paralleli ai primi. L'intersezione di questi due ultimi piani darà una linea I P o l'asse d'equilibrio sul quale si troverà il centro di gravità del solido. Per determinare questo punto G si immaginerà un terzo piano N O F, perpendicolare ai precedenti, cioè orizzontale, sul quale si può supporre che il solido sia situato. Si cercheranno pure per questo piano i momenti delle piramidi, moltiplicando il loro cubo per la distanza del loro centro di gravità; dividendo poi la somma di questi prodotti pel cubo del solido intiero, il quoziente darà sull'asse la distanza P G di questo terzo piano al centro di gravità del solido irregolare.

CAPO QUARTO

DEL PIANO INCLINATO

Perchè un solido qualunque sia perfettamente sostenuto, fa d'uopo che il piano su cui posa sia perpendicolare alla direzione del peso, cioè orizzontale, oppure a livello, e che la verticale abbassata dal suo centro di gravità non cada fuori della sua base.

Appena un piano cessa d'essere orizzontale, i solidi posativi sopra tendono a scorrere, a rotolare, oppure a capovolgersi.

Siccome le superficie dei corpi sono più o meno ruvide, quando la direzione del centro di gravità non cade fuori della loro base, essi non cominciano a scorrere che sui piani la cui inclinazione è proporzionata all'asprezza della loro superficie.

Così un cubo di pietra dura fina, come la pietra di *liais*, le cui superficie sono bene appianate, non comincia a scorrere che sul piano inclinato di trenta gradi circa; e i marmi politi su un piano la cui inclinazione è quindici gradi.

Allorquando un solido è posto sopra un piano inclinato, se la direzione del suo centro di gravità cade fuori della sua base, si capovolge se è terminato da superficie rette, e rotola se la superficie di questo solido posante sul piano, è curva.

Un corpo a superficie piane può restare in riposo dopo essersi capovolto una prima volta, se la superficie su cui cade è abbastanza estesa perchè la direzione del suo centro di gravità non cada fuori, e che l'inclinazione non sia abbastanza grande perchè possa scorrere.

I solidi a superficie curve non si possono sostenere che su un piano perfettamente orizzontale, perchè alcuni non posano che su un punto, come la sfera, ed altri su una linea come i cilindri ovvero i coni; in guisa che, per sostenersi, fa d'uopo che la verticale abbassata dal loro centro di gravità passi pel punto di contatto e sia perpendicolare al piano. Così appena che il piano cessa d'essere orizzontale, la direzione del centro di gravità cade fuori del punto di contatto, cioè del punto

o della linea che serve di base a questi solidi, allora questi solidi ruotano, e se il pendio è d'una certa estensione, essi rotolano con una velocità accelerata eguale a quella che acquisterebbero questi corpi, discendendo dall'altezza del piano inclinato nel punto ove hanno cominciato a muoversi.

Per trovare la forza occorrente a sostenere un corpo rotondo su un piano inclinato, fa d'uopo considerare il punto di contatto F, figure 29 e 30, siccome il punto d'appoggio d'una leva angolare le cui braccia saranno espresse dalle perpendicolari condotte da questo punto d'appoggio sulla direzione della potenza CP e del peso CD, il che darà pel caso, figura 29, ove la forza che trae il corpo è parallela al piano,

$$P : N :: FC : FD,$$

e siccome il triangolo rettangolo CFD è sempre simile al triangolo OSH che forma il piano inclinato con la verticale SO e l'orizzontale OH, ne risulta che si può ancora esprimere questo rapporto colla seguente proporzione:

$$P : N :: OS : SH.$$

Nel primo caso, perchè vi sia equilibrio, fa d'uopo dunque che *la forza stia al peso del corpo come l'altezza* OS *del piano inclinato alla sua lunghezza* SH.

Nel caso in cui la forza è orizzontale, figura 30, si ha per le medesime considerazioni

$$P : N :: FA : FD.$$

$$\text{e } P : N :: OS : OH.$$

In questo caso, fa d'uopo dunque che *la forza stia al peso del corpo nel rapporto dell'altezza* OS *del piano inclinato alla sua base* OH.

Nel primo caso, la pressione del corpo sul piano è espressa da OH e nel secondo da SH; così si ha

$$P : N : F :: OS : SH : OH$$

$$\text{e } P : N : F :: OS : OH : SH.$$

Si può rimarcare che nel primo caso, lo sforzo della potenza essendo parallelo al piano inclinato, non aumenta nè diminuisce la pressione su questo piano: quest'è il caso più favorevole per tener un corpo in equilibrio sopra un piano inclinato.

Nel secondo caso, la direzione formando un angolo acuto col piano, aumenta inutilmente il suo carico.

Allorquando la direzione della potenza forma un angolo ottuso con

l'inclinazione del piano nel sostenere una parte del peso, essa diminuisce il carico del piano, ma esige una potenza più grande.

La forza necessaria per sostenere sur un piano inclinato il corpo la cui base è formata da una superficie piana, dipende, come abbiamo già detto, dalla ruvidezza, ovvero asprezza delle superficie, tanto del piano inclinato come della base del corpo, il che non può trovarsi che coll' esperienza.

Di tutti i mezzi da me tentati per giugnere a valutare questa resistenza conosciuta sotto il nome di attrito, il più semplice, e che dà i risultati più giusti, è quello di considerare l'inclinazione del piano, sul quale un corpo, la cui direzione del centro di gravità non esce dalla base, si sostiene in equilibrio, come un piano orizzontale dal quale si contano i gradi d'inclinazione; d'onde risulta che un corpo il quale non comincia a scorrere che su un piano inclinato più di 30 gradi, essendo posto su un piano inclinato di 45, non esigerà per sostenersi una potenza maggiore di quella che può sostenere un corpo rotondo dello stesso peso situato su un piano inclinato di 15 gradi.

Tutto ciò che si è detto sulla forza che fa d'uopo per sostenere un corpo su un piano inclinato, può essere applicato ad un solido sostenuto da due piani, considerando che il secondo piano fa l'ufficio della potenza che lo sosterrebbe in equilibrio sul primo, agendo nel senso di una perpendicolare al secondo piano.

Allorchè le direzioni di tre potenze come PG, QG, GR, concorrono ad un medesimo punto G, figura 31, si dimostra in meccanica che nel caso d'equilibrio il loro rapporto è espresso dai tre lati d'un triangolo formato dalle perpendicolari alla loro direzione; d'onde risulta che se pel centro di gravità G d'un solido sostenuto da due piani, oppure per qualunque altro punto della sua direzione verticale, si conducano delle perpendicolari alla direzione di queste potenze, si avrà, nel caso d'equilibrio, la proporzione $P:Q:R::BA:BC:AC$.

Considerando poi che in tutte le specie di triangoli i lati stanno fra loro come i seni degli angoli opposti, si avrà:

$$P:Q:R::\text{sen. }BCA:\text{sen. }BAC:\text{sen. }ABC,$$

e siccome l'angolo BCA è eguale all'angolo CAD, e GBA a BAE, si avrà

$$P:Q:R::\text{sen. }CAD:\text{sen. }BAC:\text{sen. }BAE,$$

cioè che il peso è rappresentato dal seno dell'angolo formato dai due piani inclinati, e che le pressioni su ciascuno di questi piani sono reciprocamente proporzionali ai seni degli angoli ch'essi formano coll'orizzonte.

SEZIONE SECONDA
MOVIMENTO DEI MATERIALI

CAPO PRIMO
DELLE MACCHINE DA TRASPORTARE I PESI

Il primo uso che faremo dei principj or ora esposti sarà di applicarli al trasporto de' materiali. La nostra intenzione non è di trattare qui completamente tutte le quistioni, la conoscenza delle quali sarebbe necessaria per mettere al caso, sia d'inventare macchine nuove, sia di semplificare quelle di già esistenti, calcolando il rapporto delle forze col peso dei materiali da muovere. Questa via ci trarrebbe troppo lungi dallo scopo che ci siamo proposto in quest'opera. Noi non possiamo su ciò che rimandare ai trattati di meccanica d'industria e analitica, pubblicati a tutt'oggi (1), e ci limiteremo a dare per la leva, pel verricello e le carrucole, che sono le macchine elementari, e i principj di tutte le altre macchine, una teorica semplice e alla portata di tutti. Vi aggiugneremo qualche risultato della nostra particolare esperienza, la descrizione chiara e precisa di qualche macchina più in uso nelle costruzioni, ed i processi impiegati dagli architetti antichi e moderni nei casi ove si esigono spedienti straordinari.

ARTICOLO I.
DELLA LEVA

La macchina più semplice per muovere un peso è la leva. L'effetto che si può produrre con essa è proporzionale alla distanza del punto d'appoggio, paragonata a quella da tal punto d'appoggio al punto della leva che agisce sul peso.

(1) Christian, Borgnis, Poisson, Carlo Dupin, Lantz de Betancourt.

Parlando della leva nella prima sezione di questo libro, abbiamo fatto vedere che, nello stato d'equilibrio, la potenza deve stare al peso in ragione inversa della loro distanza dal punto d'appoggio. Così nella figura 1, Tavola CLXVII, ove si vede una leva, di cui A è il punto d'appoggio, se si suppone che A C sia 1, e che A B sia 21, lo sforzo nel punto C sarà 21 volte più grande che quello della potenza applicata al punto B. Se trattasi d'innalzare una pietra C D E F, il cui peso fosse 4200, siccome questa pietra non cessa di posare al punto F, intorno al quale tende a girare, la leva non avrà a sollevare che la metà del peso, che sarà 2100. Questo sforzo, che si fa in C, non esigerà per parte della potenza situata in B che una forza un po' maggiore di 100 libbre, perchè queste 100 libbre basteranno per fare l'equilibrio.

Si potrà pure col mezzo di una leva, figura 2, far muovere un peso P, facendolo girare intorno al suo punto d'appoggio A, in guisa che da una parte il punto C descriva un cerchio di cui A C è il raggio, mentre la potenza applicata al punto B ne descriva un altro con raggio A B. In questo caso, la potenza sta al peso come C A ad A B. Questa è la maniera con cui agiscono le manovelle applicate ai verricelli per farli movere, come quelle rappresentate dalla figura 3. In questa macchina *la potenza sta al peso come il raggio del verricello, più la metà della grossezza della corda, alla lunghezza della leva, compresa fra il centro del verricello e quello ove la potenza è applicata.* Così supponendo un verricello di 12 pollici di diametro, inviluppato da una corda di un pollice di grossezza, la distanza dal centro del verricello al centro della corda sarà di 6 pollici 1/2; supponendo inoltre che il punto della leva, a cui è applicata la potenza, sia distante 5 piedi e 5 pollici dal centro del verricello, la potenza starà al peso come 6 1/2 a 65, oppure come 1 a 10; cioè che con un peso di 100 libbre si farà l'equilibrio ad un peso di 1000 libbre. Considerando poi che i raggi stanno fra loro come le circonferenze, si riconosce il principio generale che noi abbiamo di già citato più volte, che indipendentemente dall'attrito, in tutte le specie di macchine, la potenza sta sempre al peso, oppure allo sforzo prodotto, in ragione inversa degli spazj percorsi.

ARTICOLO II.

DEGLI ARGANI

Per muovere i pesi si fa uso ancora di un' altra macchina chiamata argano nel quale il verricello è situato verticalmente a piombo. Si fa muovere con manovelle, ovvero leve, collocate orizzontalmente. I marinai danno il nome di argano a questa macchina, allorquando è fissa come nei bastimenti; quand' essa è mobile, la chiamano *vindas*, come quella che si impiega sui porti e per la costruzione degli edifici.

Questa macchina è d'un uso antichissimo; di essa si parla nelle questioni di meccanica d'Aristotile ed in Vitruvio, nel Libro X, Capo 4. Aristotile la indica colla parola Ζυγον (giogo) certamente per le manovelle che ne fanno l'ufficio, e Vitruvio col nome di *Ergata*.

In Italia si fa molto uso dell' argano. Combinandolo colle taglie e colle carrucole di rimando supplisce alla capra, alla scimia ed alla grua. Si è adoperata con buon successo questa macchina per elevare e trasportare enormi masse, come gli obelischi di Roma, Tavola CLXX, lo scoglio che forma il piedestallo della statua di Pietro il Grande a Pietroburgo, Tavole CLXVIII e CLXVIII *bis* (1) ed una delle grosse pietre che formano gli angoli del frontone della nuova chiesa di Santa Genevieffa a Parigi (2).

Allorquando non si può prescindere dalle macchine, l'argano merita d'essere preferito quando si tratta d'elevare grandi pesi, perchè gli uomini che vi si impiegano non corrono alcun pericolo. Si possono applicare

(1) La descrizione dei mezzi impiegati per l'erezione di molti obelischi e per il trasporto dello scoglio di Pietroburgo, si trova alla fine di questo libro, nelle note addizionali sulle Tavole.

(2) Queste pietre pesano 53 mila libbre, senza contare il carro sul quale sono state condotte. Per trasportare uno di questi massi, dal porto degl' Invalidi fino a Santa Genevieffa, s'impiegarono due argani mossi ciascuno da otto uomini, che si alternavano di due in due ore. Occorsero undici giorni e sette notti per fare percorrere ad esso tale distanza che è di circa 2600 tese, passando pei baluardi. Questo trasporto ha costato in mano d'opera, indipendentemente dagli attrezzi e spese accessorie, 768 lire.

L'altro masso è stato condotto dalla stessa parte e sullo stesso carro in meno di tre ore da un vetturale del Gros-Caillou. Necessitarono per tale trasporto 63 cavalli attaccati a tre a tre, e 12 carrettieri, e costato 425 lire: il che prova che spesso è più utile applicare immediatamente al peso una potenza sufficiente che adoperar le macchine anche più semplici.

agli argani gli uomini ovvero i cavalli; lo sforzo ch' essi producono quando sono applicati immediatamente senza taglie nè carrucole di rimando dipende dal rapporto del mezzo diametro del verricello colla lunghezza delle manovelle; in tutti i casi, dal rapporto del cammino percorso dalla potenza con quello che percorre il peso, come spiegheremo parlando dello scoglio di Pietroburgo.

Il verricello degli argani mobili è situato in un telajo di legname grosso, a cui si dà il nome di *capra*, la cui forma è variata: la più comune è quella rappresentata dalla figura 5.

Il verricello degli argani comuni è cilindrico; l'estremità superiore forma una testa quadrata penetrata da due fori che s'incrociano ad angoli retti l' uno sopra l' altro. In questi fori s' infilano le manovelle alle quali si applicano gli uomini oppure i cavalli che devono far girare il verricello.

Allorquando si vogliono applicare molti uomini ad un argano, invece di traforarlo per porre le manovelle nella testa di esso, si forma una specie di disco circolare con un foro quadrato nel mezzo, che s' infila nella testa del verricello, figure 14 e 15. Questo disco ha altrettanti fori quante manovelle vi si vogliono mettere, cioè 6 od 8. Così erano accomodati gli argani di cui si fece uso per trascinare lo scoglio di Pietroburgo; il disco aveva otto fori per otto manovelle, a ciascuna delle quali erano applicati due uomini. Si è fatto uso di questo mezzo a Roma, per gli argani impiegati a volgere i gruppi di Monte-Cavallo, Tavola CLXVIII *bis*.

Il di sotto del verricello degli argani è fisso nelle capre con un cardine che si fa entrare in un foro rotondo dello stesso diametro, fatto in un pancone fermato sulla base della capra.

La parte superiore del verricello è fissa in un altro pancone avente un incavo semicircolare, che lo spinge in senso contrario allo sforzo.

Allorquando vuolsi servire dell'argano per trascinare un peso, s' incomincia dal fermare la capra ad un punto fisso, con una corda a molti doppj attaccata ai piedi posteriori. Quando non trovasi punto fisso che sia al caso si piantano invece nel terreno forti pali, come è espresso nelle figure 5, 6, 7, 9, 10, 11 e 13. Si prende poi una fune, la cui grossezza deve essere proporzionata al peso del carico, e dopo aver ad essa fatti fare molti giri intorno al verricello, si attacca una delle estremità al carico, e si fa tener l'altra da un uomo che è seduto per terra. A misura che gli uomini applicati alle manovelle dell'argano fanno girare

il verricello la parte della fune attaccata al carico si avviluppa sopra di esso, mentre quella tenuta dall'uomo seduto si sviluppa, di modo che v'è sempre lo stesso numero di giri sul verricello. Per produrre questo effetto si pone l'uomo seduto per terra; esso deve tenere la fune abbastanza ferma per impedire che scorra. La forza che fa d'uopo non è considerabile, à cagione della confricazione che aumenta in ragione del numero dei giri; noi ne parleremo qui appresso.

Egli è essenziale di rimarcare che la parte della fune che s'inviluppa sul verricello s'innalza a ciascun giro pel suo spessore, di modo che dopo un certo numero di giri della fune non trova più spazi per avvolgervisi. Si è obbligati allora a fermare l'argano ed allentare la fune per farla rimontare oppure discendere secondo che l'estremità attaccata al carico è al basso o all'alto, onde fare spazio acciò la fune possa continuare a rotolarsi sul verricello. Questa operazione, che gli operai chiamano *ripiegare*, ha bisogno d'essere ripetuta sovente, allorquando la distanza ove si deve trasportare il carico è considerabile; essa è anche pericolosa allorchè si tratta d'innalzare un carico, ovvero di tirarlo sopra un piano inclinato. Dopo un secolo circa, molti meccanici si sono occupati dei mezzi di evitare questo inconveniente; e nel 1739 l'Accademia delle Scienze di Parigi propose un premio su tale soggetto. Nelle memorie e nelle macchine che furono presentate, si trovano mezzi ingegnosi, ma troppo complicati per l'uso.

Il mezzo più semplice è quello di fare il verricello conico, siccome ho veduto praticarsi a Roma, aggiustando per innanzi uno sviluppo senza fine, oppure una carrucola che mantiene l'estremità della fune attaccata al carico sempre ad una stessa altezza; per questo mezzo il giro che s'inviluppa al basso, essendo il più serrato, per collocarsi fa rimontare gli altri giri, che lo sono meno, tanto più facilmente in quanto che la grossezza va diminuendo, in guisa che la fune fila senza avere bisogno di *ripiegare*. Questa disposizione è indicata dalle figure 6 e 7.

Le figure 8, 9 e 10 indicano un mezzo immaginato da Cardinet, Ingegnere geografo, che ha perciò ottenuta una ricompensa nazionale nell'anno 2 (1794), dietro il rapporto fatto all'Ufficio di Consulta delle arti e mestieri da Borda e Lagrange.

Quest'argano è composto di due verricelli; il principale marcato A, ha una testa con fori per infilare le manovelle che devono farlo girare; l'altro, che è del medesimo diametro, è situato innanzi, cioè dalla parte

del peso da smovere. L'intervallo fra questi verricelli è occupato da due morelle di rame infilate in uno stesso asse, e che corrispondono ai risalti, formanti in ciascun verricello una gola per ricevere la fune. Risulta da questa disposizione, che i verricelli, serrati dalle corde che gl' inviluppano, sono obbligati a girare insieme colle morelle che gli riuniscono.

Fa d' uopo rimarcare che la gola del verricello principale A è più grande di quella del verricello B, di due grossezze della fune, in guisa che i risalti L sono più larghi d' una grossezza della corda che quelli del verricello A marcati M. Ne risulta che il primo giro della fune sul verricello elevasi per la sua grossezza per andare sul verricello B prendendo una direzione un poco obliqua, e ritorna a collocarsi naturalmente sopra il primo giro del verricello A, seguendo una direzione orizzontale, d'onde elevandosi ancora di un diametro per andare sul verricello B, essa va a collocarsi sul secondo giro del verricello A, e così di seguito; in guisa che da una parte la direzione dei giri è un poco obbliqua, e dall' altra orizzontale, di modo che la fune fila senza interruzione; e siccome essa non cangia luogo, non v'ha bisogno di ripiegare. Si potrebbe fare a meno delle morelle di rame, perchè lo stringimento della fune che involge i due verricelli è più che sufficiente per farli girare; il che semplificherebbe assai questo artificio, la cui invenzione è ingegnosissima.

L' argano rappresentato dalle figure 11, 12 e 13, è composto anch'esso di due verricelli, nei quali si sono scavate delle scanalature orizzontali per collocarvi separatamente ciascun giro di corda.

Fa d' uopo rimarcare che la prima scanalatura del secondo verricello è più elevata per una grossezza della fune che non la prima del verricello principale; le distanze delle altre scanalature sono le stesse, nei due verricelli. Questa disposizione produce il medesimo effetto che quelle dei verricelli precedenti. Frattanto siccome in quest'ultimo argano le corde si incrociano per andare da un verricello all' altro, fa duopo maggior forza per farlo agire.

Della confricazione delle corde attortigliate intorno ai verricelli o cilindri.

Siccome è per l' attrito che un uomo solo può sostenere lo sforzo d' un peso considerabile nell' uso dell' argano, ci accingiamo ad esaminare fino a qual punto vi si possa contar sopra.

In molti trattati di meccanica, e specialmente nella prima parte dell'*Architettura Idraulica di Belidor*, tom. 1.° pag. 3, dimostrasi che se si sospendono dei pesi all'estremità d'una corda che involge la semicirconferenza d'un cilindro, la somma di questi pesi sta alla pressione su tale cilindro, come il raggio alla mezza circonferenza, cioè prossimamente come 7 ad 11.

Essendo la confricazione od attrito proporzionale alla pressione, ne risulta, che, se da una parte si sostituisce una potenza in luogo d'un peso, si può conoscere col mezzo di questa pressione, quanto la confricazione può diminuire lo sforzo della potenza rapporto al peso. Ma siccome la confricazione varia secondo che le superficie sono più o meno levigate, la sola esperienza è atta ad indicare il suo rapporto con la pressione in ciascuna circostanza. Questa esperienza consiste nel sospendere alle due estremità d'una corda simile a quella di cui si vuol far uso, passata su un cilindro della medesima materia e dello stesso diametro, due pesi eguali, e ad aumentare uno dei pesi finchè comincia a sollevare l'altro; ciò che si sarà aggiunto sarà l'espressione della confricazione per un mezzo giro.

Lo sforzo che fa d'uopo per incominciare ad elevare, conosciuto che sia il primo peso, si dividerà pel doppio di questo peso; il quoziente sarà il numero pel quale converrà moltiplicare successivamente l'ultimo risultato, per avere quello ch'esigerebbe un mezzo giro di più. Gautier e Belidor, e quelli che adottarono il loro metodo, pensano che il peso e lo sforzo che fa d'uopo per sollevare il primo mezzo giro sieno i due primi termini d'una progressione geometrica; ma l'esperienza prova che la confricazione non aumenta in un rapporto così grande, e che il primo termine di questa progressione deve essere il doppio del peso, come si può vedere dalla tavola seguente, dove si sono messi a confronto i risultati di due metodi, con quelli dell'esperienza. Queste esperienze si sono fatte con un cilindro di legno di frassino tornito di 50 linee e 1/2 di diametro, e con una corda di 2 linee di grossezza. Ad una delle estremità di questa corda, che formava un mezzo giro sul cilindro, ho attaccato un peso di 2 libbre, e all'altra un bacino da bilancia che pesava altrettanto con quello che vi era dentro. Per cominciare ad elevare il peso di 2 libbre, fu d'uopo aggiugnere nel bacino 4 libbre, 2 oncie, 4 grossi e 1/2, ovvero 4 libbre $\frac{16}{100}$, in guisa che il valore dello sforzo era 6 libbre $\frac{16}{100}$.

Dividendo questo sforzo per 4, che è il doppio del peso, ho trovato per quoziente 1,54 pel quale moltiplicati i risultati per ciascun mezzo giro, ho trovato, pel secondo mezzo giro, 9,49; pel terzo 14,61, invece di 57,68, che darebbe il metodo di Gautier e Belidor; e di 14,51 che dà l'esperienza.

TAVOLA

Che indica l'aumento dello sforzo per ciascun mezzo giro.

PER ELEVARE UN PESO DI DUE LIBBRE	METODO PROPOSTO	METODO DI GAUTIER E BELIDOR	ESPERIENZA
Per un mezzo giro	6,16	6,16	6,16
Per un giro	9,49	18,85	
Per un giro e mezzo	14,61	57,68	14,51
Per due giri	22,50	176,50	
Per due giri e mezzo	34,65	540,10	34,69
Per tre giri	53,36	1652,70	
Per tre giri e mezzo	82,17	5057,26	83,00
Per quattro giri	126,54	15475,21	
Per quattro giri e mezzo	194,87	7354,14	198,00
Altra sperienza fatta sopra un cilindro di un piede di diametro con una corda di 6 linee di grossezza e con un peso di 6 libbre.			
Per un mezzo giro	36	36	36
Per un giro	108	216	
Per un giro e mezzo	324	1296	334
Per due giri	972	7776	
Altra sperienza fatta sullo stesso cilindro con una corda grossa un pollice e con un peso di 7 libbre.			
Per un mezzo giro	44	44	44
Per un giro	138 $\frac{2}{7}$	282 $\frac{4}{7}$	
Per un giro e mezzo	435	1776	442
Per due giri	1367	11163	

Quando si fa uso di corde più grosse è necessario aumentare in proporzione il diametro del verricello a cagione della rigidezza delle funi, che aumenta in quelle dello stesso genere, come il quadrato del diametro

di esse; in modo che, se per una corda di 12 linee di grossezza occorre un verricello di un piede di diametro, per una di 15 linee occorrerebbe un verricello di pollici 18 e 9 linee

per una di 18 linee 27 pollici o linee,
per una di 21 » 36 » 9 »
per una di 24 » 48 » o »
per una di 27 » 60 » 9 »

se si vuole che la rigidezza delle funi non influisca sulla potenza che le tiene rotolate su questi verricelli.

Ho fatto sperienza che per far curvare le corde sopra indicate in modo che abbraccino esattamente la semicirconferenza del verricello, essendo una delle estremità fermata verticalmente, fa duopo sospendere all' altro capo, per le corde:

di 12 linee,	un peso di	45 lib.;	la teoria dà	48 lib.
di 15 »	»	74	»	75
di 18 »	»	112	»	108
di 21 »	»	154	»	147
di 24 »	»	196	»	192
di 27 »	»	250	»	243

Questi pesi indicano gli sforzi occorrenti per ritenere la fune e farla filare quando si fa uso dell'argano, onde avere un attrito proporzionale alla sua grossezza per sostenere il peso (1).

Sospeso un carico di 100 libbre ad una estremità d'una corda grossa 27 linee, che faceva un mezzo giro sopra un verricello del diametro di 12 pollici, per cominciare a sollevarlo fu necessario un peso di 367 libbre, cioè 3 volte 2/3 il peso; ma siccome questa corda non toccava che due terzi della semicirconferenza, l' attrito non era tanto considerabile quanto avrebbe dovuto essere; un peso di 250 libbre che fa toccare la fune per tutta la semicirconferenza, dà più di 1800 libbre, cioè più di sette volte il peso.

(1) La seconda colonna indica i pesi secondo i quadrati dei diametri delle corde.

ARTICOLO III.

DELLE CARRUCOLE E DELLE TAGLIE

Le macchine di cui si fa uso per la costruzione agiscono ordinariamente con funi o carrucole combinate in modo che facilitano il movimento aumentando lo sforzo della potenza.

Si dimostra in meccanica che la forza che si fa per movere un corpo pesante, sta in ragione inversa degli spazj percorsi nel medesimo tempo dal carico e dalla potenza. Così una potenza può far muovere un carico doppio, triplo e quadruplo, ecc., non facendosi percorrere che la metà, il terzo, oppure il quarto del cammino ch'essa fa; d'onde risulta che per muovere un carico doppio, triplo e quadruplo ecc.; dello sforzo della potenza, fa d'uopo due volte, tre volte, quattro volte più di tempo, cioè che si perde in tempo quello che si guadagna in forza, indipendentemente dagli attriti cagionati dalle combinazioni per produrre un effetto maggiore.

Tutti sanno che le carrucole sono corpi cilindrici di poca grossezza, di legno o di metallo, con una scanalatura intorno per contenere la corda, ed un asse di ferro nella quale esse sono infilate per girare con la corda che involge da una parte della loro circonferenza.

Una carrucola sola e fissa non può diminuire lo sforzo del peso, rapporto alla potenza che lo fa muovere, perchè essa è obbligata a percorrere uno spazio eguale a quello che percorre il peso; e siccome non v'ha macchina senza attrito, si può anche dire che, per far muovere un peso per mezzo d'una carrucola fissa, fa d'uopo un poco più di forza che se si tira immediatamente. Ma siccome non si può sempre applicare ad un peso una potenza secondo la direzione ch'essa deve seguire, le carrucole sono necessarie per dare alla potenza la direzione che si vuole, sovente opposta a quella del peso, come nelle capre e nelle grue.

Allorquando le carrucole di cui si fa uso per elevare un peso non sono arrestate da un punto fisso, cioè quando le carrucole attaccate al peso seguono il suo movimento, come nelle figure 1, 2, 3, 4 e 5, Tavola CLXXI, la potenza essendo obbligata a percorrere uno spazio doppio di quello che percorre il peso, il suo sforzo non deve essere che poco più della metà: così nella figura I, la forza P, applicata al di sotto della carrucola A, sarà un poco più della metà del peso, l'altra metà

essendo sostenuta dal primo cordone fisso in E; del pari la potenza Q, applicata al di sotto della carrucola B, non agirà che con poco più della metà della forza P, l'altra metà essendo sostenuta dal secondo cordone fisso in F.

Per la medesima ragione, la potenza R, applicata al di sotto della carrucola C, non agirà che con la metà dello sforzo della potenza Q, l'altra metà essendo sostenuta dal terzo cordone fisso in G. Quanto alla carrucola D, che è fissa, la potenza S, situata al di sotto, sarà obbligata ad agire con uno sforzo un poco maggiore della poteoza R, perchè questo quarto cordone H non essendo fisso, la potenza S sostiene solo lo sforzo intero della potenza R. Questa combinazione di carrucole è una delle più vantaggiose per la potenza, ma essa ha un inconveniente che ne rende l'uso impraticabile; ed è che per tre carrucole mobili, fa d'uopo che la carrucola fissa D sia ad un'altezza otto volte più grande che quella alla quale si vuol elevare il peso; così per elevare un peso a 50 piedi d'altezza, farebbe mestieri che la carrucola D fosse a più di 400 piedi d'elevazione. Il cordone G, F, R, S, dovrebbe avere più di 800 piedi, gli altri F Q, ed E P ciascuno 400 piedi, cioè più di 1600 piedi di corda.

Le taglie rappresentate in faccia ed in profilo nelle figure 2 e 3, composte da due casse munite ciascuna di tre carrucole, sono quelle di cui si fa più uso; se si fa astrazione dall'attrito delle carrucole intorno al proprio asse, si troverà che, per mezzo di esse, si potrà muovere un carico sei volte più considerabile della potenza, perchè questa trascorre uno spazio sei volte più grande di quello trascorso dal peso; ma per produrre questo effetto, occorrerebbero per far scorrere 50 piedi al carico, più di 300 piedi di corda.

Ma se si vuol avere riguardo alla confricazione, si troverà che la potenza, invece d'essere 1/6 del carico, deve essere quasi la metà. Io ho osservato che, per elevare un carico di 107 libbre con taglie composte di due casse di ferro, contenenti ciascuna tre carrucole di bronzo, dei diametri di 6 pollici, 4 pollici e 2 pollici, e quelli del loro asse 10 linee 3/4, 9 linee 3/4 e 8 linee 3/4, occorreva un peso di 50 libbre; queste taglie avendo sei cordoni senza quello che tira, lo sforzo della potenza avrebbe dovuto essere $\frac{107}{6} = 17\ 5/6$, in vece di 50, sicchè gli attriti sono stati di 32 1/6.

Secondo i principj dimostrati in tutti i trattati di meccanica, si trova che l'attrito sta al peso come il diametro degli assi sta a quello delle carrucole. Così per la cassa superiore delle taglie di cui si tratta, si

troverà che la somma dei diametri degli assi essendo di 29 linee 1/4; e quella dai diametri delle carrucole di 144 linee, il rapporto sarà prossimamente come 1 a 5; cioè che l'attrito sarà 1/5 del peso del carico. Per la cassa di sotto, alla quale è sospeso il carico, che si muove con essa, la confricazione non è che la metà, cioè $\frac{1}{10}$; il che dà per la confricazione di sei carrucola $\frac{3}{10}$. Il peso essendo 107 libbre, questi $\frac{3}{10}$ daranno 32 $\frac{1}{10}$, cioè $\frac{1}{15}$ di libbra meno che l'esperienza, oppure un poco più d'un'oncia; il che prova l'accordo della teoria con l'esperienza, allorchè l'applicazione è fatta come conviene.

Le taglie indicate dalle figure 4 e 5, che sono triple delle precedenti e composte di due casse guarnite ciascuna di nove carrucole, non danno que' vantaggi che sembrano promettere in causa della confricazione e della quantità delle corde che son necessarie per farle agire. Se si fa astrazione dalla confricazione, si troverà che col mezzo di queste taglie, una potenza potrà elevare un carico diciotto volte più grande che lo sforzo ch'essa fa, ma perciò fa d'uopo ch'esse facciano diciotto volte più di cammino: di modo che per elevare un carico di 50 piedi, sarebbero necessarii 900 piedi di corda; il che diviene incomodissimo.

Se si vuol avere riguardo alla confricazione, fa d'uopo come per l'esempio precedente, ricercare il rapporto della somma dei diametri degli assi e delle carrucole. Supponendo i diametri delle grandi carrucole di 9 pollici, e quello del loro asse 10 linee; il diametro delle carrucole mezzane di 6 pollici, e quello del loro asse di 9 linee; il diametro delle picciole di 3 pollici, e quello del loro asse di 8 linee; si avrà per la somma degli assi delle grandi carrucole della cassa superiore . . . . $10 \times 3 = 30$
La somma degli assi delle carrucole medie sarà. $9 \times 3 = 27$
Quella degli assi delle picciole carrucole . . . $8 \times 3 = 24$
In tutto . . 81 linee.

La somma dei diametri delle grandi carrucole essendo di 9 pollici, ovvero 108 linee, la loro somma sarà . . . $108 \times 3 = 324$ linee.
Quella delle carrucole mezzane di 6 pollici, ovvero 27 linea, dà . . . . $72 \times 3 = 216$
Quella delle picciole carrucole di 3 pollici ovvero 36 linee . . . . $36 \times 3 = 108$
In tutto . . 648 linee.

Così il rapporto sarà $\frac{81}{648}$, che si riduce ad 1/8, che indicherà il loro attrito; quello delle 9 carrucole della cassa del basso, essendo della metà, sarà espresso da $\frac{1}{16}$, questi due rapporti riuniti daranno per la confricazione delle 18 carrucole $\frac{3}{16}$, ai quali fa d'uopo ancora aggiungere $\frac{1}{18}$ per lo sforzo della potenza indipendentemente dalle confricazioni, e si avrà $\frac{70}{288}$ che si ridurranno a $\frac{35}{144}$; cioè che, per elevare un carico di 1440 libbre, bisognerebbero 350 libbre di forza, in luogo di 80 libbre, secondo il principio della sua combinazione, il che dà 270 libbre per le confricazioni, di modo che la potenza, invece d'essere il diciottesimo, sarà quasi un quarto.

L'esperienza dà ancora attriti più forti, specialmente allorchè non v'ha che un solo cordone per tirare; quando ve ne sono due, è un poco minore, e con tre cordoni, cioè uno per ciascuna carrucola superiore, è ancora più picciolo, e non differisce quasi da quello che dà il calcolo.

Le taglie composte di casse a due carrucole, come quelle rappresentate dalle figure 6, 7 e 8 offrono il vantaggio d'innalzare il carico con il terzo del suo peso. Se si suppone che le carrucole e gli assi sieno come i grandi ed i medj delle taglie precedenti, la somma degli assi sarà 19 linee, e quella dei diametri delle carrucole 170 linee; il che darà per la confricazione delle carrucole della cassa superiore $\frac{19}{170}$, e per quella della cassa al basso $\frac{19}{340}$, e per tutte e due $\frac{57}{340}$, a cui fa d'uopo aggiungere 1/3 per lo sforzo della potenza indipendentemente dalle confricazioni, e si avrà $\frac{170}{340}$, che si riduce a 1/2; così due paja di taglie di questo genere, applicate ad un carico, produrranno con otto carrucole, in un'ora di tempo, un effetto eguale alle taglie precedenti con diciotto carrucole, in tre ore di tempo, e tre volte più di corda.

Le figure 9 e 10 rappresentano taglie composte di due casse di ferro; quella in alto, munita di quattro carrucole in bronzo di 4 pollici di diametro, infilate in uno stesso asse di 9 linee di grossezza. La cassa inferiore contiene tre carrucole della stessa materia e dello stesso diametro, infilate in una cavicchia parimenti di 9 linee di grossezza.

Se si applica il calcolo a queste taglie per valutare la confricazione, si troverà per la cassa all'alto che è fissa, il rapporto degli assi alle carrucole $\frac{9 \times 4}{48 \times 4}$ che si riduce a $\frac{3}{16}$, e per la cassa al basso $\frac{9 \times 3}{48 \times 3}$ che si riduce pure a $\frac{3}{16}$, di cui prendendo la metà, perchè questa cassa è mobile,

si avrà per la confricazione delle carrucole delle due casse $\frac{3}{16}+\frac{3}{32}=\frac{9}{32}$, a cui aggiungendo 1/6 per lo sforzo della potenza indipendentemente dalle confricazioni, si avrà $\frac{9}{32}+1/6=\frac{27}{96}+\frac{16}{96}$, che si riduce a $\frac{43}{96}$. Per esperimentare il risultato di questo calcolo, io ho appeso alla cassa inferiore di queste taglie un carico che, con quello di tal cassa, pesava 146 libbre; per elevare questo carico, fu necessario sospendere ai due cordoni riuniti che fanno muovere le taglie, un peso di 65 libbre.

Abbiamo trovato, pel calcolo precedente, che la potenza deve essere $\frac{43}{96}$ del carico; così, moltiplicando questo carico, che è di 146 libbre, per la frazione $\frac{43}{96}$, si trovano 65 libbre $\frac{8}{96}$, ovvero $\frac{1}{12}$, che non differisce che di $\frac{5}{12}$ di libbra, ovvero 7 oncie circa da quello che dà il calcolo fondato sui principj di meccanica statica.

Le altre taglie, rappresentate dalle figure 11, 13, 14, 15, 16 e 17, sono del medesimo genere che le precedenti. La loro forza si valuta nella stessa maniera.

La figura 18 indica una combinazione di carrucole del medesimo diametro, che può essere impiegata con vantaggio per elevare i carichi d'una certa lunghezza. In tal modo erano combinate le taglie di cui si è fatt' uso per elevare una delle grandi pietre del frontespizio del Louvre, Tavola CLXIX.

OSSERVAZIONE

Poichè la confricazione dipende della grossezza dell'asse delle carrucole paragonata al loro diametro, ne risulta che più l' asse è picciolo, minore è la confricazione. Considerando poi che l'asse d'una carrucola deve sostenere lo sforzo del carico e della potenza senza piegarsi, prima di tutto, fa d'uopo determinare la sua grossezza. Prendendo poi questa grossezza per unità, si potranno determinare le dimensioni delle carrucole e delle loro casse.

Si noterà che le carrucole troppo sottili non hanno abbastanza stabilità, cioè che esse non si mantengono facilmente secondo la direzione della corda che gl' inviluppa. Un gran numero d' operazioni e d' esperienze mi ha fatto conoscere che il rapporto più vantaggioso del diametro delle carrucole, colla loro grossezza, è 1/5; cioè

che una carrucola di 25 pollici di diametro deve avere 5 pollici di spessore;

Una di 20 pollici 4 pollici;
» di 15 pollici 3 pollici;
» di 10 pollici 2 pollici;
» di 5 pollici 1 pollice.

Dando alla cavicchia il duodecimo del diametro, che è il rapporto più convenevole, questa cavicchia avrà altrettante linee di grossezza quanti pollici ha il diametro; così una carrucola di 25 pollici di diametro avrà una cavicchia di 25 linee di grossezza, una di 20 pollici 20 linee ecc.

Siccome fa d'uopo un poco di spazio alle carrucole perchè possano girare liberamente nella cassa, conviene aggiungere 1/6 dello spessore della carrucola per avere la lunghezza intera della cavicchia e la larghezza del vuoto della cassa; così per una carrucola di 25 pollici di diametro, il suo spessore essendo 5 pollici, la lunghezza della cavicchia sarà 5 pollici 10 linee; per una carrucola di 20 pollici, 4 pollici 8 linee, ecc., aggiugnendo 1/6 dello spessore della carrucola, cioè due linee per pollice.

Per l'uso dei fabbricati il minor diametro delle carrucole dovrebbe essere di 5 pollici, con una cavicchia grossa 5 linee, per la quale si può fissare a 1000 libbre il carico cui è atta a sostenere, onde resistere solidamente senza piegare.

Dietro questa base si possono determinare le dimensioni tutte relative alle carrucole ed alle loro casse, come pure i pesi delle cavicchie che debbono essere come i quadrati dei diametri degli assi. Sapendo, per esempio, che il carico di una cavicchia di 5 linee può essere 1000, se si vuole aver quello d'una cavicchia di 6 linee, si farà la proporzione 25, che è il quadrato di 5, sta a 1000, come 36, che è il quadrato di 6, ad un quarto termine che si troverà 1440; e così delle altre.

Nella tavola seguente si sono raccolte le dimensioni relative delle cavicchie alle carrucole, dai 5 pollici di diametro fino ai 25 pollici.

DIAMETRO delle carrucole in pollici	GROSSEZZA delle carrucole in pollici	LARGHEZZA del vuoto delle casse *id.*	GROSSEZZA delle cavicchie in linee	PESO che possono sostenere
5	1	1 1/6	5	1000
6	1 1/5	1 12/30	6	1440
7	1 2/5	1 19/30	7	1960
8	1 3/5	1 26/30	8	2560
9	1 4/5	2 3/30	9	3240
10	2	2 1/3	10	4000
11	2 1/5	2 17/30	11	4840
12	2 2/5	2 24/30	12	5760
13	2 3/5	3 1/30	13	6760
14	2 4/5	3 4/30	14	7840
15	3	3 1/2	15	9000
16	3 1/5	3 22/30	16	10240
17	3 2/5	3 29/30	17	11560
18	3 3/5	4 6/30	18	13360
19	3 4/5	4 13/30	19	14440
20	4	4 2/3	20	16000
21	4 1/5	4 27/30	21	17640
22	4 2/5	5 4/30	22	19360
23	4 3/5	5 11/30	23	21160
24	4 4/5	5 18/30	24	23040
25	5	5 5/6	25	25000

Adottando le proporzioni indicate nella tavola precedente, l'attrito d'una carrucola fissa, situata all'alto d'una capra, ovvero d'una grua, o in tutt'altra maniera, per cangiare la direzione della potenza che tira un carico, aumenterà lo sforzo di questa potenza di $\frac{1}{12}$, cioè per un carico di 2400 libbre, occorrerà uno sforzo di 2600 libbre.

Se la corda che passa sulla carrucola sarà tirata con un verricello, l'attrito aumenterà di 1/6, il quale aggiunto ad $\frac{1}{12}$ per quello della carrucola, darà 1/4 di più per la potenza; ma siccome essa può agire all'estremità d'una leva o di un raggio dieci volte più grande del raggio del verricello, lo sforzo sarà $\frac{2400 + 600}{10}$, che si riduce a 300 libbre.

Se si aggiunge una seconda carrucola che si muova col carico raddoppiando la fune, l'attrito di questa carrucola mobile sarà $\frac{1}{24}$; il che porterà la totalità degli attriti a $\frac{7}{24}$; ma siccome per questa disposizione la potenza non agisce che sulla metà del carico, si avrà $\frac{2400 + 700}{10 \times 2}$,

che si riduce a 155. Ma se si ha riguardo al tempo, per questa ultima disposizione, fa d'uopo ch'esso sia doppio: supponendo che nel primo caso il tempo sia espresso da 10, si avrà per risultato $300 \times 10 = 3000$, e pel secondo caso 155×20, che dà 3100, maggiore di $\frac{1}{30}$ del primo. Se si fosse elevato il carico immediatamente senza il soccorso delle carrucole, o del verricello, sarebbe stata necessaria una forza eguale al carico, cioè di 2400; ma il tempo non essendo che 1 rapporto a quello ch' esigono gli altri mezzi, il risultato non sarà che 2400, in vece di 3000 e 3100: questo prova che il caso più vantaggioso è quello d' applicare immediatamente al carico una potenza eguale allorchè ciò sia possibile; e che in tutte le altre circostanze, fa d'uopo preferire la macchina meno complicata, specialmente per le operazioni dell' arte di edificare.

ARTICOLO IV.

DELLE CORDE CONSIDERATE RAPPORTO ALLA LORO FABBRICAZIONE

Le corde si compongono di fili la cui grossezza, ovvero diametro, è da una mezza linea, fino a due linee e mezza.

Le corde più semplici e più picciole sono chiamate spaghi; esse sono composte di due piccioli fili attorti insieme: in termine di marina si chiamano *funicelle*.

Quelle che sono composte di tre fili attorti insieme si chiamano in termine di marina *merlini*, o *linee* in termine ordinario.

In termine dell'arte in luogo di torcere si dice *commettere;* quindi, per indicare i merlini o le linee, si direbbe che sono picciole corde composte di tre fili commessi insieme.

Per fare delle corde più grosse, in luogo d'un sol filo se ne prendono molti che si torcono insieme formandone un più grosso, che si chiama *attorta*.

Queste *attorte* commesse insieme formano corde semplici chiamate nelle grandi corderie *ansieri*, ovvero grosse corde; e di quest' ultimo termine si serve Duhamel nel suo eccellente Trattato dell' arte della corderia.

Si distinguono gli ansieri ovvero corde semplici, pel numero delle attorte di cui sono formati, quindi vi sono ansieri composti da tre attorte fino alle sei.

Ciascuna attorta può essere composta da due fino a sessanta fili torti insieme.

Le corde composte, chiamate gherlini, sono formate di picciole corde semplici ossia ansieri, invece di attorte. Per distinguerle si chiamano *cordoni*.

Una infinità d'esperienze, fatte da Duhamel, provano che le corde di gherlini sono molto più forti di quelle fatte di ansieri; ma siccome la fattura dei gherlini è un poco più dispendiosa, si fanno pressochè tutte le corde ad ansieri: non vi sono che de' casi particolari che determinano a farle di gherlini.

Le corde più in uso per la costruzione dei fabbricati sono le linee, le corde a mano, le ventine, le sartie, le alzaje, i canapi e gli strofinacci.

Le linee sono picciole corde composte di tre fili che servono per allineare le pareti del muro che si costruisce.

Le corde a mano hanno circa 7 linee 1/2 di diametro, formate da quattro attorte ciascuna di sei fili.

Le ventine hanno circa un pollice di diametro; esse sono formate parimente di quattro attorte, ciascuna di sette fili.

Le sartie hanno 15 linee di diametro; esse sono formate di quattro attorte di dieci fili ciascuna.

Le alzaje oppure piccioli canapi hanno 21 linea di diametro a quattro attorte di quaranta fili ciascuna; i canapi di 2 pollici di diametro sono formati di quattro attorte ciascuna di sessanta fili.

Quelle di 2 pollici 1/2 hanno quattro attorte ciascuna di settantadue fili.

Quelle di 3 pollici hanno quattro attorte ciascuna di novanta fili; questa è la più forte di cui si fa uso pei fabbricati.

Gli atrofinacci, che servono a legare le pietre, sono di piccioli canapi a quattro attorte, che sono commessi più allentati che le funi della medesima grossezza.

Le quattro funi più forti, di cui si è fatt' uso per la costruzione della cupola della nuova Chiesa di Santa Genevieffa, avevano 2 pollici 1/2 di diametro e 25 tese di lunghezza; erano ansieri a quattro attorte ciascuna di sessanta fili. Il più forte carico ch' esse abbiano avuto a sostenere era circa 6 mila libbre.

Nulladimeno è avvenuto che una di queste funi si è rotta sotto un carico di 4200. Questo accidente fece nascere l'idea di sperimentare queste quattro funi, per conoscere quale era il più forte carico che si poteva ad esse confidare senza rischio. La più forte si ruppe sotto il peso di 11553 libbre.

Quella che si è rotta sotto un carico di 4200 sostenne, prima di rompersi, un peso di 10522: ciò prova che la sua prima rottura fu prodotta da un difetto particolare.

La terza fune sostenne, prima di rompersi, un peso di 7522.

La quarta si ruppe sotto un peso di 6235.

Il che dà per il peso medio 8958.

Le attorte avevano 14 linee di diametro, 154 linee di superficie; esse hanno portato ciascuna 2240; ogni filo aveva 2 linee 3/5 di superficie, corrispondente ad una forza di 37 1/3 e di 14 $\frac{55}{100}$ ogni linea quadrata.

Risulta da queste esperienze che non si può affidare senza rischio un peso maggiore di libbre 6000 a funi di questa grossezza fabbricate ad ansieri; soprattutto se questo carico deve restare un certo tempo sospeso in aria, oppure elevato ad una grande altezza; ma allorchè non trattasi che di trascinare un carico sopra un suolo orizzontale, o che non ne differisce molto, si può far ad esse sostenere uno sforzo di sette ad otto mila libbre, o di tre quarti della loro forza.

Risulta ancora da queste esperienze, e da molte altre fatte su corde di grossezze o diametri differenti, fabbricate ad ansieri ed a gherlini, che il modo di calcolare la loro forza, che s'accorda più con queste esperienze e con tutte quelle di Duhamel, Muschenbrock, Reaumur ed altri, è di cercare la forza delle attorte di cui quelle compongonsi, e di moltiplicarla per il numero di esse, prendendo per base la forza media d'un filo di una linea di diametro. Questa forza si trova di 16 libbre 2/3 secondo le esperienze di Duhamel, fatte su corde fabbricate con molta diligenza e col canape migliore. Le nostre sperienze portano questa forza a 16 libbre, per le corde al di sotto d'un pollice di diametro; a 15 per quelle al di sopra fino a 2 pollici; e a 14, per quelle al di sopra fino a 3 pollici, il che dà una forza media di 15 libbre. Dietro questi dati abbiamo calcolato la tavola seguente, nella quale trovasi, oltre la forza media, il carico che si può ad esse affidare senza rischio, e il loro peso per 10 piedi di lunghezza oppure 2 passi.

TAVOLA

Della forza media e ridotta delle corde in ragione del loro diametro.

ATTORTE				CORDE A QUATTRO ATTORTE				
Circonferenza in linee	Diametro in linee	Peso in libbre e parti decimali della lib.	Forza media	Circonferenza in linee	Diametro in linee	Peso compresavi la miccia	Forza media	Forza ridotta
2 34/49	6/7	0,024	11	6	2	0,10	58	29
4 2/49	1 2/7	0,052	24	9	3	0,22	100	50
5 19/49	1 5/7	0,095	44	12	4	0,40	180	90
6 36/49	2 1/7	0,150	69	15	5	0,63	276	138
8 4/49	2 4/7	0,215	99	18	6	0,90	416	208
9 3/7	3	0,290	135	21	7	1,22	540	270
10 38/49	3 3/7	0,380	176	24	8	1,60	700	350
11 6/49	3 6/7	0,475	223	27	9	2,02	892	446
13 23/49	4 2/7	0,599	275	30	10	2,52	1112	556
14 40/49	4 5/7	0,719	333	33	11	3,03	1332	666
16 8/49	5 1/7	0,855	397	36	12	3,60	1588	794
17 25/49	5 4/7	1,005	469	39	13	4,23	1868	934
18 6/7	6	1,171	540	42	14	4,93	2160	1080
20 10/49	6 3/7	1,335	620	45	15	5,62	2480	1240
21 27/49	6 6/7	1,520	705	48	16	6,40	2820	1410
22 44/49	7 2/7	1,710	796	51	17	7,20	3184	1592
23 12/49	7 5/7	1,933	893	54	18	8,14	3572	1786
25 36/49	8 1/7	2,150	995	57	19	9,05	3976	1988
26 46/49	8 4/7	2,325	1105	60	20	10,00	4408	2204
28 2/7	9	2,629	1215	63	21	11,07	4860	2430
29 31/49	9 3/7	2,826	1329	66	22	11,90	5340	2670
30 48/49	9 6/7	3,167	1457	69	23	13,33	5828	2914
32 16/49	10 2/7	3,433	1587	72	24	14,40	6348	3174
33 33/49	10 5/7	3,710	1722	75	25	15,62	6888	3444
34 1/49	11 1/7	4,014	1862	78	26	16,90	7448	3724
36 18/49	11 4/7	4,327	2008	81	27	18,22	8036	4017
37 5/7	12	4,655	2160	84	28	19,60	8640	4320
39 3/49	12 3/7	4,992	2356	87	29	21,02	9268	4634
40 20/49	12 6/7	5,344	2480	90	30	22,50	9920	4960
41 37/49	13 2/7	5,705	2648	93	31	24,02	10592	5296
43 5/49	13 5/7	6,080	2821	96	32	25,60	11284	5642
44 22/49	14 1/7	6,465	3000	99	33	27,22	12000	6000
45 39/49	14 4/7	6,864	3185	102	34	28,90	12740	6370
47 1/7	15	7,272	3375	105	35	30,62	13500	6750
48 24/49	15 3/7	7,695	3571	108	36	32,48	14280	7140

Siccome le corde non sono cilindri regolari, il loro diametro non sta alla circonferenza come 7 a 22; esso è più d' un terzo nelle picciole, e presso a poco un terzo nelle grosse, a quattro attorte. Per le attorte formate da fasci di fili attortigliati insieme, questo rapporto è diverso un poco da quello di 7 a 22. Nelle corde a quattro attorte il diametro di queste è circa 2/7 di quello delle corde.

CAPO SECONDO

DELLE MACCHINE PER INNALZARE I PESI

ARTICOLO I.

La figura 1, della Tavola CLXXII, indica la maniera d'elevare un peso col mezzo d'un albero M piantato in terra, e trattenuto da quattro sartie A B C D.

Questa figura è stata fatta per l'interpretazione d'un passo di Vitruvio, Libro X, Capo V, dove parla della semplicità di questo mezzo; ma egli aggiugne che fa d'uopo avere una certa sagacità per servirsene, facendo piegare l'albero verso la parte ove dev'essere posato il carico. Il numero delle taglie che gli antichi adattavano a questa macchina le ha fatto dare il nome di *polypastos*. Si fa uso ancora di questo mezzo in Italia ed in Francia per le opere marittime: poc'anzi alcuni carpentieri che hanno lavorato nei porti ne hanno introdotto l'uso a Parigi, per innalzare costruzioni di legname fatte in occasione di feste.

Le figure 2, 3 e 4 indicano due specie di capre a tre piedi; l'una agisce per mezzo del verricello o mulinello a quattro barre, figura 2. Vitruvio parla di questa macchina al III.° Capo del Decimo Libro, indicandola colla parola *tripastos*, perchè agisce con taglie a tre cordoni. (Vedi le note addizionali sulle Tavole).

L'altra, figure 3 e 4, porta nel mezzo del verricello un tamburo o una grande carrucola R, sulla quale s'attortiglia il canape che deve essere tirato dagli uomini che elevano il peso, ciò che dà loro un vantaggio proporzionato al diametro di questo tamburo a causa del più grande sviluppo della fune. Vitruvio spiega questa macchina al Capo V. dello stesso Libro. (Vedi le note).

Le figure 5 e 6 rappresentano due capre moderne che non si sostengono che con sartie. Quella indicata dalla figura 5 agisce col mezzo di un verricello a testa quadrata T, traforata per ricever le barre mobili.

Quella della figura 6, chiamata capra grande, agisce con un verricello a ruota munita di cavicchie R, sostenuta da aste verticali, commesse

nelle aste principali e nella traversa inferiore. La capra è allungata superiormente con un pezzo G, commesso nelle braccia o aste della capra, avente alla sommità una carrucola.

La figura 7 rappresenta una maniera di riunire due capre, per elevare, senza sartie, i carichi gravissimi. Questo mezzo ingegnoso è stato immaginato dal Sig. di Regemorte, che ne fece uso con buon successo per la costruzione del ponte di Moulins.

La figura 8 indica una capra osservabile in questo, che col mezzo d'un verricello di due diametri differenti T, *t*, risulta dalla maniera con cui il canape, s'attortiglia sulle due parti del verricello, dopo esser passato sulle due carrucole superiori, che si possono levare le barre dal verricello, senza che il carico discenda, ma rimane sospeso all' altezza a cui si trova, allorchè se ne levano le barre.

La figura 9 è l' ingegno propriamente detto; la sua forma rassomiglia a quella dei battipali.

Questa macchina agisce per mezzo d' un verricello T poggiato con una estremità all' asta principale M e coll' altra all' asta D che si commette alle due traverse C C, ed al grande contraffisso; essa è montata sopra una base P chiamata forchetta, composta di due pezzi commessi ad angolo retto, e trattenuti da traverse.

L' asta principale M, essendo puntellata da tre grandi contraffissi, non ha bisogno d' essere sostenuta da sartie.

Questa grand' asta termina in una specie di perno conico *p*, nel quale s' infila una parte F chiamata *falconetto* portante due carrucole *o o*, di cui una corrisponde al verricello, e l' altra al carico.

ARTICOLO II.

Grue a volata fissa e girante, che hanno servito alla costruzione della nuova Chiesa di Santa Genevieffa, e delle pubbliche scuole di Medicina e di Chirurgia.

Le grue sono macchine di cui si fa uso nella costruzione dei grandi edifici, per elevare le pietre, e trasportarle ad una certa distanza da un punto fisso, il che si eseguisce col mezzo d' una specie di rostro di

legname, che ha fatto dare a queste macchine il nome di grue, dalla analogia col becco e col lungo collo di questo volatile.

Le grue sono d' invenzione moderna; quelle di cui hanno parlato Vitruvio ed alcuni autori antichi, erano macchine di guerra che non hanno rapporto colle grue moderne.

La Chiesa di Santa Genevieffa è uno degli edifici pubblici dove si è fatto maggior uso delle grue; io ho veduto fino sette di queste macchine in attività. Incaricato per quasi quarant' anni, di dirigere la costruzione di questo edificio, io ebbi occasione di fare, sul servigio di queste macchine, molte osservazioni, dalle quali risulta: 1.° che acciò una grua ordinaria abbia la solidità convenevole, fa d'uopo che la sua estremità ovvero volata non allontani il carico più di due quinti dell' altezza totale di questa grua.

2.° Che la parte del monaco manicata nel legname mobile formante il rostro della grua debba essere meno della metà della volata, meno cioè della metà della distanza dalla fune che sostiene il carico al centro del monaco.

3.° Che questa parte di monaco deve essere tagliata a cono tronco, la cui grossezza al basso, deve avere altrettanti pollici quanti piedi ha la volata, e quella all' alto, la metà.

4.° Sia che la grua agisca per mezzo d' una ruota a tamburo oppure a cavicchie, la distanza dal centro del monaco a questa ruota deve essere due terzi della volata.

5.° Il diametro dell' una o dell' altra di queste ruote deve essere dodici volte più grande di quello del verricello sul quale la fune s' attortiglia.

6.° La grandezza della base deve essere due terzi della volata.

Quantunque le grue ordinarie, proporzionate in questa maniera, sieno quelle il cui servigio è più vantaggioso, esse hanno nulladimeno due inconvenienti principali. Il primo è che il carico, sospeso all'estremità del becco, agisce con una forza che esige un' armatura fortissima e pesantissima, che aumenta lo sforzo del carico contro il monaco; esso è tanto considerabile che io ho veduto dei monaci di 18 pollici di grossezza rompersi sotto un carico di tremila libbre sospeso all'estremità del becco della grua.

Il secondo inconveniente è che la volata essendo determinata, non può essere d' un buon uso che per un solo caso; in tutti gli altri, essa si trova o troppo grande o troppo piccola, di modo che fa d' uopo

quasi sempre tirare il carico per posarlo; il che aumenta cotanto lo sforzo contro il monaco che è ordinariamente in queste circostanze ch' esso si spezza. Per dare un' idea di questo sforzo faremo il calcolo per una grua ordinaria, che abbia 18 piedi di volata.

Per bene stabilire questo calcolo, fa d'uopo sapere che, in tutte le specie di macchine, dove si eleva il carico per mezzo d' una ruota a cavicchie, il di cui diametro è dodici volte più grande di quello del verricello, fa d' uopo almeno un uomo per ogni mille libbre di carico, perchè giammai gli uomini non montano infino all' estremità della leva orizzontale indicata dal raggio della ruota, e sarebbe anche pericoloso se fossero obbligati montarvi, per timore che il peso, che sarebbe allora pressochè in equilibrio còn lo sforzo degli uomini, non li trascinasse alla minima scossa o movimento che potrebbe aumentare l' azione del carico e produrre accidenti funesti.

Il centro di gravità delle grue ordinarie è dinanzi al monaco quando non sono caricate; ma supponendo che caricando la coda della grua si giunga a fare che questo centro corrisponda alla metà del monaco, come dovrebbe essere; il braccio della leva che sostiene il carico essendo di 18 piedi, produrrà per un carico di tre mila libbre uno sforzo di 54 migliaja. Egli è vero che questo sforzo sarà diminuito dal peso di tre uomini posti sulla ruota a cavicchie, a dodici piedi di distanza dal centro del monaco; il peso medio di ciascun uomo essendo 130 libbre, il loro sforzo totale sarà espresso da $390 \times 12 = 4680$; questo sforzo levato da quello prodotto dal carico, che abbiamo valutato di 54000 libbre, resteranno 49320 libbre per quello che agisce, per rompere la volata del monaco. Il diametro del più forte monaco essendo di 18 pollici per 18 piedi di volata, la distanza dal punto ove si fa il più grande sforzo essendo di 9 piedi, si troverà con un calcolo fondato sulle esperienze o sulla forza dei legni (Vedi Libro I, Sez.ª 2.ª, Cap. III.) che un tal monaco non potrebbe resistere che ad uno sforzo di 65680; di modo che il minore sforzo che si potrebbe fare per tirare un peso di tre mila libbre sospeso al becco d' una grua, ad una distanza un poco più grande della volata, potrebbe far rompere il monaco al collo, come l'esperienza lo conferma; perciocchè io ho veduto un monaco di 16 pollici di diametro rompersi sotto lo sforzo d' un carico che non giungeva a 2800 libbre.

Nel 1763, allorquando s'incominciò ad erigere i quattro piloni della Cupola di Santa Genevieffa, si fece fare con grande spesa, una grua

che aveva 31 piedi 1/2 di volata su 73 piedi di altezza; si era posta al centro di questa cupola colla speranza che potesse fare il servigio pei quattro piloni, per gli archi e pel tamburo al di sopra; ma di lì a non molto si dovette rinunciarvi, perchè lo sforzo contro il mortaco era così considerabile ch' essa poteva appena portare due mila libbre, e faceva d' uopo ancora che fosse caricata alla coda di 7 a 800 libbre. Questa grua, rappresentata dalla figura 1 della Tavola CLXXIII, è stata venduta a buonissimo prezzo agli appaltatori del ponte di Neuilly, che, per la medesima ragione, non poterono servirsene. Nondimeno questa grua era fatta benissimo e in assai buono stato, ma l'artista che l'ha immaginata non avea calcolato lo sforzo prodigioso che doveva risultare da una volata così grande.

Grua della quale si fece uso per la costruzione delle scuole di Medicina (Tavola CLXXIII).

Si fece fare per la costruzione delle scuole di medicina di Parigi una grua, figura 2, che agiva per mezzo d' una manovella, il cui asse aveva 14 pollici di raggio. Questa vite perpetua s' ingranava con una ruota di metallo di 18 denti, portante un rocchetto di 4 denti che ingranava una ruota di 24 denti attaccata al verricello, in guisa che occorrevano 36 giri di manovella per farne fare uno al verricello.

Per valutare la forza di questo ingranaggio fa d'uopo sapere che si dimostra in meccanica che, in tutte le qualità di macchine, le forze devono stare all'effetto che producono nella ragione inversa degli spazj percorsi in un tempo determinato, indipendentemente dagli attriti. In quelle di cui si tratta, avendo la manovella 14 pollici di raggio, la potenza trascorre a ciascun giro una circonferenza di 7 piedi 4 pollici, e, siccome occorrono 36 giri di manovella per un giro di verricello, lo spazio percorso dalla manovella starà a quello percorso dal cavo che s' intortiglia intorno al verricello, come 7 piedi 3 pollici $\times$ 36, a 4 piedi 6 pollici; come 264 a 4 piedi 1/2; come 176 a 3.

L' esperienza ha fatto conoscere che un uomo di forza media applicato ad una manovella non può agire con più di 25 libbre di forza, allorchè questo lavoro, che è uno dei più penosi, deve durare qualche tempo. Quindi si avrà la proporzione 3 : 176 :: 25 ad un quarto termine esprimente il peso che potrà sostenere in equilibrio l' uomo applicato

alla manovella; questo peso avrà pel valore, dietro la proporzione qui sopra $\frac{176 \times 25}{3} = 1466\ 2/3$; ma siccome fa d'uopo inoltre, per fare muovere il carico e vincere l'attrito inevitabile in tutte le specie di macchine, una forza più grande, si può ridurre il carico che un uomo può far muovere a 1200 libbre. Il peso del piede cubico della pietra di Parigi essendo circa 160 libbre, ne risulta che un uomo non potrebbe far ascendere che una pietra di circa 7 piedi cubici, cioè della più piccola qualità di pietra di taglio, poichè non è rado trovarne di quelle che producono fino 40 piedi.

Nelle grue a ruota, quelle a cavicchie sono molto più vantaggiose che quelle a tamburo, perchè l'uomo che monta sopra una ruota a cavicchie può andare fino in B, Tavola CLXXIV, figura 2; allora egli agisce con la maggior leva possibile, invece che quello che è ad una ruota a tamburo non potendo montare tutto al più che in E, non agirà che con la leva E F, che è circa 2/3 soltanto della precedente.

Supponendo una ruota di dodici piedi di diametro, che è la grandezza più ordinaria, un verricello di 15 pollici, e il peso d'un uomo di 130 libbre, il suo più grande sforzo, rapporto ad una ruota a cavicchie, sarà di 130×12, che danno 1560 libbre per il carico che un uomo potrà tenere in equilibrio; ma siccome per far muovere e vincere gli attriti fa d'uopo circa 1/6 del peso, si può ridurre il peso che potrebbe elevare un uomo a 1300 libbre, cioè 100 libbre di più che colla manovella. In una ruota a tamburo un uomo non potrebbe fare equilibrio che ad un peso di 1300 libbre e non potrebbe elevarne che 1084; cioè 216 libbre di meno che colla ruota a cavicchie, e 116 libbre di meno che col meccanismo a manovella; in modo che questo ultimo mezzo si trova fra lo sforzo delle ruote a cavicchie e quello delle ruote a tamburo; ma esso è più lungo e più faticoso.

Una ruota di 15 piedi di diametro, che è la dimensione più in uso, è ordinariamente munita di 45 cavicchie. Si è osservato che occorreva un minuto circa per far fare un giro alla ruota, mentre ne occorrono più di due per far fare un giro al verricello per mezzo della manovella; in guisa che il servigio è una volta più lungo che colle ruote a cavicchie oppure a tamburo.

Fa d'uopo osservare inoltre che, mentre un uomo agisce pel proprio peso, lo sforzo è indipendente dalla sua volontà e dalle sue forze,

invece che l' uomo applicato ad una manovella può agire secondo una parte più o meno grande della sua forza e del suo coraggio; in guisa che è molto più difficile valutare il risultato del suo lavoro, che può talvolta ridursi a metà e talvolta raddoppiarsi.

Nell' uso ordinario, si calcola, per le ruote a cavicchie, un uomo per ciascun migliajo che può pesare il grave da elevarsi, e per le ruote a tamburo un uomo per 750 libbre. Si possono collocare quattro uomini sopra una ruota a cavicchie e tre in una ruota a tamburo; e quando la ruota è a cavicchie ed a tamburo, vi si possono collocare anche dodici uomini, capaci d' elevare dieci mila libbre.

Nuova grua a volata mobile inventata dall' autore, per la costruzione della Cupola della Chiesa di Santa Genevieffa.

I vantaggi della nuova grua sono:

1.° Che la volata non sostiene soltanto il carico, come nelle grue ordinarie; essa non fa che allontanarlo, donde risulta che invece d' agire come una leva che tende a rompersi verso il suo punto d' appoggio, resiste nel senso della sua lunghezza come il legno in piedi, e che non avendo bisogno d'essere così forte, è molto meno pesante che il becco di legname nelle grue ordinarie;

2.° Che il centro di gravità della nuova grua trovandosi dietro il monaco a due piedi circa di distanza, questa posizione ad esso dà il vantaggio di sostenere un peso di 1800 libbre prima che il centro di gravità si porti innanzi al monaco.

Così, allorchè questa grua è caricata di tre mila libbre essa non agisce con maggior forza contro il monaco, di quello che una grua ordinaria la quale fosse carica soltanto di 1200 libbre; la sua volata essendo di 18 piedi come quella della grua ordinaria che noi prendiamo per punto di comparazione, lo sforzo contro il monaco sarà di 21600 libbre, da cui, togliendo quello prodotto dal peso di tre uomini che elevano il carico valutato come nell' esempio precedente a 4680 libbre, non resteranno che 16920 invece di 49320, che dà la grua ordinaria, cioè un poco più del terzo. Ma fa d' uopo notare che gli sforzi del peso e della potenza che si riuniscono sopra la carrucola superiore corrispondente al centro del monaco, servono molto a consolidare questa specie di grua ed a diminuire lo sforzo contro il monaco. Secondo il calcolo e l'esperienza,

si è trovato ch'essa può portare un peso eguale al suo senza cadere, mentre una grua ordinaria, combinata nella maniera più vantaggiosa, cadrebbe sotto un carico meno della metà del suo peso, se il monaco fosse abbastanza forte per resistervi.

Queste nuove grue, di cui si fece uso per la costruzione della cupola di Santa Genevieffa, e che si adoperano ancora in oggi (1808) per il ristauro dei campanili, hanno elevato delle pietre di 36 a 40 piedi cubici, pesanti da 6 a 7 mila libbre, fino a 150 piedi senza essere affaticate, e senza che sia avvenuto il più picciolo caso. Non si avrebbe mai osato di confidare pesi tanto considerabili a grue ordinarie, a cagione dello sforzo straordinario contro il monaco, che sarebbe stato più di 120 mila libbre, mentre il monaco di 18 pollici di diametro non può resistere che ad uno sforzo di 65 mila libbre.

Nelle nuove grue, questo sforzo può essere affatto soppresso, perchè possono essere sarchiate come una capra col mezzo di un anello a perno situato sopra il cappello che le termina all'alto. Questo anello, corrispondendo al centro del monaco, non cangiando di situazione quando si fa voltare la volata, tre sartie bastano per far fare un giro intiero senza affaticare il monaco.

Un altro vantaggio delle nuove grue è di poter diminuire o aumentare la loro volata di una metà, e di renderle fisse al punto che si vuole. Sovente nella costruzione d'un edificio, si deve prendere il peso di dentro o di fuori d'un muro o di un piedritto per portarlo sopra; in questo caso, è utilissimo che la volata possa allungarsi ed abbreviarsi affine di posare il peso a sito senza essere obbligato di tirare, a rischio di far capovolgere la grua e distaccare il peso.

Descrizione delle parti della nuova grua (Tavola CLXXIV).

Le dimensioni delle grue eseguite per la cupola di Santa Genevieffa sono state combinate pel sito e pel servigio ch'esse dovevano fare; ma sono suscettibili di misure più o meno grandi, in ragione delle circostanze.

La loro altezza totale è di 36 piedi, la loro più grande volata è di 18 piedi, e la più picciola è di 9 piedi, in modo che si possono far descrivere al peso archi di cerchio dai 9 piedi di raggio fino a 18.

La carpenteria mobile che porta la volata è composta d'un doppio complesso di pezzi. I due grandi posati in piedi, indicati sulle figure 1,2,3,

dalla cifra 5, sono chiamati cosce. Entro questi pezzi si adatta il monaco 1, in modo da lasciargli spazio bastante perchè non possano fregare nel girare. Siccome la parte ritondata di questo monaco, va diminuendo, l'intervallo fra queste cosce è più ravvicinato all'alto che al basso. Queste cosce sono riunite nella loro lunghezza da tre traverse 6, 6, 6.

La più bassa ha al di sotto un forte dado di ferro fuso, che riceve il perno del monaco, sul quale poggia tutta la parte mobile della grua. Inferiormente le cosce sono commesse in una piattaforma 9, formante asciallone, traforata da un buco rotondo che abbraccia il monaco al basso della parte ritondata, nel punto ove si fa maggiore lo sforzo. Per diminuire la confricazione, si è guernita la parte del monaco che corrisponde al buco rotondo di questo asciallone, con una banda di rame formante una cintura che rende il movimento estremamente dolce ed eguale.

All'alto, queste due cosce sono commesse in un pezzo 8, chiamato cappello; esse sono abbracciate, ai due quinti della loro altezza, da un grande asciallone 7, che porta la ruota ed una delle punte del verricello, col mezzo d'una piattaforma pendente 13, fissata superiormente con due legami; l'altra punta è sostenuta da due pali 12, commessi con l'asciallone inferiore 9 e col grande asciallone 7.

Al di sotto di questo grande asciallone sono quattro grandi traverse 11, che si uniscono al basso nelle coscie 5, e al di sotto quattro contraffissi 10, per puntellare le coscie all'alto, e mantenerle a piombo.

La volata è formata da un pezzo di legno 15, fermato nella parte inferiore al davanti del monaco, sotto il grande asciallone, da una forte cavicchia intorno al quale si muove. Questa cavicchia è sostenuta da due appoggi intagliati nelle cosce, e ritenuta da una staffa di ferro che l'abbraccia. Questa volata è munita all'alto, figura 4, di una carrucola di ghisa *a* di due piedi di diametro, portante da una parte una ruota di ferro a denti di sega, affine di poterla afferrare allorchè si vuol rendere la volata mobile; per ciò si è adattato al di sopra della carrucola una specie di leva doppia *b*, mobile intorno d'una cavicchia *c*, che è al terzo della sua lunghezza. A questa leva è adattato un pezzo di ferro schiacciato ad un capo *d*, per premere la fune sulla carrucola; e portando all'altro un coltello per impegnarsi nello stesso tempo con la ruota dentata, in modo che se la grande ruota del verricello agisce, essa farà alzare oppure abbassare la volata con il peso.

La picciola leva, che arresta o libera la carrucola, agisce col mezzo delle catene fermate ai suoi due estremi, e che passano su carrucole infilate nella stessa cavicchia della volata. Una di queste catene viene attortigliata su un picciolo cilindro dove essa è fermata. Si fa tendere la catena per mezzo d' un peso attaccato all' estremità d'una leva piantata nel cilindro; allora la carrucola ed il canape combaciano.

Si ferma la volata al punto che si vuole col mezzo d' una forte catena di ferro posata su un pezzo di legno 16, figura 1, attaccata con una estremità alla volata, e a due terzi della sua lunghezza, con una staffa di ferro ed una cavicchia intorno alla quale questo pezzo può volgersi. L' altra estremità rotola sopra un picciolo cilindro 27, figura 2, situato entro le cosce, mobile intorno al suo asse, per diminuire la confricazione del pezzo di legno che rotola sopra il cilindro; entro le cosce, avvi pure una specie di coltello o barra triangolare 17, che fissa la volata impegnandosi nei denti della ruota. Questo coltello, che è fermato in una delle cosce da una cavicchia di ferro intorno alla quale esso può girare, agisce col mezzo d' un prisma di ferro verticale 18, figura 3, posato al di fuori dell'altra coscia, come il manico del coltello trasversale. Questo movimento si eseguisce per mezzo d'una grande leva di ferro 20, posata verso il basso delle cosce, accomodata con una delle estremità in un asse orizzontale, che porta all' altra estremità una specie di manovella 10, vuota per ricevere un bottone adattato all'estremità del prisma verticale 18. La leva si fissa per mezzo di due ramponi *a* e *b*, figura 2, situati sopra la piattaforma, nella quale le cosce sono commesse inferiormente.

Allorquando si trasporta la leva del rampone che è a diritta a quello che è a sinistra, la manovella, tirando il prisma, fa abbassare il coltello che s' impegna nella ruota dentata; allora la volata resta ferma e la grua fa il servigio d' una grua ordinaria.

Allorchè al contrario si trasporta la leva dal rampone che è a sinistra a quello che è a dritta, questo movimento fa combaciare da una parte la carrucola della volata ed il canape, dall'altra parte fa levare il coltello che era incastrato nella catena; allora la volata diviene mobile, e può alzarsi o abbassarsi con il peso, allungandosi o abbreviandosi secondo le circostanze.

Acciocchè la grande leva possa far muovere nel medesimo tempo il prisma che alza il coltello e legare la grande catena per accerchiare la

carrucola della volata, si è adattato all'asse che porta la gran leva e la manovella, un'altra piccola leva 21, figura 1; che si muove fra una delle cosce ed il monaco. Questa picciola leva è legata con un'altra 22, piantata in un picciolo cilindro di cui si è già parlato, al quale è attaccato un peso 23, per far combaciare la catena che fa accerchiare la carrucola ed il canape all'alto della volata. Risulta da questo assettamento che, quando la gran leva è portata dal rampone che è a sinistra a quello che è a dritta, l'estremità della catena che lega le due leve solleva il peso che faceva cingere la grande catena e diviene allora abbastanza lenta, acciocchè la picciola leva doppia all'alto della volata possa rilevarsi e sciogliere la carrucola col mezzo d'un picciolo peso attaccato ad una catena fissata all'altra estremità di questa leva doppia. Si dovette far agire queste catene che abbracciano e sciolgono la carrucola col mezzo di due pesi, perchè a misura che la volata s'innalza si sviluppa una parte della catena, al di sopra delle carrucole, sulle quali esse passano al di sotto del pezzo di legno che forma la volata, il che diminuirebbe la tensione di questa catena, se il peso abbassandosi, non la conservasse sempre eguale quanto basta.

Questo meccanismo che sembra complicato in una descrizione, si eseguisce però colla più grande facilità e la più grande sicurezza, poichè non trattasi che di trasportare la leva da un rampone ad un altro. Se la volata è fissa e che si voglia renderla mobile, basta di dire ad un manuale qualunque di cangiare la leva e tutto si eseguisce con la più grande precisione; non v'è nessuno sbaglio a temere da parte sua; egli la trova appesa da una parte, e l'appende all'altra. Il meccanismo è talmente combinato, che quand'anche l'appendesse male, non potrebbe risultare nessun inconveniente; la leva può anche sfuggirgli di mano e restare al terzo o al quarto del suo viaggio, e sarebbe lo stesso, perchè la carrucola non può sciogliersi senza che il coltello non s'impegni nella ruota dentata, e non può succedere nessun effetto senza che l'effetto contrario non si eseguisca nello stesso tempo.

Questa nuova grua, malgrado tali vantaggi, mi sembra troppo complicata per l'uso degli edifici; ma si può sopprimere, se si vuole, tutto il meccanismo che serve a rendere la volata mobile, mentre è caricata del peso; allora essa diviene più semplice, meno dispendiosa che le grue ordinarie e d'un migliore servigio, poichè essa può elevare i più grandi pesi, e a volata eguale, essa non ha bisogno di tanta

elevazione, e praticando de' fori nel pezzo di legno che sostiene la volata, si può fermarla, prima di servirsene, al punto che si vuole, col mezzo d'una forte cavicchia passante a traverso delle cosce.

La ruota a cavicchie 14, che fa agire questa grus, ha 16 piedi di diametro ed il verricello 16 pollici; queste dimensioni sono quelle che l'uso ha fatto riconoscere per le più vantaggiose, come pure la combinazione dei pezzi di legno che la fortificano all'interno e che la fissa al verricello.

Il piede del perno 1 è messo sopra un telajo di legname di 14 piedi in quadrato, di cui gli angoli sono fermati dalle traverse 10, con due pezzi che s'incrociano nel mezzo, ove si commette la parte quadrata di questo perno, fortificata da quattro contraffissi 3 (1).

Si aggiungono talvolta alle ruote dei verricelli, dei rotolini per ritenere la ruota, allorchè sgraziatamente si rompe il cavo che sostiene il carico che si innalza, affine d'impedire che la ruota giri in senso contrario e che gli uomini sieno portati via o feriti; ma io ho riconosciuto, per esperienza, che quando un cavo si rompe, il rotolino che ferma subitamente la ruota produce un contraccolpo abbastanza violento per scuotere gli uomini dalle cavicchie quantunque essi si tengano fermi alla ruota, e si storpiano nel cadere. Quando la ruota è libera non soffre che un barcollamento di qualche piede che non agisce con forza bastante da scuotere gli uomini.

Io ho veduto durante la costruzione della chiesa di santa Genevieffa più volte rompersi i cavi e staccarsi le pietre tirandole per farle giugnere alla sommità; nessuno degli uomini che erano sulle ruote di dette grue o scimie, furono feriti, benchè non vi fosse nulla per fermare tali ruote. Accadde una volta che alzando una pietra colla scimia, pesante più di sei migliaja di libbre, il cavo si ruppe quando la pietra era all'altezza di 60 piedi e più: sette uomini erano sulla ruota a civicchie e nessuno fu ferito; e non accadde che un barcollamento di circa due piedi. Il peso sale così lentamente che non può procurare alla ruota una velocità ed una forza grande abbastanza da portar seco gli uomini come molti s'immaginano, perchè il peso degli uomini di cui è caricata, e che fa equilibrio col peso, vi si oppone.

(1) Esiste un modello in grande della grua testè descritta nella galleria d'architettura della Scuola Reale di belle arti. Un altro, di minor dimensione, è stato eseguito a spese del governo pel Conservatorio delle arti e mestieri.

SEZIONE TERZA

FONDAMENTI DEGLI EDIFICI

Nell' arte di edificare si devono considerare i fondamenti come la parte più essenziale d' un edificio, perchè è quella che serve di base a tutte le altre. Dalla maniera con cui essi sono stabiliti dipende principalmente la solidità; gli errori o le negligenze commesse nell' eseguirli sono sovente irreparabili, e possono produrre la ruina di un edificio, o cagionare accidenti gravi che trascinano sempre a grandi spese.

La prima operazione da farsi prima di costruire un edificio, sarà dunque di cercar di conoscere la natura del terreno sul quale debbono essere stabiliti i fondamenti.

Così quando si è presso il sito ove si vuol edificare qualche edificio dello stesso genere dei già costrutti, fa d'uopo esaminare il modo onde sono stati fondati, lo stato in cui si trovano, per giudicare se convengano i processi impiegati, e cercar di evitare gl' inconvenienti che possono essere risultati da qualche omissione o negligenza, e sfuggire le opere superflue. Oltre queste cognizioni bisogna anche assicurarsi se il suolo su cui devesi stabilire sia della stessa natura in tutta la sua estensione, perchè esso muta sovente a pochissima distanza, o per essere stato smosso o per altre circostanze. Converrà scandagliare il terreno per conoscere gli strati diversi ond'è composto paralellamente alla superficie del suolo; la densità e lo spessore di essi che variano e li rendono suscettibili di comprimersi più o meno sotto il peso.

Gli strati formanti il fondo più solido sono quelli che non sono suscettibili di compressione; tali sono le roccie, le masse di pietre che non sono state scavate per di sotto; quindi la ghiaja, i terreni pietrosi, la grossa sabbia mista a terra; il tufo e le terre franche e compatte che non sono state smosse.

I cattivi terreni sono suscettibili di un abbassamento considerevole, come le terre leggiere e porose, quelle che sono state scavate; le terre paludose, limacciose, torbose, bituminose; i terreni argillosi; le sabbie

mobili, e quelle a traverso delle quali l'acqua gorgoglia. È essenzialissimo notare che siccome gli strati buoni e cattivi si trovano ad ogni specie di distanza dal suolo, non è già la maggiore profondità delle fondazioni quella che dà la maggiore solidità.

Vitruvio in molti luoghi della sua opera parla delle precauzioni che si devono prendere per fondare solidamente gli edificj.

Fra gli altri passi, nel Capo Quinto del Libro I, parlando delle mura e delle torri formanti il recinto della città, trovasi il seguente:

... allora le fondamenta delle mura e delle torri si dovranno fare » così. Si scavi giù fino al solido, se può trovarsi, e nel sodo (in quanto » si creda essere ciò richiesto dalla grandezza dell'opera) la larghezza » sia più ampla che non è quella delle pareti, che si faran sopra terra: » dopo di che si riempia il fosso di solidissimi materiali.

Nel Capo III.° del Libro III.° parlando dei templi, aggiunge:

» Le fondamenta delle predette opere si scavino dal sodo (se si » possa trovare), e giù nel sodo tanto quanto sembrerà richiedere la » grandezza dell'opera; e si faccia di fortissima costruzione tutto il suolo » delle medesime. Sopra terra si costruiscano i muricciuoli sotto le co- » lonne una metà più grossi di quello che sieno per essere le stesse; » affinchè le parti inferiori sieno più ferme delle superiori; i quali mu- » ricciuoli sono detti *stereobati*, atante che sostengono i pesi. Gli aporti » delle basi non escano fuori del sodo. Parimente deesi conservare la » stessa grossezza dei muri al di sopra: gl'intervalli poi devono costruirsi » a volta, o di ben calcato terreno, affinchè sieno fermi e sicuri. Che » se non si trovasse il sodo, e il luogo fosse di fondo aggrumolato o » palustre, allora bisogna scavare e votare; poi conficcar pali d'alno, » d'olivo, di rovere abbrustolati, e questi, quanto si possono più spessi,

De fundamentis murorum et turrium (Lib. I. Cap. V.)

... tunc turrium murorumque fundamenta sic sunt facienda, uti fodiantur, si queat inveniri, ad solidum, et in solido, quantum ea amplitudine operis pro ratione videatur, crassitudine ampliore, quam parietum, qui supra terram sunt futuri, et ea impleantur quam solidissima structura.

De fundamentis templorum (Lib. III, Cap. III.)

Substructionis fundationes eorum operum fodiantur si queat inveniri, ab solido, et in solidum, quantum ex amplitudine operis pro ratione videbitur, extruantur, quae structura per totum solum quam solidissima fiat.

Supraque terram parietes extruantur sub columnis dimidio crassiores, quam columnae sunt futurae, uti firmiora sint inferiora superioribus; quae stereobatae appellantur, nam excipiunt onera: spirarumque projecturae non procedant extra solidum.

» cacciar giù colle macchine, riempiendo di carboni i vuoti che rima-
» nesser frà loro, e finalmente con saldissima costruzione riempire le
» fondamenta.

» Costruite per tal modo le fondamenta, si collochino i piedestalli
» a livello, e sopra i piedestalli si dispongano le colonne a norma di
» quanto fu insegnato di sopra.

Nel Capo III del libro V.°, parlando dei teatri,

» Che se le fondamenta si dovranno stabilire sui monti, la cosa
» riuscirà facilissima; ma se la necessità costringesse a piantarle o in
» pianura o in palude, si assodi il terreno, e si facciano le sustruzioni
» secondo il modo da noi prescritto nel libro terzo per le fondamenta
» dei sacri edifizj.

In fine, al Capo XI del Libro VI.° dove si tratta specialmente della stabilità e dei fondamenti degli edifici, si esprime così:

» Se gli edifizj che si stabiliscono a piè piano avranno le fonda-
» menta fatte come quelle di cui si trattò da noi nei primi libri parlando
» dei muri e dei teatri, dureranno senza dubbio per lunghissima anti-
» chità. Che se vi si formeranno ipogei o concamerazioni, i fondamenti
» si facciano più grossi che non saranno i muri degli edifizi postivi so-
» pra; e le loro pareti, i pilastri e le colonne si collochino nel mezzo
» a perpendicolo delle strutture inferiori, affinchè corrispondano al so-
» lido; chè se le pareti e le colonne peseranno in pendio, non po-
» tranno avere fermezza durevole. Oltre a questo, se fra le soglie a

Item supra parietis ad eumdem modum crassitudo servanda est, intervalla autem concameranda aut solidanda fistucationibus, uti distineantur.

Sin autem solidum non invenietur, sed locus erit congestitius ad imum, aut paluster, tunc is locus fodiatur, exinaniaturque, et palis saligneis aut oleagineis, aut robusteis ustulatis configatur, sublicaeque machinis adigantur, quam creberrimae carbonibusque expleantur intervalla palorum, et tunc structuris solidissimis fundamenta impleantur: extructis autem fundamentis, ad libramentum stylobatae sunt collocanda. Supra stylobatas columnae disponendae, quemadmodum supra scriptum est.

De fundamentis theatrorum (Lib. V, Cap. III.)

Fundamentorum autem, si in montibus fuerit, facilior erit ratio; sed si necessitas coegerit in plano, aut palustri loco ea constitui, solidationes, substructionesque ita erunt faciendae quemadmodum de fundationibus aedium sacrarum in tertio libro est scriptum.

De firmitate in fundamentis aedificiorum (Lib. VI, Cap. XI.)

Ædificia que plano pede instituuntur, si fundamenta eorum facta fuerint, ita uti in prioribus libris de muro et theatris a nobis est expositum, ad vetustatem ea erunt sine dubitatione firma: sin

» seconda dei pilastri e delle ante si sopporranno le imposte, saran van-
» taggiose: perchè quando le soglie e le travi sono troppo caricate dalle
» strutture, cedendo nel mezzo, frangono colla loro dissoluzione la fab-
» brica; ma quando si sottopongono a foggia di conio le imposte non
» permettono che le travi collo sforzare offendano le costruzioni.

» Parimente si dee operare in modo, che le arcate sollevino il
» peso delle pareti colle divisioni dei conj, e che le loro conchiusure
» corrispondano al centro. Perchè se al di fuor delle travi o ai capi
» delle soglie gli archi saranno rinchiusi dai conj, primieramente la
» materia sollevata non cederà dal peso; poscia se avrà acquistato qual-
» che difetto di vecchiaja, facilmente vi si rimedierà senza manifattura
» di puntelli. Così negli edifizj che si fabbricano a pilastri, le volte dei
» quali si serrano nelle divisioni de' conj colle connessioni corrispondenti
» al centro, devono farsi i pilastri estremi più larghi, affinchè possano
» aver forza da resistere ai conj, che spinti dal peso dei muri, pre-
» mendosi per le connessioni al centro, caccerebbero fuori le imposte.
» Onde se i pilastri angolari saranno assai larghi rattenendo i conj da-
» ranno fermezza all' opera.

» Quando si avrà posto attenzione di adoperare in queste cose la
» massima diligenza, si dovrà non meno osservare, che tutte le strut-
» ture vadano a perpendicolo, e che non abbiano in alcuna parte pro-
» clinazioni.

» Somma poi deve essere la cura delle sustruzioni; perchè in que-
» ste la congestione della terra suol produrre danni infiniti. La terra
» non può infatti essere sempre dello stesso peso che suol essere nel-
» l'estate; ma nella stagione invernale ricevendo dalle pioggie gran co-

autem hypogea concamerationesque instituentur, fundationes eorum fieri debent crassiores, quam quae in superioribus aedificiis structurae sunt futurae, eorumque parietes, pilae, columnae ad perpendiculum inferiorum medio collocentur, uti solido respondeant; nam si in pendentibus onera fuerint parietum aut columnarum, non poterunt habere perpetuam firmitatem. Praeterea inter limina secundum pilas et antas, postes si supponentur, erunt non vitiosae. Limina enim et trabes structuris cum sint oneratae, medio spatio pandantes, frangunt sua lysi structuras. Cum autem subjecti fuerint et subcuneati postes, non patiuntur insidere trabes, neque eas laedere. Item administrandum est, uti levent onus parietum fornicationes cuneorum divisionibus, et ad centrum respondentes earum conclusurae: cum enim extra trabes, aut liminum capita arcus cuneis erunt conclusi, primum non pandabit materies levata onere, deinde si quod e vetustate vitium ceperit, sine molitione fulturarum faciliter mutabitur.

Itemque, quae pilatim aguntur aedificia, et cuneorum divisionibus coagmentis ad centrum respondentibus, fornices concluduntur, extremae pilae in his latiores spatio sunt faciundae, uti vires eae habentes resistere possint, cum cunei ab oneribus parietum pressi per coagmenta ad centrum se prementes

» pia d'acqua, crescendo di peso e di volume disrompe e scompone
» le connessioni del fabbricato. Onde per rimediare a questo difetto si
» dovrà prima fare in guisa, che giusta il volume della congestione sia
» determinata la grossezza della struttura: secondariamente insieme con
» le fronti si costruiscano le anteridi ossia le erisme e queste sieno in
» tanta distanza fra loro quanta dev' essere l' altezza della sustruzione
» ed abbiano la grossezza della medesima sustruzione. Procedano esse
» dalla parte inferiore per cui fu stabilita la grossezza della sustruzione,
» poi si ristringano gradatamente finchè alla sommità abbiano tanto di
» prominenza, quanto è la grossezza dell' opera.

» Inoltre al di dentro verso il terreno si costruiscano unitamente
» al muro certi denti a forma di sega, e ciascheduno di questi denti
» si discosti tanto dal muro, quanta dev' essere l' altezza della sustru-
» zione. La struttura dei denti sia della stessa grossezza di quella del
» muro. Parimente negli angoli estremi, quando ci saremo scostati dal-
» l' angolo interno per tanto spazio, quant' è l'altezza della sustruzione,
» si farà un segno d' ambe le parti: da questi segni si collocherà una
» struttura diagonale, e dalla metà di quella un' altra congiunta con
» l' angolo del muro. Così i denti e le strutture diagonali impediranno
» che tutta la forza della congestione prema sul muro, ma rattenendola
» ne dissiperanno l' impeto.

» Or io esposi il modo di costruire le opere senza difetti, e le
» cautele che si devono avere nel cominciarle, perchè delle tegole,
» delle travi, delle tavole non fa d'uopo di tanta cura, come di queste

extruderint incumbas. Itaque si angulares pilae erunt spatiosis magnitudinibus, continendo cuneos firmitatem operibus praestabunt.

Cum in his rebus animadversum fuerit, uti ea diligentia in his adhibeatur, non minus etiam observandum est, uti omnes structurae perpendiculo respondeant, neque habeant in ulla parte proclinationes.

Maxima autem esse debet cura substructionum, quod in his infinita vitia solet facere terrae congestio; ea enim non potest esse semper uno pondere, quo solet esse per aestatem, sed hibernis temporibus recipiendo ex imbribus aquae multitudinem crescens et pondere et amplitudine disrumpit et extrudit structurarum septiones.

Itaque ut huic vitio medeatur, si erit faciundum, uti primum pro amplitudine congestionis crassitudo structurae constituatur, deinde in frontibus anterides sive erismae sint una struantur, eaeque inter se distent tanto spatio, quanta altitudo substructionis est futura, crassitudine eadem qua substructio.

Procurrant autem ab ima per quam crassitudo constituta fuerit substructionis, deinde contrahantur gradatim ita, uti summam habeant prominentiam, quanta operis est crassitudo.

Praeterea introrsus contra terrenum uti dentes conjuncti muro serratim struantur, uti singuli

» altre cose, le quali se sono difettose facilmente si mutano. Così ho
» pur esposto in qual maniera si possano ridurre a fermezza quelle cose
» stesse che non si credono solide. Il servirsi poi di tutti i generi di
» materiali non è in potere dell'architetto; perchè non in tutti i luoghi
» nascono tutte le sorta di cose, come nel prossimo volume si è detto.
» Inoltre sta nell'arbitrio del padrone l'edificare o con mattoni, o con
» cemento, o con sasso quadrato.

» Poichè le aggiudicazioni di tutte le opere sono tripartitamente
» considerate; cioè per la finezza fabbrile, per la magnificenza e per
» la disposizione; quando si vedrà un'opera magnificentemente com-
» pita, da ogni potestà si loderanno le spese: quando finamente, si
» approverà l'esattezza dell'officinatore; quando poi avrà il pregio della
» venustà delle proporzioni e delle simmetrie, allora sarà la gloria del-
» l'architetto.

» Tutte queste cose poi si conducono bene quando l'architetto
» non isdegna di ascoltare i consigli degli artisti ed ancor degl'idioti.
» Perchè non solamente gli architetti, ma tutti gli uomini possono giu-
» dicar ciò ch'è buono; se non che fra gli architetti e gl'idioti v'ha que-
» sta differenza, che l'idiota se non vede fatto non può sapere quel che
» sarà per essere; l'architetto poi, tosto che ne ha in sè concepita
» l'idea, prima di cominciare ha pur definito quale sia per esserne la
» venustà, l'uso, il decoro. Fin qui più chiaramente che potei ho indi-
» cate le cose da me reputate utili agli edifizj privati ed il modo di
» farli: nel seguente volume tratterò delle loro puliture, affinchè sieno
» eleganti, e per molta antichità durino senza guastarsi.

dentes ab muro tantum distent, quanta altitudo futura erit substructionis: crassitudines autem habeant dentium structurae uti muri. Item in extremis angulis cum recessum fuerit ab interiore angulo, spatio altitudinis substructionis, in utramque partem signetur, et ab his signis diagonios structura collocetur; et ab ea media altera conjuncta cum angulo muri.

Ita dentes et diagoniae structurae non patientur, tota vi premere murum, sed dissipabunt retinendo impetum congestionis.

Quemadmodum opera sine vitiis oporteat constitui, et uti caveatur incipientibus exposui; namque de tegulis, aut tignis, aut asseribus immutandis non eadem est cura, quemadmodum de his; quod ea quamvis sint vitiosa, faciliter mutantur. Itaque nec solida quidem putantur esse, quibus rationibus haec poterunt esse firma, et quemadmodum instituantur, exposui.

Quibus autem copiarum generibus oporteat uti, non est architecti potestas; ideo quod non in omnibus locis omnia genera copiarum nascuntur, uti in proximo volumine est expositum.

Praeterea in domini est potestate, utrum lateritio, an cementitio, an saxo quadrato velit aedificare.

Itaque omnium operum probationes tripartito considerantur, idest fabrili subtilitate, magnificentia et dispositione.

I passi di Vitruvio or ora citati, e specialmente quest' ultimo Capo, contengono ciò che vi ha di più essenziale da dire sulle precauzioni da prendere per dare agli edificj una conveniente solidità; perciò ne ho riportata per intero la traduzione. Sembra che a questa sorgente abbiano attinto gli autori che dopo lui hanno scritto sull' arte di edificare; tali sono Leon Battista Alberti, Scamozzi, Filiberto Delorme, i quali in seguito sono stati copiati da infiniti altri.

La figura 4 rappresenta la piaota d' nna parte di mnro di terrapieno antico della villa Adriana presso Tivoli; esso sostiene nna grande spianata che era circondata di portici, e conosciuta sotto il nome di Pecile. Contro questo muro, la cui più grande elevazione è di 50 piedi, sono caricati gli alloggi che servivano per la guardia pretoriana: la parte soperiore di questi alloggiamenti formava il pavimento dei portici soperiori: qnesto muro è incavato da vani semicircolari B B, di 14 a 15 piedi di diametro, voltati in nicchie con doppio mnro innanzi, e da altri vuoti C C, onde isolare quello che forma il fondo di queste camere per guarentirle dall' nmidità. Questi alloggi chiamati le *cento camere*, a cagione del loro numero, formano due piani a volta l' nno sopra l' altro; le stanze E E, hanno 18 piedi e 1/2 per ciaschedona di lunghezza, sopra 14 piedi e 1/2 di larghezza; sono esse separate da muri pieni formanti speroni al muro di terrapieno; esse non hanno che una porta sulla facciata e sono voltate a botte da uno sperone all' altro; ciascuna corrisponde ad uno dei vuoti praticati nello apessore del muro di terrapieno. Questi due ranghi di camere voltate formavano quattro piani col mezzo di tavolati intermedj sostenuti da modiglioni di pietra che esistono ancora.

Cum magnificenter opus perfectum aspicietur a domini potestate, impensae laudabuntur: cum subtiliter, officinatoris probabitur exactio: cum vero venustate, proportionibus et symmetriis habuerit auctoritatem, tunc fuerit gloria architecti.

Haec autem recte constituuntur, cum is et a fabris, et ab idiotis patiatur accipere se consilia. Namque omnes homines, non solum architecti, quod est bonum possunt probare, sed inter idiotas et eos hoc est discrimen, quod idiota nisi factum viderit, non potest scire quod futurum sit; architectus autem simul animo constituerit, antequam inceperit, et venustate et usu et decore quale sit futurum, habet definitum.

Quas res privatis aedificiis utiles putavi, et quemadmodum sint faciundae, quam apertissimae potui perscripsi. De expolitionibus autem eorum, ut sint elegantes, et sine vitiis ad vetustatem, in sequenti volumine exponam.

CAPO PRIMO

DELLE FONDAZIONI IN CATTIVO TERRENO

ARTICOLO I.

SPERIENZE SULLA FORZA DELL' URTO DEI CORPI RELATIVAMENTE AL CONSOLIDAMENTO DEI TERRENI COMPRESSIBILI.

Noi abbiamo detto nel Libro I, Tomo II, parlando delle costruzioni in pietre di taglio, ch'esse potevano essere considerate come un sistema di corpi pesanti che si sostengono reciprocamente in uno stato di quiete al di sopra dell'equilibrio. Lo stesso dicasi di qualunque specie di muratura; tutto ciò che tende a diminuire la loro stabilità, le rende meno solide e può cagionarne la ruina.

In tutte le specie d'edifici vi sono due cause che tendono a distruggerli, l'una è l'abbassamento e l'altra la spinta; e tutte e due sono il risultato del peso. Nel primo caso, i corpi agiscono verticalmente con tutta l'energia del loro peso, per aggravare, comprimere, e talvolta schiacciare quelle che le sostengono.

Nel secondo caso, il peso non potendo agire liberamente secondo la direzione che ad esso è naturale, tende a schiacciare gli ostacoli che gl' impediscono di seguirla.

L'abbassamento è l'effetto che risulta dall'azione verticale del peso su materie suscettibili di compressione, come la maggior parte dei terreni, la malta, il gesso ed altre materie che servono a riunire le pietre nelle opere muratorie.

Lo sforzo del peso che cagiona l'abbassamento, agisce in ragione inversa dell' estensione delle superficie; così lo sforzo d'un peso di 1200 chilogrammi sopra una superficie quadrata, il cui lato fosse d'un metro, è quadruplo di quello che questo stesso peso eserciterebbe sopra una superficie pure quadrata, ma il cui lato fosse di due metri: d'onde risulta che per le superficie simili questo sforzo è in ragione inversa del

quadrato de' loro lati omologhi, in guisa che se queste superficie fossero circolari lo sforzo ch' esse sosterrebbero sarebbe in ragione inversa del quadrato dei loro raggi o dei loro diametri.

Rapporto all'abbassamento che può risultare dalle differenti specie di terreni o dei suoli sui quali devono essere stabiliti i fondamenti degli edifici, esso dipende dal loro grado di compressibilità; perchè suoli non suscettibili di compressione, come quelli formati dalle rocce o dalle masse di cava, non proverebbero nessun abbassamento.

Ne' suoli compressibili, è meno pericoloso l'abbassamento che la ineguaglianza, perchè questa produce rotture e disunioni che possono cagionare la ruina d'un edificio. Per evitare questo inconveniente, fa d'uopo che la superficie dei fondamenti dei muri o dei punti d'appoggio aumenti in ragione del loro carico. La maggior parte degli accidenti che avvengono ai grandi edifici, e ai fabbricati comuni, procedono da ciò che i fondamenti dei punti d'appoggio portano spesso carichi doppi o tripli di quelli delle parti circostanti, occupando talvolta delle superficie minori, il che li rende suscettibili d'un abbassamento più considerabile.

Siccome l'abbassamento dei terreni non è che l'effetto dell'avvicinamento delle parti di essi per lo sforzo del carico, si può prevenirlo battendoli con un mazzapichio, o un pezzo di legno ferrato inferiormente del peso di circa 100 libbre, sollevato da due uomini come ho veduto praticato con buon successo da un abile costruttore, che preferiva questo mezzo alle piatteforme ed alle palafitte nei terreni la cui fermezza era dubbiosa.

Per farsi un'idea di questa operazione, fa d'uopo sapere che il carico d'un muro divisorio di 60 piedi di altezza e di 18 pollici di spessore, non è che circa 8 mila libbre ogni piede superficiale, e che non arriva a 10 mila libbre con quello del tetto e de' solaj; ma siccome lo spessore delle fondazioni è sempre un piede di più, questo carico si riduce per il suolo delle fondazioni a circa 6 mila libbre ogni piede superficiale: questo è l'effetto che presso a poco può produrre il pezzo di legno di cui abbiamo parlato poc' anzi. Il numero delle battute deve essere in ragione della resistenza del terreno; è utile che l'ultima si faccia sopra il primo rango di pietre greggie o di *libages* posato sul suolo anticipatamente battuto e livellato.

Questa idea di battere il terreno per consolidarlo, e la necessità di conoscere, in più altre circostanze, la forza dell' urto d'un corpo che

cade da differenti altezze, mi hanno impegnato a ripetere le sperienze che aveva di già tentato più volte senza aver potuto dedurre risultati sui quali si possa calcolare, perciocchè la reazione prodotta dall' urto non permette di afferrare il giusto valore di uno sforzo che non ha per così dire veruna durata.

Dopo aver riconosciuta da un'infinità di tentativi l'insufficienza di questi mezzi e di molti altri impiegati da diversi autori, come i piatti di bilancia e le leve, ho pensato che il dinamometro immaginato da Regnier, custode del deposito ed archivj dell'artiglieria a Parigi, poteva dare risultati più certi per la ragione che lo sforzo si fa sentire più immediatamente su questo istromento, e che la subita impressione che prova è indicata nel medesimo istante da un ago che resta fisso al punto di divisione che indica lo sforzo: questo istromento è rappresentato dalla figura 4 *bis*, tavola CLXXVI.

Gli esperimenti sono stati fatti in due modi, e hanno dato presso a poco i medesimi risultati.

Per il primo, si applicava un piatto di bilancia al dinamometro a una distanza un poco più grande che l'altezza da cui doveva cadere il corpo. Sospendevasi nel medesimo punto il corpo che doveva cadere con una funicella sottilissima, ad un altezza determinata al di sopra del piatto di bilancia, si bruciava da poi questa funicella affine di non produrre alcun movimento atto a turbare la direzione verticale che doveva seguire il corpo per cadere sul piatto.

Nella seconda maniera si è soppresso il piatto, attaccando il corpo ad una funicella un poco più lunga che non l'altezza da cui doveva cadere; si rilevava poi il corpo, che si teneva sospeso ad una funicella molto più sottile, in guisa che la differenza delle lunghezze di queste due funicelle esprimesse l'altezza della caduta: si abbruciò la picciola funicella; e il corpo ritenuto alla fine della sua caduta dalla grande, comunicava al dinamometro, cui era attaccato la stessa impressione che sul piattello di bilancia. Nella prima maniera, si sottraeva dalla espressione dell'urto indicato dall'ago, il peso del piattello di bilancia: nella seconda si prendeva l'espressione intiera.

Le sperienze fatte ad altezze inferiori di 15 piedi con la prima maniera, hanno dato risultati più forti che colla seconda; ma, per le più grandi altezze le due maniere hanno dato presso a poco i medesimi risultati.

Queste esperienze sono state fatte con palle di ferro di tre grossezze differenti. La prima pesava 9 libbre e 1/2 ovvero 4 chilogrammi e 650 grammi.

La seconda pesava 6 libbre 1/4, ovvero tre chilogrammi e 60 grammi.

La terza, 3 libbre 3/4 ovvero un chilogrammo e 840 grammi.

Io ho fatto dapprima molte esperienze preliminari affine di pervenire a conoscere il mezzo più convenevole di far uso del dinamometro. Questi primi tentativi m' hanno fatto conoscere che è difficile valutare gli urti che risultano dalle cadute più alte d' un mezzo metro. Soltanto dopo esperienze fatte di metro in metro, ho potuto ottenere risultati abbastanza giusti da poter essere paragonati alla teoria.

Dopo aver fatto un grandissimo numero d' esperienze, da 1 metro d' altezza fino a 20, che hanno dato risultati che si approssimano più o meno alla legge indicata dalla teoria, ho preso, per formare le tavole seguenti, il minor risultato delle esperienze fatte a 5 metri d' altezza, essendo quelle che differivano meno fra loro. Ho notato con asterischi i risultati di questi calcoli che si accordano con l'esperienza.

Calcolando queste tavole, ho trovato che quando gli urti stanno al peso del corpo che gli produce come la serie dei numeri 1, 2, 3, 4 ecc., i quadrati di questi numeri che devono esprimere secondo la teoria le altezze delle loro cadute, potrebbero essere indicati da una scala di parti eguali, la cui unità è molto prossimamente una linea o due millimetri 1/4; in guisa che dieci volte il peso dovrebbe corrispondere a cento linee di altezza, venti volte a 400, e 30 volte a 900 linee o 6 piedi e 3 pollici. Nondimeno siccome la resistenza dell'aria diminuisce lo sforzo in ragione delle altezze delle cadute, ho cercato conoscere con nuove esperienze quanto si dovrebbe accrescere l' altezza della caduta per ottenere urti che seguono esattamente la progressione dei numeri prendendo il peso per unità. Ho trovato per trenta volte il peso che l'altezza doveva essere 1588 linee (11 piedi e 4 linee) invece di 1444 linee (10 piedi e 4 linee) dati dalla teoria, facendo astrazione dalla resistenza dell' aria, cioè un piede di più, e per ottanta volte la differenza era di 5 piedi circa.

Malgrado il gran numero d'esperienze e di calcoli da me fatti per giugnere ai risultati contenuti da queste tavole, non gli do che come saggio, cui nuovi sperimenti di scienziati di un ordine superiore potranno perfezionare. Mi sono determinato a pubblicarli perchè li credo sufficenti all'uso comune, perchè non conosco veruna tavola di questo genere, e perchè possono essere di un utile grandissimo nell' arte di edificare.

Tavola prima; *che indica le diverse altezze dalle quali un corpo deve cadere perchè la forza dell' urto formi una progressione aritmetica la cui differenza sia eguale al peso di questo corpo.*

Le colonne A indicano la progressione naturale dei numeri che danno la forza dell' urto, moltiplicando il peso del corpo per ciascuno de'suoi termini.

Le colonne B indicano i quadrati dei numeri delle colonne precedenti, i quali esprimono secondo la teoria, gli spazj percorsi, prendendo per unità il valore della linea ridotta in millimetri, o eguale a $0^{m},00225583 10$.

Le colonne C indicano gli spazj trovati coll' esperienza perchè la forza dell' urto aumenti nella ragione dei numeri indicati dalle colonne A.

Le colonne D esprimono la forza dell'urto per una palla di ferro pesante 4650 grammi.

Le colonne E esprimono la forza dell'urto per una palla di ferro pesante 3060 grammi.

Le colonne F esprimono quella per una palla della stessa materia pesante 1840 grammi

A	B	C	D	E	F
	Millim. 100 mil.	Millim. 100 mil.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.
1	2.25	2.25	4.65	3.06	1.84
2	9.02	9.46	9.30	6.12	3.68
3	20.31	21.61	13.95	9.18	5.52
4	36.10	38.80	18.60	12.24	7.36
5	56.39	60.90	23.25	15.30	9.20
6	81.21	87.97	27.90	18.36	11.04
7	120.53	120.23	*32.55	*21.42	*12.88
8	144.37	157.24	37.20	24.48	14.72
9	182.73	198.98	41.85	27.54	16.56
10	225.58	246.33	46.50	30.60	18.40
11	272.95	298.22	51.15	33.66	20.24
12	324.84	355.28	55.80	36.72	22.08
13	381.23	417.10	60.45	39.78	23.92
14	442.14	484.10	*65.10	*42.84	*25.76
15	507.57	556.05	69.75	45.90	27.60
16	577.49	632.75	74.40	48.98	29.44
17	651.93	714.64	79.05	52.02	31.28
18	730.81	801.50	83.70	55.08	33.12
19	814.35	893.31	88.35	58.14	34.96
20	901.33	990,00	93.00	61.20	36.80
21	994.83	1071.82	*97.65	*64.26	*38.64
22	1091.80	1191.51	102.30	67.32	40.48

A	B	C	D	E	F
	Millim. e 100 mil.	Millim. e 100 mil.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.
23	1193.33	1310.18	106.95	70.38	42.32
24	1299.36	1426.81	111.60	73.44	44.16
25	1409.79	1548.62	116.25	76.50	46.00
26	1524.94	1674.98	120.90	79.50	47.84
27	1644.31	1806.50	125.55	82.62	49.68
28	1768.37	1942.98	130.20	85.68	51.52
29	1896.95	2084.44	134.85	88.74	53.36
30	2029.85	2230.84	*139.50	*91.80	*55.20
31	2165.20	2382.41	144.15	94.86	57.04
32	2309.77	2538.97	148.80	97.92	58.88
33	2456.41	2600.69	153.45	100.98	60.72
34	2607.74	2866.94	158.10	104.04	62.56
35	2763.39	3038.18	*162.75	*107.10	*64.40
36	2923.36	3214.37	167.40	110.16	66.24
37	3088.03	3395.93	172.05	113.22	68.08
38	3287.42	3582.26	*176.70	*116.28	*69.92
39	3431.13	3772.90	181.35	119.34	71.76
40	3609.33	3969.82	186.00	122.40	73.60
41	3792.05	4171.03	190.65	125.46	75.44
42	3979,29	4377.42	195.30	128.52	67.28
43	4171.03	4588.36	199.95	131.58	79.12
44	4367.29	4804.47	204.60	134.64	80.96
45	4568.07	5025.35	*209.25	*137.70	*82.80
46	4773.34	5251.35	213.90	140.76	84.64
47	4983.13	5482.39	218.55	143.82	86.48
48	5197.44	5718.35	223.20	146.88	88.32
49	5416.25	5959.90	227.85	149.94	90.16
50	5639.58	6205.58	232.50	153.00	92.00
51	5867.43	6455.90	237.15	156.06	93.84
52	6099.77	6711.89	241.80	159.12	95.68
53	6336.63	6973.69	*246.55	*162.18	*97.52
54	6578.01	7239.42	251.10	165.24	99.36
55	6823.89	7510.34	255.75	168.30	101.20
56	7047.22	7786.24	260.40	171.36	103.04
57	7329.24	8066.86	265.05	174.42	104.88
58	7588.62	8352.47	269.70	177.48	106.72
59	7852.55	8642.84	274.35	180.54	108.56
60	8120.80	8938.99	*279.00	*183.60	*110.40
61	8393.15	9239.89	283.65	186.66	112.24
62	8671.02	9545.36	288.30	189.72	114.18
63	8932.90	9856.18	292.95	192.78	116.02
64	9239.89	10171.78	297.60	195.84	118.86
65	9530.69	10492.56	302.25	198.90	119.70
66	9826.41	10817.85	306.90	201.96	121.54

A	B	C	D	E	F
	Millim. e 100 mil.	Millim. e 100 mil.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.	Chilog. e gram.
67	10126.43	11148.33	311.55	205.02	123.38
68	10430.97	11483.99	316.20	208.08	125.22
69	10740.03	11823.41	320.85	211.14	127.06
70	11053.58	12169.99	*325.50	*214.20	*128.80
71	11371.45	12520.32	330.15	217.26	130.64
72	11693.84	12875.45	334.80	220.32	132.48
73	11939.72	13235.10	339.45	223.38	134.32
74	12352.94	13601.54	334.10	226.44	136.16
75	12688.87	13971.95	348.75	229.50	138.00
76	13029.69	14347.10	353.40	232.56	139.84
77	13374.83	14727.43	*358.05	*235.62	*141.68
78	13724.49	15111.72	362.70	238.68	143.52
79	14078.65	15502.99	367.35	241.74	145.36
80	14437.33	15892.20	372.00	244.80	147.20
81	14800.33	16298.39	376.65	247.86	149.04
82	15167.82	16703.54	381.30	250.92	150.88
83	15540.23	17118.16	385.95	253.98	152.72
84	15916.99	17528.72	*390.60	*257.04	*154.56
85	16298.39	17948.31	395.25	260.10	156.40
86	17684.14	18210.35	399.90	263.16	158.24
87	17074.41	18794.69	404.55	266.22	160.08
88	17469.14	19238.67	409.20	269.28	161.92
89	17896.52	19678.76	413.85	272.34	163.76
90	18191.24	10123.83	*418.50	*275.40	*165.60

Tavola Seconda, *che indica le diverse altezze dalle quali un corpo deve cadere acciò la forza dell'urto formi una progressione aritmetica la cui differenza sia eguale al peso di questo corpo.*

In questa tavola le colonne, marcate A, indicano la progressione naturale dei numeri che danno la forza dell'urto, moltiplicando il peso del corpo per ciascuno de' suoi termini.

Le colonne B indicano i quadrati dei numeri della colonna precedente che esprimono gli spazj percorsi, prendendo una linea per valore dell'unità.

Le colonne C esprimono pure in linee gli spazj indicati dall'esperienza acciò la forza aumenti secondo la progressione dei numeri naturali.

Le colonne D indicano gli stessi spazj espressi in piedi, pollici e linee.

Le colonne E indicano la forza dell'urto per una palla di ferro pesante libbre 9 1/2.

Le colonne F indicano la forza dell'urto per una palla di ferro pesante libbre 6 1/4.

Le colonne G indicano quella per una palla della stessa materia pesante libbre 5 3/4.

A	B	C	D	E	F	G
	Linee	Linee	Piedi, pollici, linee	Libbre	Libbre	Libbre
1	1	1	0. 0. 1.	9 1/2	6 1/4	3 3/4
2	4	4.2	0. 0. 4.2	19	12 1/2	7 1/2
3	9	6.9	0. 0. 9.6	28 1/2	18 3/4	11 1/4
4	16	17.2	0. 1. 5.2	38	25	15
5	25	27	0. 2. 3.	47 1/2	31 1/4	18 3/4
6	36	39	0. 3. 3.	57	37 1/2	22 1/2
7	49	53.3	0. 4. 5.3	*66 1/2	*43 3/4	*26 1/4
8	64	69.7	0. 5. 9.7	76	50	30
9	81	88.3	0. 7. 4.3	85 1/2	56 1/4	33 3/4
10	100	109.2	0. 9. 1.2	95	62 1/2	37 1/2
11	121	132.25	0. 11. 0.2	104 1/2	68 3/4	41 1/4
12	144	157.5	1. 1. 1.5	114	75	45
13	169	184.9	1. 3. 4.9	123 1/2	81 1/4	48 3/4
14	196	114.6	1. 5. 10.6	*133	*87 1/2	*52 1/2
15	225	246.5	1. 8. 6.5	142 1/2	93 3/4	56 1/4
16	256	280.5	1. 11. 4.5	152	100	60
17	289	316.8	2. 2. 4.8	161 1/2	106 1/4	63 3/4
18	324	355.3	2. 5. 7.3	171	112 1/2	67 1/2
19	361	396	2. 9. 0.	180 1/2	118 3/4	71 1/4
20	400	438.9	3. 0. 6.9	190	125	75

A	B	C	D			E	F	G
	Linee	Linee	Piedi, pollici, linee			Libbre	Libbre	Libbre
21	441	484.	3.	4.	4.	*199 1/2	*131 1/4	*78 3/4
22	484	531.3	3.	8.	3.3	209	137 1/2	82 1/2
23	529	580.8	4.	0.	4.8	218 1/2	143 3/4	86 1/4
24	576	632.5	4.	4.	8.5	228	150	90
25	625	686.5	4.	9.	2.5	237 1/2	156 1/4	93 3/4
26	676	742.6	5.	1.	10.6	247	162 1/2	97 1/2
27	729	800.9	5.	6.	8.9	256 1/2	168 3/4	101 1/4
28	784	861.4	5.	11.	9.4	266	175	105
29	841	924.2	6.	5.	0.2	275 1/2	181 1/4	108 3/4
30	900	989.1	6.	10.	5.1	*285	*187 1/2	*112 1/2
31	961	1056.2	7.	4.	0.2	294 1/2	193 3/4	116 1/4
32	1024	1125.6	7.	9.	9.6	304	200	120
33	1089	1197.2	8.	3.	0.2	313 1/2	206 1/4	123 3/4
34	1156	1270.9	8.	9.	10.9	323	212 1/2	127 1/2
35	1225	1346.9	9.	4.	2.9	*332 1/2	*218 3/4	*131 1/4
36	1296	1425.	9.	10.	9.	342	225	135
37	1369	1505.4	10.	5.	5.4	351 1/2	231 1/4	138 3/4
38	1444	1588.	11.	0.	4.	*361	*237 1/2	*142 1/2
39	1521	1672.8	11.	7.	4.8	370 1/2	243 3/4	146 1/4
40	1600	1759.8	12.	2.	7.8	380	250	150
41	1681	1849.	12.	10.	1.	389 1/2	256 1/4	153 3/4
42	1764	1940.4	13.	5.	8.4	399	262 1/2	157 1/2
43	1849	2034.	14.	1.	6.	408 1/2	268 3/4	161 1/4
44	1936	2129.8	14.	9.	5.8	418	275	165
45	2025	2227.8	15.	5.	7.8	*427 1/2	*281 1/4	*168 3/4
46	2116	2328.	16.	2.	0.	437	287 1/2	172 1/2
47	2209	2430.5	16.	10.	6.5	446 1/2	293 3/4	176 1/4
48	2304	2535.1	17.	7.	3.1	456	300	180
49	2401	2642.	18.	4.	2.	465 1/2	306 1/4	183 3/4
50	2500	2751.	19.	1.	3.	475	312 1/2	187 1/2
51	2601	2862.	19.	10.	6.	484 1/2	318 3/4	191 1/4
52	2704	2975.7	20.	7.	11.7	494	325	195
53	2809	3091.4	21.	5.	7.4	*503 1/2	*331 1/4	*198 3/4
54	2916	3209.2	22.	3.	5.2	513	337 1/2	202 1/2
55	3025	3329.3	23.	1.	5.3	522 1/2	343 3/4	206 1/4
56	3136	3451.6	23.	11.	7.6	532	350	210
57	3249	3576.	24.	10.	0.	541 1/2	356 1/4	213 3/4
58	3364	3702.7	25.	8.	6.7	551	362 1/2	217 1/2
59	3481	6831.6	26.	7.	3.6	560 1/2	368 3/4	221 1/4
60	3600	3962.7	27.	6.	2.7	*570	*375	*225
61	3721	4096.	28.	5.	4.	579 1/2	381 1/4	228 3/4
62	3844	4231.5	29.	4.	7.5	589	387 1/2	252 1/2
63	3669	4369.2	30.	4.	1.2	598 1/2	393 3/4	236 1/4
64	4096	4509.1	31.	3.	9.1	608	400	240

A	B	C	D	E	F	G
	Linee	Linee	Piedi, pollici, linee	Libbre	Libbre	Libbre
65	4225	4665.2	32. 3. 7.3	617 1/2	406 1/4	243 3/4
66	4356	4793.5	33. 3. 7.5	627	412 1/2	247 1/2
67	4489	4942.	34. 3. 10.	636 1/2	418 3/4	251 1/4
68	4624	5090.8	35. 4. 2.8	646	425	255
69	4761	5241.7	36. 4. 9.7	655 1/2	431 1/4	258 3/4
70	4900	5364.9	37. 5. 6.9	*665	*437 1/2	*262 1/2
71	5041	5550.2	38. 6. 6.2	674 1/2	443 3/4	266 1/4
72	5184	5707.8	39. 7. 7.8	684	450	270
73	5329	5867.5	40. 8. 11.5	693 1/2	456 1/4	273 3/4
74	5476	6029.5	41. 10. 5.5	703	462 1/2	277 1/2
75	5625	6193.7	43. 0. 1.7	712 1/2	468 3/4	281 1/4
76	5776	6360.	44. 2. 0.	722	475	285
77	5929	6528.6	45. 4. 0.6	*731 1/2	*481 1/4	*288 3/4
78	6084	6699.4	46. 6. 3.4	741	487 1/2	292 1/2
79	6241	6872.4	47. 8. 8.4	750 1/2	493 3/4	296 1/4
80	6400	7047.6	48. 11. 3.6	760	500	300
81	6561	7225.	50. 2. 1.	769 1/2	506 1/4	303 3/4
82	6726	7404.6	51. 5. 0.6	779	512 1/2	307 1/2
83	6884	7586.4	52. 8. 4.4	788 1/2	518 3/4	311 1/4
84	7056	7770.4	53. 11. 6.4	*798	*525	*315
85	7225	7956.6	55. 3. 0.4	807 1/2	531 1/4	318 3/4
86	7396	8145.	56. 6. 9.	817	537 1/2	322 1/2
87	7569	8335.6	57. 10. 3.6	826 1/2	543 3/4	326 1/4
88	7744	8528.5	59. 2. 8.5	836	550	330
89	7921	8723.5	60. 6. 11.5	845 1/2	556 1/4	333 3/4
90	8100	8920.8	61. 11. 4.8	*855	*562 1/2	*337 1/2

Terza Tavola, *che indica il numero delle volte che il peso deve essere ripetuto per esprimere la forza dell'urto di terzo in terzo di metro o di piede metrico in piede metrico.*						*Quarta Tavola*, *che indica il numero delle volte che il peso dev'essere ripetuto per esprimere la forza dell'urto ogni piede di Parigi.*			
Terzo di metro	Piedi metrici	Forza dell'urto	Terzo di metro	Piedi metrici	Forza dell'urto	Piedi	Forza dell'urto	Piedi	Forza dell'urto
1/3	1	11.61	10, 1/3	31	64.50	1	11.47	31	63.68
2/3	2	16.41	2/3	32	65.53	2	16.20	32	64.70
1,0	3	20.09	11,0	33	66.55	3	19.82	33	65.75
1/3	4	23.19	1/3	34	67.55	4	22.90	34	66.69
2/3	5	25.93	2/3	35	68.54	5	25.59	35	67.66
2,0	6	28.40	12,0	36	69.51	6	28.02	36	68.61
1/3	7	30.67	1/3	37	70.47	7	30.28	37	69.56
2/3	8	33.24	2/3	38	71.41	8	32.37	38	70.50
3,0	9	34.77	13,0	39	72.35	9	34.33	39	71.41
1/3	10	36.65	1/3	40	73.27	10	36.19	40	72.32
2/3	11	38.44	2/3	41	74.18	11	37.96	41	73.23
4,0	12	40.15	14,0	42	75.07	12	39.63	42	74.12
1/3	13	41.78	1/3	43	75.96	13	41.25	43	75.00
2/3	14	43.36	2/3	44	76.84	14	42.80	44	75.83
5,0	15	44.88	15,0	45	78.71	15	44.30	45	76.71
1/3	16	46.31	1/3	46	78.57	16	45.76	46	77.56
2/3	17	47.78	2/3	47	79.43	17	47.17	47	78.40
6,0	18	49.16	16,0	48	80.26	18	48.53	48	79.23
1/3	19	50.51	1/3	49	81.08	19	49.86	49	80.05
2/3	20	51.82	2/3	50	81.91	20	51.15	50	80.86
7,0	21	53.09	17,0	51	82.71	21	52.41	51	81.10
1/3	22	54.34	1/3	52	83.52	22	53.65	52	82.46
2/3	23	55.57	2/3	53	84.34	23	54.86	53	83.25
8,0	24	56.76	18,0	54	85.20	24	56.03	54	84.03
1/3	25	57.93	1/3	55	86.21	25	57.19	55	84.81
2/3	26	59.08	2/3	56	86.80	26	58.32	56	85.57
9,0	27	60.20	19,0	57	87.46	27	59.42	57	86.33
1/3	28	61.30	1/3	58	88.21	28	60.51	58	87.08
2/3	29	62.39	2/3	59	88.97	29	61.60	59	87.83
10,0	30	63.45	20,0	60	89.72	30	62.64	60	88.57

La terza tavola è divisa in due parti: la prima esprime gli urti dei corpi cadenti di terzo di metro in terzo di metro, che ho pure indicati per piedi metrici.

La quarta esprime gli stessi urti in piedi di Parigi. Per far uso di queste tavole fa d'uopo moltiplicare il peso del corpo per l'espressione dell'urto, la quale trovasi dirimpetto all'altezza da cui cade.

Esempio Primo.

Se si vuol conoscere la forza dell' urto d' un corpo pesante 40 chilogrammi cadente da tre metri d'altezza, si moltiplicherà 40 per 34,77, che indica nella terza tavola il numero delle volte che il peso deve essere ripetuto per esprimere questo effetto; l' operazione darà 1390 chilogrammi e 8 ettogrammi.

Esempio Secondo.

Del pari se si vuol conoscere la forza dell' urto d'un grave di 120 libbre cadente da 12 piedi di altezza, si moltiplicherà 120 per 39,63, presi nella quarta tavola, e si troverà per l' espressione di questa forza 4755 libbre $\frac{6}{10}$.

Esempio Terzo.

Per conoscere la forza di percussione d' un battipalo comune, pesante 750 libbre, cadendo da 5 piedi di altezza, si cercherà nella quarta tavola la forza che corrisponde ad una caduta di 5 piedi, che si troverà espressa da 25,59: moltiplicando il peso del battipalo per questa quantità $\frac{5}{10}$; si avrà 19192, per la forza di percussione che si cerca.

Esempio Quarto.

Si vuol conoscere l' abbassamento che potrà produrre sopra un terreno comune un pilone di 4 piedi di superficie di base, il di cui carico, comprendendovi il suo peso, è di 60 mila libbre.

Supponendo questo pilone senza imbasamento, cioè che la sua superficie nella fondazione sia la medesima che quella della sua base alla superficie del terreno, è evidente che ciascun piede superficiale sosterrà 15 mila libbre.

Per produrre questo effetto, si potrà prendere una campanella ordinaria, il di cui battipalo peserà 750 libbre; poi, dopo aver diviso 15 mila per 750, si cercherà nella seconda tavola a quale altezza corrisponde il quoziente 20, e si troverà 3 piedi 6 linee $\frac{3}{10}$, cioè che per produrre uno sforzo eguale a quello che cagionerà sul terreno il pilone con la

sua carica, bisognerà far cadere il battipalo da questa altezza. La misura del rompimento che avrà prodotto sarà quella dell' abbassamento che cagionerà la carica di questo pilone.

Fa d' uopo notare che se si fa cadere il battipalo dalla stessa altezza una seconda volta sulla stessa parte, il rompimento, a contare da quello prodotto dal primo urto, sarà molto meno considerevole; che alla terza volta sarà ancora minore, e che andrà sempre diminuendo, in guisa che dopo un certo numero di colpi, il rompimento ne sarà pressochè più sensibile. D'onde nasce che si può assodare un suolo battendo con un battipalo, in modo che non produca quasi nessun abbassamento sotto una carica determinata.

Altra osservazione.

Noi abbiamo fatto vedere, nell'esempio precedente, che lo sforzo d'un pilone di quattro piedi di superficie di base, senza imbasamento, caricato di 60 mila liblre, sarebbe di 15 mila per ogni piede superficiale; ma se si pone questo pilone sopra un filare di pietre che forma tutto all'intorno un imbasamento di 6 pollici, egli è chiaro che la superficie che posa sopra il terreno sarà di 9 piedi, in vece di 4, il che ridurrà lo sforzo della pressione a $\frac{60000}{9} = 6666\ 2/3$ in vece di 15 mila, cioè a meno della metà; e siccome l'abbassamento è in ragione della pressione, esso sarà della metà minore.

Se in vece d' un solo imbasamento se ne forma due ciascuno di 6 pollici, la superficie portata sopra il terreno sarà di 16 piedi, e la pressione $\frac{60000}{16} = 3750$, figura 5, Tavola CLXXVI: così si potrà diminuire la pressione d'un punto d' appoggio, aumentando la superficie della sua base che posa sul terreno. Questo mezzo è utilissimo per agguagliare la carica, ed impedire l' ineguaglianza dell' abbassamento, che è essenzialissimo d' evitare, perchè, siccome abbiamo di già notato, questa disuguaglianza produce qualvolta disunioni e rotture pericolose che possono cagionare la rovina degli edifici.

Un muro continuo, come un muro di mezzo, produce sovente una minore pressione sul terreno d' un punto d'appoggio isolato, che, oltre il suo peso, riceve la carica delle parti circondanti; ma siccome si può sempre ad un dipresso calcolare il peso delle parti d' un edificio, ne risulta che si può così proporzionare l' abbassamento della

loro fondazione, di modo che la pressione sarà da per tutto uniforme. Al difetto contrario fa d'uopo attribuire gli inconvenienti che accadono alle costruzioni nuovamente compiute.

ARTICOLO II.

FONDAZIONE SOPRA TERRE LEGGIERE E POROSE.

Allorquando si è obbligato di stabilire fondamenti sopra terre leggiere oppure porose, e che furono mosse, fa d'uopo precedentemente batterle sino a rifiuto del battipalo o d'altra macchina, il di cui urto sia proporzionato alla carica delle costruzioni che si devono stabilire superiormente. Sopra questo suolo ben battuto si costruiranno i fondamenti come abbiamo indicato qui sopra pei fondi buoni.

Il mezzo di battere il suolo è sovente preferibile e meno dispendioso del palafittarlo, perchè dal ristringimento che produce quest' ultimo mezzo, nasce un attrito tanto considerabile, che s'oppone all' imbasamento dei piloni, di modo che essi non cedano più all'urto del battipalo, quantunque non sieno pervenuti al buon suolo. Questo ristringimento solleva, per così dire, la grossezza della terra nella quale si piantano i pali, spingendo contra le terre vicine; ma queste terre cedendo poi alla fin fine, il letto sollevato si abbassa sotto lo sforzo còntinuo della carica, e produce abbassamenti straordinarii, soprattutto allorchè si sono prese tutte le precauzioni necessarie per fare questa palafitta secondo l' uso adottato. Al contrario, fa d' uopo osservare che la battitura d'un terreno compressibile e della murazione dei fondamenti stabiliti sopra, effettua dapprima l'abbassamento di cui essi sono suscettibili, e gli rende abbastanza fermi per resistere alla carica che debbono sostenere, senza timore di reazione.

ARTICOLO III.

FONDAZIONI SOPRA SABBIE MOBILI, OPPURE PENETRATE DALL'ACQUA.

Le sabbie mobili e quelle penetrate dall'acqua, a traverso delle quali essa ribolle, hanno bisogno d'essere contenute e diseccate.

Si può, per questa operazione, far uso di palafitte e di palanche, purchè possano penetrare tanto nello strato del terreno al di sopra, da resistere agli effetti della mobilità della sabbia e facilitare l'esaurimento dell'acqua, se non è penetrata.

Il miglior mezzo di stabilire fondamenti solidi su questa specie di suolo, è di stendere sopra tutta la superficie del recinto formato dai pali o dalle palanche, un forte strato di smalto o di murazione in pietrame a bagno di malta, come indicheremo più avanti.

Su questo strato ben battuto, livellato ed appianato, si poserà ad un piede o due in dietro un filare di pietre forti piccole a bagno di malta, e battuto per servire di base ai fondamenti dei muri o punti d'appoggio. Questa è la maniera che gli antichi Romani hanno sempre seguito per fondare i loro edifici, e specialmente quando il terreno non sembrava avere bastante fermezza.

Questo mezzo di formare il recinto d'una doppia fila di pali riuniti da due palanche, il cui intervallo è riempito di ghiaja o di terra franca, conviene egualmente alle terre paludose e allo foudazioni nell'acqua. Per fare questa specie di recinto, a cui si dà il nome di *tura*, si praticano nei pali, piantati a pochissima distanza gli uni dagli altri, alcune incavature nelle quali si fanno entrare palanche o tavoloni in legno di quercia tagliati in punta al basso. La larghezza interna di questa specie d'incassamento può essere da 1 sino a 4 metri, in ragione della sua grandezza e della forza dell'acqua.

Si formano pure le ture fra due file di palafitte, allontanate di circa un metro le une dalle altre: davanti a queste palafitte si applicano delle specie di ascialloni o traverse doppie fra le quali si fanno entrare le palanche per mantenerle nella direzione che debbono seguire. Questa disposizione è espressa dalle figure 9 e 10 Tavola CLXXIV.

Acciò le palanche si congiungano meglio, invece di fare le giunture rette, si faranno angolari, in guisa che le une formino angoli saglienti, e le altre angoli rientranti; lo sporto o il rientramento dell'angolo di mezzo può essere del terzo dello spessore del tavolone o palanea, Dettaglio A.

Allorebè una tura è ben fatta, riesce impenetrabile all'acqna, di modo che si può vuotare lo spazio che essa richiude, anche nel mezzo di nn fiume, senza temere che l' acqua filtri attraverso, e stabilire sopra il fondo solidi fondamenti per le pile del ponte, le coscie ed altre opere nell' acqua, ovvero nei terreni che ne sono penetrati, come le paludi, con pari facilità come nui terreni secchi.

Quando non è impossibile far delle ture, queato mezzo di fondare a suolo scoperto è molto più sicnro dei cassoni immaginati per farne a meno.

Tardif, ingegnere di ponti e strade, ha pubblicato nell'anno 1757 un nuovo metodo di formar le ture da incassare, da cui si può trarre vantaggioso partito per stabilire nei terreni sabbiosi, nelle paludi, nei fiumi ed anche nel mare, in vicinanza alle coste, solidi fondamenti. Questo mezzo consiste in nna costruzione di legno, di cui la figura 11, Tavola CLXXVI, esprime il profilo. Forma questa un recinto concavo, composto all'esterno di pali commessi insieme in un suolo o pezzo di legno orizzontale, tagliato ad unghiatnra, armato al di sotto d'una guarnitura di ferro a braccia per unirlo a questo pezzo. L'unghiatura è prolungata all' interno da picciole traverse commesse in un altro pezzo di legno orizzontale più alto di circa 3 piedi; in quest' ultimo sono commessi altri pali allontanati di due piedi 1/2 dai primi. Questa unione di doppi pali trattennti da ascialloni e traverse a differenti altezze, produce nna specie di chiuse somiglianti a quella rappresentata dalla figura 11.

Queste chiuse si collocano a 6 piedi circa di distanza le une dalle altre per formare l'incassamento, il cui piano è determinato dalle correnti al basso. Si ricoprono le file di pali interni e esterni con forti tavole ovvero tavoloni, posti in traverso, e fermati su ciascun palo; il che forma un recinto scavato che si riempie di murazione.

Questa specie d' incassamento offre il vantaggio di potersi combinare sul posto e di formar delle ture, senza aver bisogno di battere nè pali nè palanche; operazione ordinariamente lunghissima, difficile e dispendiosa, soprattutto quando si tratta di fondare nell' acqua.

Per fondare nella sabbia mobile o in un terreno fangoso, si comincia a montare il legname dell'incassamento; e dopo aver guarnito di tavole la parte inferiore B che forma l'ugnatura, e averla empiuta di murazione, si scava tutto intorno all' interno il più uniformemente che sia possibile. A misura che si pianta l'incassamento, si continua a guernire di tavole e di murazione la parte formante il recinto, sinchè si sia pervenuto al fondo solido. Dopo aver terminato di vuotare lo spazio che rinchiude il recinto delle sabbie e delle terre cattive, e fatti gli aggottamenti necessarii, si stabilisce sul suolo ben livellato e battuto, se è possibile, la murazione dei fondamenti.

Se il terreno non può battersi, e se non ha la fermezza necessaria si stenderà sopra il fondo un letto di smalto o di murazione di pietrame fatto con calcina nuovamente spenta. Avendo poi drizzato e livellato questo letto, vi si porrà sopra un filare di grosso pietrame posto a bagno di malta e ben battuto. Questo mezzo è preferibile alle piattaforme e armature di legname perchè ha il doppio vantaggio di consolidare il terreno adattandosi esattamente sulla sua superficie, che diviene più ferma tanto per l'effetto della battitura quanto per l'umido della malta di cui si penetra. Il tempo non può che aumentare la solidità di quest'opera, mentre distrugge le piattaforme di legname: poichè non accade di questi legni come dei pali di cui la parte infissa nel terreno è bene spesso conservata, mentre le teste e le correnti soprapposte sono distrutte.

Per le fondazioni nell'acqua, come quelle delle pile di ponte, basta piantare alcuni pali a tre o quattro metri di distanza gli uni dagli altri, che serviranno a dirigere l'incassamento ed a sostenerlo, mentre si riempie di murazione la parte acavata che forma il ricinto, per farla discendere di mano in mano sinchè abbia toccato il fondo. Allora si farà uso della cucchiaia tutt' all' ingiro dell' interno per fare entrare la puntazza nella sabbia o nel terreno del fondo, affine di poter cavar l'acqua del mezzo.

La parte dell' incassamento al di sopra del fondo del fiume può essere di creta anzichè di murazione, per meglio opporsi al filtramento dell'acqua, perchè questa parte che serve soltanto di tura, si leva quando la costruzione della pila è innalzata al di sopra del livello dell' acqua. Se ne lascia il soprappiù al di sotto del fondo per consolidare i fondamenti e guarentirli dai filtramenti.

Le figure 12 e 13 rappresentano la pianta e la sezione d'una pila di ponte fondata in questa maniera. La parte A della pianta fa vedere

l'incassamento con ascialloni e puntelli per resistere alla spinta dell'acqua e delle terre o sabbie mobili, prima che sieno compiuti i fondamenti e i riempimenti all'intorno.

La parte B indica l'innalzamento della pila e i riempimenti di murazione all'intorno, sino al livello del fondo del fiume.

Gli ascialloni ed altri puntelli dell'interno si sopprimono a misura che si eleva la pila; si potrà anche prescinderne facendo i grandi lati del cassone un poco curvi all'esterno piuttosto che retti affine di resistere alla pressione dell'acqua, che tenderebbe allora a rassodarli anzichè a distruggerli.

Lo spazio segnato E nella pianta e nel profilo compreso fra l'interno del cassone e la pila, non è che d'un piede e mezzo circa o d'un mezzo metro.

Il nuovo sistema di cassoni, inventato da Tardif è stato, non ha molto, applicato con modificazioni importanti alla costruzione del pozzo di discesa che conduce al cammino sotterraneo detto il *Tunnel* intrapreso con altrettanta abilità che coraggio da Brunel, ingegnere francese, sotto il Tamigi, a Londra. (Vedi le Note Addizionali sulle tavole).

ARTICOLO IV.

FONDAZIONI SULL'ARGILLA.

L'ESPERIENZA ha fatto conoscere essere pericoloso lo scavare o palafittare nell'argilla, e che si potrà stabilirvi sopra, d'una maniera solida, i fondamenti d'un edificio, posandovi un graticcio di legname ricoperto di piattaforme. Si cita per modello in questo genere il mezzo impiegato da Blondel maggiore per fondare la corderia di Rochefort. Questo fabbricato elevato di due piani, ha 4 tese di larghezza in opera e 216 tese di lunghezza, non compresi i padiglioni delle due estremità. Facendo scavare il terreno sul quale è stabilito, trovò al di sotto del primo strato, che era di terra nera coperta di piote, una massa di argilla di 10 a 12 piedi di spessore, di cui la parte superiore era fermissima, ma che poi lo diveniva meno a poco a poco, in guisa che

il fondo non era che un fango semiliquido; il cattivo terreno sotto l' argilla si estendeva ad una sì grande profondità che non si potè trovarne il fondo. Frattanto questo edificio era troppo considerabile perchè si potesse tentare la pratica del paese, cioè di porre i primi filari immediatamente sopra il suolo, avendo l'esperienza fatto conoscere agli abitanti che due piedi di terra buona, soda e legata colle radici delle erbe bastavano per sostenere i muri delle case ordinarie.

Dopo molte ricerche e informazioni fatte sulla maniera di fondare sulla argilla, Blondel si decise a stabilire i fondamenti del suo edificio sopra una graticola di legname, formata di pezzi di legno di 10 a 11 pollici di grossezza, commesse a coda di rondine tanto piene che vôte. Questa graticola s'estendeva non solamente in tutta la lunghezza dei muri di faccia, ma ancora sotto i muri di traverso, i quali non si elevavano che all'altezza del suolo, e che Blondel avea creduto necessario di stabilire di 4 tese in 4 tese, per legare i fondamenti dei muri di facciata insieme.

Su questa graticola. seppellita nell' argilla in tutta la sua grossezza, formasi un tavolato a livello, in tutta la sua estensione, con tavoloni combaciati di tre a quattro pollici di spessore, incavigliati sopra i pezzi di legno della graticola. Sopra questo pavimento si stabilì il primo filare di grosso pietrame pel fondamento dei muri, e perchè non nascesse alcun inconveniente, si è avuto l' attenzione di costruire tutti i muri insieme e in un solo filare, cioè di non incominciarne uno nuovo se non compito quello al di sotto tutto all' ingiro. Col mezzo di tali precauzioni, si pervenne ad elevare questo immenso edificio senza che ne risultasse il minimo inconveniente, e trovasi tuttora in buonissimo stato.

La maniera di fondare sulla torba è assolutamente la stessa. Questo metodo è ancora impiegato con buon successo sulle terre fangose e paludose, senza altra preparazione che di stabilirvi la graticola al di sopra. Ma fa d'uopo però che lo spessore e la consistenza del terreno fangoso, sieno ovunque le stesse, affine che il calo si faccia egualmente, di modo che tutte le parti elevate al di sopra conservino la loro direzione verticale.

I costruttori più esperimentati non fanno quasi più uso dei piloni se non per fissare i fondamenti sul terreno, quando si tratta d'opere costruite lungo i fiumi e sulle rive del mare, e gli mettono piuttosto in avanti che al di sotto.

ARTICOLO V.

DELLA GROSSEZZA DEI FONDAMENTI.

Vitruvio si contenta di dire che i fondamenti devono essere più grossi delle costruzioni che vi si vogliono sovrapporre. Palladio pensa che fa d'uopo dare ai fondamenti dei muri il doppio della loro grossezza al pian terreno. Scamozzi non indica che il quarto in su e il sesto almeno. Filiberto Delorme dà loro la metà. Mansard ha seguìto questa regola agli Invalidi.

È sorprendente che questi autori e tutti quelli che gli hanno copiati, non abbiano fatto attenzione che l'estensione dei fondamenti sul terreno deve essere piuttosto in ragione del peso che della grossezza dei muri. Così nelle combinazioni rappresentate dalle figure 7 e 8, Tavola CLXXV, i cubi che formano la loro base, essendo egualmente carichi, comprimono il suolo sul quale posano con una stessa forza. Sovente un muro, massiccio, grossissimo, comprime meno il terreno in ragione della sua grande superficie, che un muro molto più sottile, tanto più che bene spesso si assegna loro una maggiore grossezza collo scopo soltanto di renderla capace di resistere agli sforzi laterali, come la spinta delle terre o delle volte.

La figura 17, Tavola CLXXVI, indica un mezzo proposto da Leon Battista Alberti, per dare ai fondamenti parecchi punti d'appoggio isolati, affine di diminuire l'effetto della pressione, facendola sopportare da una maggior superficie. Questo mezzo consiste a costruire negli intervalli dei pilastri degli archi rovesciati che mandano una parte del carico sopra gli spazj intermedii. Si è fatto uso di questo metodo pei fondamenti delle colonne interne della Chiesa di Santa Genevieffa.

Leon Battista Alberti non considera i fondamenti siccome parte delle costruzioni superiori. Ad avviso di lui questi non sono che la base sulla quale esse devono essere posate, e ne dà ragione dicendo che se il suolo sarà sufficentemente solido, come se di roccia o di pietra, sarà inutile il farne. Così, a detta di questo dotto autore, i fondamenti non sono altra cosa che basi artificiali per supplire alla imperfezione della stabilità

dei terreni; in guisa che, procurata con altro mezzo la stabilità sufficiente, essi saranno inutili. Se non si trattasse che della pressione verticale esercitata dal peso, si potrebbe farne a meno in certi casi; ma questo sforzo essendo quasi sempre combinato con qualche altro, è sano consiglio il costruirne anche sopra i terreni più sodi.

Considerate le difficoltà di caricare immediatamente un terreno d'un peso assai considerabile per equivalere alla pressione d'una costruzione, anche mediocre, la maniera più semplice di supplire ci parve essere la caduta dei corpi. Allorchè l'uso del battipalo che noi abbiamo proposto non è praticabile, può adoperarsi una trave ferrata all'estremità e d'una minore superficie di base, o una mazzeranga, perchè la forza dell' urto essendo in ragione inversa della soperficie della base, ne risulta che un pezzo di legno che non avrà che la quarta o la sesta parte del battipalo, può produrre lo stesso urto con un quarto o un sesto del suo peso. Quattro uomini, invece di sedici che esige un battipalo, produrranno il medesimo effetto sopra una superficie quattro volte minore, con meno sforzo, perchè essi avranno al meno a sormontare l'attrito del battipalo e della carrucola.

Io ho notato a tale proposito che gli uomini applicati a sollevare questa trave come pure quello che adopera la mazzeranga (una mazzeranga peserà 50 libbre circa) producono un maggiore effetto che se la trave o la mazzeranga cadesse naturalmente dall'altezza alla quale la elevano, allorchè questa altezza non è più grande che di un terzo di metro, perchè involontariamente essi si appoggiono o premono il corpo nella sua caduta in proporzione dello sforzo fatto per elevarlo. È però con un martello si batte un colpo più forte che se si lasciasse cadere dall' altezza cui si eleva per battere.

Si può conchiudere, da quanto si è detto, che il principale oggetto dei fondamenti deve essere il consolidamento del terreno sul quale essi posano, e che tutte le operazioni dovranno dirigersi a questo scopo essenziale; perchè la bontà delle costruzioni che si stabiliscono sopra un suolo mal assodato non può giammai procurare la vera solidità ad un edificio.

CAPO SECONDO

DELLE FONDAZIONI SOPRA UN BUON TERRENO.

Abbiamo già detto che indipendentemente dalle rocce e dai massi di cava, si contano fra i fondi solidi la ghiaja, i terreni pietrosi, la grossa sabbia mista di terra, il tofo e le terre franche e compatte non ancora smosse. Siccome questi differenti suoli sono più o meno compressibili han bisogno d'essere sperimentati. Bullet propone un mezzo che ha qualche rapporto con quello che abbiamo indicato. Dopo aver parlato dei fori o pozzi di prova che si possono praticar nel terreno per conoscere i strati di cui è formato, soggiugne:

« V'è un' altro mezzo di conoscere se il terreno su cui si vuol » fondare è di grossezza sufficiente e se vi sieno cattive terre al di sotto; » bisogna prendere una grossa trave di 6 ad 8 piedi, e battere la terra » coll' estremità: se resiste al colpo ed il suono par secco e chiaro, si » può conchiuderne che il terreno è fermo; ma se colpendo la terra » rende un suono sordo e senza alcuna resistenza, si può conchiudere » che il fondo non è buono. »

Questa prova può ben dare un' idea della fermezza del suolo, ma non si può col mezzo che abbiamo indicato, valutarla per proporzionare la larghezza dei fondamenti al grado di consistenza del suolo.

Nei terreni buoni, come quello di cui ora si parla, puossi proporzionare il numero delle ritirate o degl' imbasamenti al grado d'infossamento della trave nel suolo. Se essa resiste al colpo e rende un suono chiaro una sola ritirata può bastare.

Allorchè si vuol fondare solidamente, fa d'uopo che il primo filare sia di grosso pietrame, cioè in grandi pietre senza paramenti, di cui i letti saranno drizzati e battuti allo scarpello. Si posa qoesta corsia, dopo aver ben livellato e battuto il suolo, sopra un letto di malta, oppure dopo avere sparso sul terreno un latte di calcina. Questa prima corsia deve essere battuta con una mazzeranga; il soprappiù può essere costruito in grosso pietrame posato a bagno di malta e battuto di tanto in tanto, con delle catene di sassatelli sotto i punti d'appoggio e le parti le più caricate, proporzionando, come abbiamo detto, il loro spessore, al carico che devono sostenere.

CAPO TERZO

DELLE FONDAZIONI SULLA ROCCIA O SULLE MASSE DI CAVA.

Malgrado la solidità apparente di queste due specie di suolo, vi sono ancora delle precauzioni da prendersi per sovrapporvi solide costruzioni. Fa d'uopo prima di tutto assicurarsi se sotto la roccia o la massa apparente della cava trovinsi delle cavità, e se il loro spessore sia abbastanza forte per sostenere, senza rompersi, il peso delle costruzioni che vi si vogliono sovrapporre. Allorchè la roccia o la massa hanno poco spessore, allorquando si trovano cavità, fa d'uopo riempirle di fabbricazione o sostenerle con archi. Quando si è cominciato a fabbricare la Chiesa di Val-de-Grace, si è creduto stabilire i fondamenti in maniera solidissima, posandoli sopra una massa di cava; ma appena sortì dal livello del terreno, una parte dell'edificio s'abbassò considerabilmente. Dopo alcune ricerche, trovossi che la parte sulla quale erano stati fondati era stata scavata, e bisognò sostenere il cielo di questa parte di cava con costruzioni stabilite al di sotto.

Allorchè si è certi che la roccia sulla quale si deve fondare è solida, si comincia per porre a livello le parti sulle quali devono posare i primi filari. Se la roccia è troppo ineguale, si divide da banchi di livello, Tavola CLXXVI, figura 8; e affinchè le parti basse non possano calare, fa d'uopo, se è possibile, costruirle in pietre di taglio o grossa ghiaja posata senza malta, alla maniera degli antichi sino all'altezza del livello generale. Se è forza costruire in muratura di pietrame e malta, fa d'uopo aver cura di battere per filari, per diminuire più che sia possibile l'effetto del calo.

Fatto l'agguagliamento generale sarà bene lasciar in riposo l'opera per qualche tempo, affinchè la costruzione possa acquistare una certa consistenza prima di fabbricarvi sopra.

Se lo scoglio sarà troppo ineguale, si può fondare per incassamento con picciole pietre e rottami di roccie murati a bagno di malta fatta con buona sabbia e calcina di fresco spenta, come lo smalto, o la murazione di rottame, figure 6 e 7, della medesima tavola.

Se questa costruzione è ben fatta e battuta, come abbiamo indicato all'articolo VI della 3.ª sezione del libro II.º, essa formerà un banco d'un solo pezzo, più fermo e più solido del miglior suolo, capace di rimediare a tutti i difetti del terreno sul quale sarà stabilito. Fa d'uopo che lo spessore e la larghezza di questo strato di murazione sieno proporzionati al grado di consistenza del suolo.

La sodezza d'un suolo, come la roccia, può anche permettere di non stabilire i fondamenti che su punti d'appoggio allontanati gli uni dagli altri, e riuniti da archi, come han fatto i Romani in molte austruzioni di questo genere, che sostengono parti d'edificj e strade antiche.

CAPO QUARTO

DEI FONDAMENTI IN ACQUA.

ARTICOLO I.

VITRUVIO parlando dei porti, dà il dettaglio dei differenti mezzi adoperati dagli antichi Romani per fondare i moli nel mare.

Così parla nel Libro V, Capo XII.

» Le strutture poi nell' acqua, mi pare che debbano farsi in que-
» sta maniera. Si trasporti la polvere da quelle ragioni che da Cuma si
» estendono fino il promontorio di Minerva, e si mescoli colla calcina
» in guisa che due parti di quella corrispondano ad una di questa. Po-
» scia nel luogo che sarà stabilito, si lascino cadere nell' acqua e si
» colleghino validamente le arche chiuse con forti pali e con catene:
» inoltre dentro di quelle col mezzo di zattere si purghi e si spiani la
» parte inferiore sott'acqua, e poi vi si getti dentro materia di cemento
» mista con calcina (come fu detto di sopra), finchè sia riempiuto quello
» spazio di struttura che v' è fra le arche. Questo benefizio naturale lo
» hanno quei luoghi, che abbiamo poco fa nominati.

» Ma se i flutti o gl'impeti dell' aperto mare impediranno che pos-
» sano star ferme le arche così incatenate, allora si fabbrichi un letto

Lib. V. *Cap.* XII.

Eae autem structurae, quae in aqua sunt futurae, videntur sic esse faciendae, uti portetur pulvis e regionibus, quae sunt e Cumis continuatae ad promontorium Minervae, isque misceatur uti in mortario duo ad unum respondeant. Deinde tunc in eo loco, qui definitus erit, arcae stipitibus robusteis et catenis inclusae in aquam demittendae destinandaeque firmiter: deinde inter eas ex transtillis inferior pars sub equa exequenda et purganda, et caementis ex mortario materia mixta (quemadmodum supra scriptum est) ibi congerendum, donicum compleatur structurae spatium, quod fuerit inter arcas.

Sin autem propter fluctus aut impetus aperti pelagi destinatae arcae non potuerint continere, tunc ab ipsa terra, sive crepidine pulvinus quam firmissime struatur, isque pulvinus exaequata struatur planitie minus quam dimidiae partis; reliquum, quod est proxime litus, proclinatum latus habeat.

Deinde ad ipsam aquam et latera pulvino circiter sesquipedales margines struantur aequilibres ei planitiae, quae supra scripta est. Tunc proclinatio ea impleatur arena, et exaequetur cum margine in planitia pulvini.

» più saldo che sia possibile o in terra, o sull'orlo del mare, e questo
» letto si formi a livello per una parte minore della sua metà; e l'altra
» parte prossima al lido si faccia in pendio. Poscia al contatto del-
» l'acqua e dei fianchi s'innalzino al letto margini di circa un piede
» e mezzo a livello del detto piano. Allora il pendio si riempia di arena
» e si pareggi al margine nel piano del letto: indi sopra quella livella-
» zione si costruisca una pila tanto grande quanto si sarà stabilito, e
» costrutta questa, si lasci lì almeno due mesi, affinchè sia bene asciu-
» gata, dopo di che si tagli il margine che sostiene l'arena. Così l'arena
» levata via dai flutti farà precipitar in mare la pila; e in tal modo si
» potrà quanto sarà necessario avanzarsi nell'acqua.

» Nei luoghi poi, ne' quali non nasce la polvere, si farà così. Si
» pongano due arche ben collegate con tavole e con catene nel luogo
» che sarà stabilito, e fra i ligamenti delle arche con creta entro sporte
» di alga palostre si calchi. Quando si avrà ben calcato, e che densis-
» sima sarà la massa, allora con coclee, con ruote, con timpani si vuoti
» il luogo designato fra quella chiusura, e si asciughi. Ivi si scavino le
» fondamenta (se vi sarà terreno fino al sodo) più grosse del muro che
» dovrà farsi sopra, e si vuotino bene e si asciughino e poi si empiano
» di fabbrica con cementi, calce ed arena. Se il luogo poi fosse molle
» vi si affiggano pali abbrustolati di alno, o d'olivo, o di rovere, e il
» tutto riempiasi di carboni, secondo la maniera che fu inseguata di so-
» pra per le fondazioni dei teatri e dei muri. Dopo di ciò si tiri un

Deinde insuper eam exaequationem pila quam magna constituta fuerit, ibi struatur eaque cum erit extructa, relinquatur ne minus duo menses, ut siccescat.

Tunc autem succidatur margo, quae sustinet arenam: ita arena fluctibus subruta efficiet in mare pilae precipitationem. Hac ratione quotiescunque opus fuerit, in aquam poterit esse progressus. Hoc autem munus naturale habent ea loca, quae supra scripta sunt.

In quibus autem locis pulvis non nascitur, his rationibus erit faciendum uti arcae duplices relatis tabulis et catenis colligatae in eo loco, qui finitus erit, constituantur et inter destinas creta meronibus ex ulva palustri factis calcetur.

Cum ita bene calcatam et quam densissime fuerit tunc cochleis, rotis, tympanis collocatis, locus qui in ea septione finitus fuerit exinaniatur sicceturque, et ibi inter septiones fundamenta fodiantur. Si terrena erunt, usque ad solidum crassiora quam murus supra futurus erit, exinaniatur sicceturque, et tunc structura ex caementis, calce et arena compleatur. Sin autem mollis locus erit, palis ustulatis alneis aut oleagineis (aut robusteis) configatur et carbonibus compleatur, quemadmodum in theatrorum et muri fondationibus est scriptum.

Deinde tunc quadrato saxo murus ducatur juncturis quam longissimis, uti maxime medii lapides coagmentis contineantur. Tunc qui locus erit inter murum ruderatione sive structura compleatur. Ita erit uti possit turris insuper aedificari.

» muro di pietre quadrate, con congiunture più lunghe che sia possibile,
» affinchè massimamente le pietre di mezzo sieno da queste congiun-
» zioni tenute insieme. Allora l'interno del muro si riempia di rottami,
» ovvero di fabbrica; e così vi si potrà edificar sopra anche una torre.

OSSERVAZIONI.

Perrault e la maggior parte dei comentatori di Vitruvio non hanno colpito il vero senso del testo di questo autore, perchè essi hanno voluto spiegare colla maniera impiegata dai moderni per fare le ture, con dei pali incavati da due parti e delle palanche infisse nella terra come i pali.

I recinti o gli incassamenti di cui parla Vitruvio, per fondare nel mare, non erano che specie di casse senza fondo, ch'egli indica colle parole *arcae inclusae.* Allorquando devono impiegare la malta di pozzolana e dei pietrami gettati insieme senza cavar l'acqua dell'incassamento, i Romani lo formavano d'un sol rango dei forti pali, *stipitibus robustèis*, legati da traversi. Calavansi poi queste casse nell'acqua ove erano fortemente ritenute dalle catene per fermarle sino a che fossero riempite, *aquam demittendae et catenis destinandaeque firmiter.*

La malta di pozzolana avendo la proprietà d'indurire nell'acqua, e di far corpo coi pietrami, non era necessario che i pali fossero congiunti con tanta precisione da esigere pali scaualati e tavoloni; hastava che lo fossero abbastanza per ritenere le picciole pietre o ghiaje mescolate col pietrame.

Questa è pure l'opinione del Marchese Galliani, uno dei traduttori di Vitruvio. In una nota sopra questo capo, egli dice, parlando di questi pali incavati e delle palanche: (1)

L'altra specie d'incassamento si avvicina di più al nostro modo di fare le ture. Erano come doppi cassoni rivestiti di tavole, *uti arcae duplices relatis tabulis*, fermati con catene al luogo in cui dovea farsi la murazione, *catenis colligatae in eo loco qui finitus erit*, figure 15 e 16.

(1) Questo uso nostro creduto dal Perrault anche antico, l'ha fatto dare nel sentimento che *arca* significasse una trave scanalata a coda di rondine da due fianchi: ma per quanto s'ingegni in una ben lunga nota di adattare le parole dell'autore a questo suo senso, vi si conosce sempre la stiracchiatura. Parmi infatti troppo chiaro, conchiude egli, che *arca*, una volta che se le dà l'epiteto di *inclusa*, non possa significar altro che tutta la chiusa, ossia recinto.

L' intervallo fra i due recinti sarà ripieno di creta e d' una specie d' erba descritta sotto il nome *d'ulva palustris*, legata in fasci e calcata, *inter destinatas creta meronibus ex ulva palustri factis calcetur*.

Molti interpreti e traduttori, fra gli altri Philander e Barbaro, e dopo loro Perrault, pretendono che per *meronibus* fa d'uopo intendere sacchi fatti con la pianta indicata da *ulva palustris*, e ripiena di creta; ma questo mezzo mi pare meno proprio all' oggetto di riempire esattamente l'intervallo del doppio ricinto battendo la ghiaja: inoltre gli editori e i comentatori non sono d' accordo sopra questa parola; gli uni leggono *heronibus*, ed altri *pheronibus*. Quest' è verisimilmente una parola tecnica male scritta dai copisti, e che può in altri casi indicare una specie di sacco.

Quanto al modo di costruire i massicci di murazione sopra l'orlo della riva, figura 14, Perrault ha confuso la piattaforma indicata da *pulvinus*, col massiccio di fabbricazione indicato da *pilà*, quantunque Vitruvio abbia avuto cura di distinguerli, così esprimendosi: *ab ipsa terra sive crepidine pulvinus quam fortissime struatur*, cioè sopra la stessa terra, oppure l' estremità della riva, si costruirà il più solidamente possibile una piattaforma.

Del resto, questa maniera d'operare, rappresentata dalla figura 14, può servire, modificandola in ragione delle circostanze nei casi straordinarj.

Belidor, nella seconda parte della sua architettura idraulica, si è molto esteso sopra quanto ha rapporto alle differenti maniere di fondare nell'acqua, e soprattutto nel mare; egli cita a tale proposito le opere di questo genere fatte a Dunkerque, Cherbourg, Toulon, e in altre parti. Siccome egli ha molto bene trattato questa parte, noi ne abbiamo estratto quanto può servire di complimento a ciò che abbiamo già detto, aggiugnendovi alcune osservazioni. Al primo volume della seconda parte, dice al proposito delle ture.

« Quando non si può mettere a secco la parte dove si vuol stabilire una tura, come succede nei grossi fiumi ed ai porti del mare mediterraneo, dove non v'ha flusso e riflusso, si fanno allora degli incassamenti. Si piantano due file di pali, l'uno parallelo all'altro, situati ad una distanza proporzionata all'altezza dell' acqua, attaccati con traverse; poi si conficcano nell'interno della tura, lunghesso questi pali alcune file di palanche, formanti una cassa che si riempie d'argilla, o d'altra terra te-

nace, od anche di un' altra sostanza (*crayon*), che divien solida al pari dell' argilla, quando è ben impastata, figure 9 e 10.

Ma primieramente si toglie con cucchiaje il fango che è nel fondo per mettervi il massiccio della tura ad una profondità più bassa di quella del letto del mare o del fiume, affine d' impedire che l' acqua non filtri dal fondo, il che accadrà immancabilmente, perchè corrispondendo alle più grandi colonne d' acqua, desse vi agiscono più potentemente che sopra il resto dell'altezza. La *punta* che si dà ai pali deve dipendere dalla qualità del terreno; per la qual cosa bisogna assicurarsi con scandagli fatti con diligenza.

Per impiegar bene l' argilla si riduce prima in pezzi grossi come un uovo, per purificarla e vedere se non comprende sabbia o piccioli sassolini. Dopo di che si bagna per batterla ed impastarla con i piedi sopra una tavola; la qual cosa si fa il giorno dopo soltanto ch' ella è stata inumidita, guardandosi che non ve ne sia nè troppa, nè poca; se ne fanno dei pani che si gettano al fondo della tura, dove l'acqua esce a misura che riempiesi: gli operaj le battono letto per letto con mazzeranghe di lungo manico, tanto che siasi giunti a due piedi al di sopra del livello dell' acqua esterna, e più alta ancora s' è nel mare, pel timore che essendo agitata non passi al di sopra.

In mancanza d' argilla si può adoperar della terra; più essa sarà forte e grassa, sarà migliore; fa d'uopo guardare che non vi si trovino nè ramo, nè radice, nè ciottoli, nè ghiaje; si gettano nella tura per letti d'un piede di grossezza, che si riduce battendola a 8 pollici.

Se si hanno terre sabbiose oppure ghiajose, fa d'uopo praticare dalla parte ove deve sostenere l'acqua un argine d'argilla di due piedi di spessore almeno, e che discende ad un piede e mezzo al di sotto del fondo.

Le ture di terra devono avere uno spessore eguale alla profondità dell' acqua, dai 3 piedi sino a 9; ma non si dà ad esse meno di 3 piedi. Per le profondità al di sopra di 9 piedi, si aggiunge un piede per 3 piedi di profondità di più; così, per 12, 15, 18, 21 piedi, ec., si danno 10, 11, 12, 13 piedi di spessore.

Allorchè le ture sono riempite d' argilla, basta dar loro di grossezza i due terzi d' altezza dell' acqua, dai 3 piedi, sino a 9, e di aumentare questo spessore per le profondità al di sopra di 9 piedi, come noi abbiamo qui avanti indicato. L' esperienza più che il calcolo determina queste grossezze. Si potrà frattanto fissarle d'una maniera più

metodica, per mezzo del triangolo rettangolo A B C, figura 18, di cui la base B C sarà eguale al terzo dell' altezza A B. Si tirerà da un punto D, preso ad arbitrio, una parallela alla base, che si supporrà eguale a 3 piedi, oppure un metro, e dopo questa ipotesi si dividerà l' altezza D B in piedi o parti di metro, per corrispondere alle diverse altezze al di sopra di 3 piedi, partendo dal punto D; così 4 *a* condotta dal punto 4 parallelamente alla base indicherà lo spessore per 4 piedi di profondità, 5 *b* per 5 piedi ec.

Si potrà nello stesso modo determinare questa grossezza relativamente alla consistenza della terra; così, per l'argilla, si tirerà una parallela *fg*, a D B, a 2 piedi dal punto E, e si prenderanno gli spessori partendo della linea *fg*. Per 6 piedi di profondità, in vece di 6 *c*, si prenderà *h c*.

Si pensa che sarà avvantaggioso di dare allo spessore della tura la forma di trapezio piuttosto che quella d'un rettangolo, mettendo il pendio in fuori, soprattutto allorchè la tura deve essere esposta all' azione dei flutti del mare, affine di diminuire lo sforzo dell' urto. Lo spessore della tura deve essere aumentata in ragione della sua lunghezza e della sua situazione più o meno esposta a questo sforzo.

ARTICOLO II.

DEI PALI, DELLE GRATICOLE IN LEGNAME E DEI CASSONI.

La maniera di fondare sopra i pali è stata presso che esclusivamente adoperata dai moderni, per tutte le costruzioni in acqua. Belidor al propòsito delle pile di ponte, dice (1) che a meno che non si incontri un banco di roccia d'uno spessore sufficiente, e da per tutto d'una eguale sòlidità, bisognerà indispensabilmente palafittàre e stabilire delle buone graticole di legname. Vi sono per altro molte circostanze ove si può farne a meno. Gli antichi non facevano uso de'pali, che quando il fondo fosse assolutamente cattivo, e non fosse possibile di giugnere ad un altro più solidò. In vece della piattaforma di legname preferivano uno strato di smalto o di murazione di grossa ghiaja che stendevano sovra un letto di carbone per conservare le teste dei pali infitti, e tagliati al livello del terreno. Più questo strato di murazione era più vecchio più diveniva forte, mentre al contrario la piattaforma di legno, finiscono poi col guastarsi, e i riempimenti di pietrame nei vani delle graticole per essere penetrati dalle acque che filtrano attraverso.

Questo modo di fondare sovra graticole e pàli può essere soltanto considerato siccome un espediente, immaginato pei paesi ricchi di molte acque come l'Olanda, e da noi poi adottato quando volemmo imitare i loro canali, le loro chiuse e le altre opere idrauliche, senza prenderci pensiero se il suolo non fornisse di mezzi più solidi e durevoli di cui poterci valere. La facilità che un tal ripiego presenta per l'esecuzione, l'ha fatto sdoperàr quasi ovunque indistintamente, quantunque richiegga spese maggiori; di fatto ella è facilissima cosa, distribuir dei pali in forma di V a tre o quattro piedi di distanza, ricoprirli d'una graticola, fermata sulla testa dei pali, e dopo aver riempiuti i vani di pietrame, ricoprirli in tutta la loro estensione di tavole di panconi inchiodate sul legname della graticola; dopo sì che si può senza alcun timore innalzarvi sopra una costruzione in pietre di taglio, avendo la precauzione di legar con arpioni quelle del primo filare.

(1) Architettura Idraulica. Parte 2.ª

In seguito, per diminuire la spesa delle ture, si sono trovati dei mezzi per tagliare i pali sotto l'acqua ad una medesima altezza; e, in vece di piattaforma, si sono immaginati de'grandi cassoni, a somiglianza di quelli impiegati per il ponte di Westminster a Londra. Questo mezzo, modificato secondo le circostanze, è divenuto l'unico: tutte le pile dei ponti nuovamente costrutti sono fondate in questa maniera, qualunque sia la specie del terreno.

Non possiamo a meno di far osservare che questa mescolanza di legno e di murazione non può giammai produrre la solidità e la durata illimitata delle costruzioni tutte in muratura, al modo degli antichi, le quali formano col tempo masse indistruttibili. Chi volesse attribuire questa proprietà soltanto allo smalto degli antichi Romani, non ha che a consultare gli ingegneri e gli architetti, che hanno avuto occasione di far demolire masse di muratura in fondazioni d'una certa importanza stabilite da 40 a 50 anni solamente, con malta comune.

Quando è necessario palafittare e stabilire delle graticole di legno, è ancora meglio sopprimere il tavolato dei panconi, e sostituirvi un letto di smalto per legare la murazione delle casse della grata, con quella al di sopra, dopo averla ben battuta ed aver ricoperto i pezzi di legno con polvere di carbone. Su questo strato ben livellato e compresso, e sostenuto all'intorno da pezzi di legno formanti incassamento, si poserà più addentro una corsia di pietrami a bagno di malta, che non avranno bisogno d'essere collegate con arpioni se sono messe a sito con attenzione, e battuti alla mazzeranga, senza occuparsi del livello dello strato superiore che si raddrizzerà, se sarà necessario, facendo una rettificazione generale.

Murazione nell' acqua per mezzo d' incassature.

Nei dipartimenti meridionali e lungo le rive del mediterraneo, per fabbricare nell' acqua si formano incassature come quelle che si fanno per le ture, figure 9 e 10, tra due file di palafitte con palanche alle quali si dà uno spessore proporzionato all'altezza dell'acqua, allo sforzo che esercita sulle pareti il massiccio della murazione, ed alla profondità a cui fa d'uopo scavare il terreno al di sotto del suolo, per togliere la melma del fondo sino al terreno solido: queste palanche devono essere confitte per due piedi nel buon terreno.

Dopo aver vuotata la melma, e toccato il fondo solido, si getta in questo incassamento alternativamente un letto di smalto, ed un letto di pietre assettate più egualmente che è possibile, e battute con mazzeranghe a lungo manico, continuando così sino al di sopra del livello dell'acqua.

Quando questi lavori sono finiti in autunno, si lasciano riposare durante l'inverno, affine di dare tempo alla murazione di far corpo. Allora si pone una corsia di pietra sottile (*libage*), come abbiamo testè indicato, sulla quale si stabiliscono le costruzioni in pietre di taglio, in pietrami od in mattoni, che devono formare la parte fuor dell'acqua. In questa maniera si è pubblicato a Tolone nel 1748, una delle gettate per la nuova darsena.

Belidor, che osservò questa costruzione, ha notato che non si ha da temere, come nelle opere rivestite in pietre di taglio, che una delle pietre venendo a distaccarsi sia seguita da molte altre, e che successivamente ruini tutto ciò che è nell'acqua; che si deve valutar molto l'economia delle terre e degli esaurimenti che cagionano qualche volta tanta spesa come la costruzione stessa, ed aggiugne: « *Non si deve maravigliare che una pratica, di cui gli antichi hanno fatto un sì buon uso, non sia seguita che sulle rive del mediterraneo? Eppure lo potrebbe essere del pari nell'oceano e nei fiumi, per fondare un muricciuolo di riva, le pile d'un ponte nei luoghi che non sono mai asciutti, e dove resta sempre una grande profondità d'acqua; essendo questo mezzo preferibile in molti casi alle fondazioni fatte a secco nelle casse che si fanno cadere a fondo.* »

Se si tratta di stabilire nel mare un forte o un molo che abbia molta larghezza, si incomincia dai muri all'intorno senza curarsi dei terrapieni che si fanno dopo, riempiendo il mezzo con tutte le specie di materiali. Si dà a questi muri uno spessore proporzionato alla profondità dell'acqua; il paramento interno si eleva verticalmente, e quello dell'esterno con un pendio d'un quinto o d'un sesto.

Maniera con cui è stato preparato lo smalto per le gettate della nuova darsena di Tolone.

« (1) Dopo avere scelto un luogo unito e ben battuto, si prendano » dodici parti di pozzolana e sei parti di sabbia ben granita e non terrosa:

(1) Belidor, architettura idraulica, 2.ª parte, tomo II.

» dopo averle mescolate, si forma un argine circolare di 5 a 6 piedi di
» diametro. Si riempie l'interno di nove parti di calce viva ben cotta,
» pestata con una mazza di ferro, perchè essa s'estingua più presto, il
» che si fa gettandovi a poco a poco l'acqua del mare, per le opere
» marittime, e agitandola di tempo in tempo con il dorso di molti
» *rastrelli di ferro*; dopo che è ridotta in pasta, vi si incorpora la poz-
» zolana e la sabbia. Ben mescolato il tutto, vi si gettano tredici parti
» di ritagli di pietre e tre di scoria di ferro pesta, quando se ne possa
» avere, oppure vi s'impiegano sedici parti in vece di tredici di ritagli
» e di rottami di pietre, oppure di ciottoli, la cui grossezza non deve punto
» sorpassare quella d'un uovo di pollo. Si rimescola a forza di braccia
» tutta questa composizione per un'ora, agitandola e rivolgendola con
» pale, per meglio incorporarne le parti; dopo ciò si formano dei mucchi
» ai quali si lascia far corpo per ventiquattro ore nella state nei paesi cal-
» di; ma in inverno occorrono qualche volta tre o quattro giorni; si ab-
» bia cura di conservarla al coperto della pioggia e di non impiegarla
» che quando è abbastanza solida da non poter essere staccata che colla
» marra doppia. »

In mancanza di pozzolana, si può impiegare il terrazzo d'Olanda, la cenere di Tournay, il cemento d'acqua forte, oppure la polvere di tegole peste. Invece d'acqua di mare, si può far uso con vantaggio dell'acqua dolce, nella quale si sieno lasciate per qualche tempo delle vecchie ferramenta.

In molti luoghi, la malta comune di calce e di sabbia, mescolata a pietruzze, basta, quantunque faccia corpo meno presto; ma col tempo acquista la stessa durezza; l'oggetto essenziale è di ben estinguere la calce, non impiegandovi che la quantità d'acqua necessaria, avendo cura di ben mescolarla colla sabbia prima che possa essersi raffreddata.

Le pietre mezzo calcinate, che non hanno potuto dissolversi estinguendo la calce, essendo polverizzate, equivalgono al miglior cemento, del pari che pietre argillose alle quali si sia fatta subire una semicottura. Lo smalto fatto di tutte queste materie impiegato un poco consistente, si distende e si ristringe quando è al fondo dell'acqua.

Quando l'acqua ha una certa profondità; acciò lo smalto non si disciolga troppo cadendo, si può far uso d'una cassa simile a quella di cui si è fatto uso a Tolone per le costruzioni di cui abbiamo parlato.

Il fondo è a cerniere od orecchioni d'una parte, e fermato dall'altra

con un ingegno, che si può fare agire col mezzo d'una funicella o con una picciola catena, quando la cassa è discesa a 2 o 3 piedi al di sopra del fondo dell' acqua, o al di sopra della murazione di smalto di cui è di già coperto. Il fondo della cassa è trattenuto dalla parte ove si può aprire con estremità di catene, in modo da formare, quando è aperta, un piano inclinato circa 45 gradi, sul quale scorre lo smalto. Fa d'uopo che la cassa sia ben unita e turata di dentro; e perchè lo smalto non si attacchi al fondo, questo si ricopre d'un letto di sabbia o di ghiaja fina. Questa cassa può avere 3 o 4 piedi in tutti i sensi. Essa è sospesa ad un verricello con ruote a cavicchie, posate sopra un telajo a cilindri situato sopra l'incassamento, affine di poterla far avanzare a misura che si opera, figura I, Tavola CLXXVII.

L'istruzione che si è letta sulla maniera di preparare lo smalto, offre, come abbiamo notato nel Libro I.° Tom. I.°, la più grande analogia con ciò che Vitruvio ha scritto al capo VII dell' VIII.° Libro, sulla preparazione del *signinum*, o malta idraulica dei Romani. Ma ciò che merita specialmente di fissare l'attenzione al passo citato è, a parer nostro, l'epiteto di *vehementissima* dato alla calcina; espressione che sembra farci conoscere che la perfezione che si nota nella mano d'opera delle loro costruzioni di murazione non deve considerarsi come la sola cagione della loro durata, e che essi realmente possedevano al più alto grado la conoscenza delle diverse qualità di questa materia. La *calx vehementissima* di Vitruvio offre tutti i caratteri della nostra calce idraulica.

Delle gettate fatte con incassature, od arche di legname.

Volendo nelle opere solide adoperar questo mezzo, fa d'uopo che il riempimento sia fatto in maniera da far a meno in seguito del suo inviluppo, quando il tempo lo distrugge; fatto in buona murazione, è sovente preferibile alle opere in pietre di taglio; ma al contrario, se non è formato che di pietre od altre materie secche che non possano formare corpo senza un veicolo, tutto si distrugge coll' incassatura.

Quando si preferisce di far questo riempimento di murazione, bisogna disporre l'incassatura in modo che nessun legno attraversi l'interno, perchè dividendolo impedirebbe di formare una massa continua. Si possono citare ad esempio le gettate del porto di Dunkerque,

di cui ha parlato Belidor al tomo II, parte 2.ª della sua *Architettura Idraulica* ove dice:

« Volendo seguire successivamente ciò che è stato eseguito a Dun-
» kerque per bonificare il porto, si sappia che circa venti anni dopo
» che si erano formate le gettate di fascinata, si intrapresero di farle
» più solide, costruendole con casse ripiene di pietre. Siccome trattavasi
» di rendere queste gettate capaci d'una grande resistenza, col mezzo
» di un sistema di legname ben inteso, senza moltiplicarne i pezzi mal
» a proposito, i più abili ingegneri che dovevano avere la direzione di
» questo lavoro si applicarono a produrre disegni di ciò che si poteva
» far di meglio: essi furono poscia sottoposti all'esame di M. di Vau-
» ban, ecc. »

Le figure 2, 3, 4, rappresentano i tre profili di legname che furono approvati da M. di Vauban per essere eseguiti. Queste armature sono combinate nel miglior modo, considerandole come opere di legname; ma noi crediamo, con Belidor, che queste opere sono meno adatte dei massicci di murazione, per resistere agli sforzi dei flutti, i quali fanno provare alle costruzioni di questo genere scuotimenti che terminan col rallentare tutte le commessure, e togliere alla massa, col tempo, la sua solidità primitiva.

I riempimenti in pietre a secco, per quanto possano essere ben fatti, non impediscono questo effetto, come lo fa una buona murazione di pietrami a bagno di malta, che libera da tutte le commessure interne, e che forma col tempo, quando è stata ben fatta, una massa indistruttibile.

Dei cassoni impiegati per fondare le pile del ponte di Westminster.

Questo ponte è composto di tredici arcate (1) a tutto sesto, la cui origine è elevata un piede sopra le acque basse. Quella di mezzo, che è la più grande, ha 76 piedi di diametro. Le pile che la sostengono hanno 17 piedi di spessore. La larghezza delle altre arcate a destra ed a sinistra diminuisce progressivamente di 4 piedi per ciascheduna, e le loro pile di un piede.

La parte del Tamigi ove questo ponte s'innalza ha 6 piedi di profondità nei tempi delle basse acque, e 15 piedi nelle grandi escrescenze;

(1) Belidor, architettura Idraulica 2.ª parte, tomo II.

quella delle acque medie è circa 11 piedi. A 3 o 4 piedi al di sotto del fondo, è un banco di ghiaja d'uno spessore considerabile, sul quale si è stabilito il fondamento delle pile.

M. Labelie, ingegnere svizzero, incaricato della costruzione di questo ponte, ha immaginato certi cassoni per fondare le pile, perchè ha preveduto la difficoltà di stabilire delle ture comuni sopra un fondo di ghiaja, a traverso del quale, l'acqua avrebbe sempre filtrato in modo da non poter conseguire l'esaurimento dell'acqua del suo ricinto, per quanto potesse essere ben fatto.

Questi cassoni, figure 5 e 6, avevano 80 piedi di lunghezza, 30 di larghezza e 16 di altezza, onde avere intorno alle pile uno spazio sufficiente per manovrare.

Per evitare le difficoltà e le spese di lanciarli nell'acqua si fecero costruire sopra un palco innalzato in riva dello stesso fiume, e nella parte più comoda per farli galleggiare, siccome un gran battello piatto di cui avevano la forma, onde condurli alla parte ove dovevan essere fissati.

Il fondo del cassone era formato da una forte grata di legname di quercia G, e i fianchi C con lunghi pezzi di legno d'abete squadrati, d'un piede di grossezza, posati orizzontalmente gli uni sopra gli altri, ben congiunti e fermati con cavicchie, e di più ricoperti all'esterno con panconi dello stesso legno, di tre pollici di spessore, posati verticalmente per incrociare i pezzi di legno orizzontali. Questi fianchi avevano al basso 18 pollici di spessore, ridotti a 15 superiormente; essi erano riuniti da forti piattabande di ferro posate a vite e da curve negli angoli, situate internamente in modo che potevano smontarsi quando la pila fosse elevata all'altezza delle sponde.

La figura 5 fa vedere il modo con cui la cassa fu fissata prima di farla arrenare, dopo avere scavato fino al fondo solido.

Per impedire che la corrente trasportasse nello scavamento la belletta che avrebbe potuto colmarlo, si erano piantati dalla parte di sopra del fiume parallela ai paraghiacci, dei pezzi con delle incavature destinate a ricevere una chiusa fermata da tasselli, per servire di controguardia.

Y indica un doppio rango di pali più forti con pezzi di legno orizzontali infilati negli anelli, per guarentire la costruzione dall'urto dei grossi bastimenti.

Dalla parte di sotto vi era un filare simile di pali con pezzi di

legno a traverso, come pure dai lati maggiori, formanti insieme un recinto il quale non lasciava che un'apertura pei battelli di servigio.

Fra i pali del recinto ve ne erano sei con specie di lunette o pietre forate, destinate a trattenere il cassone con delle corde, ed a fissarlo nella giusta situazione che doveva avere; e per farlo discendere nell'acqua equabilmente, si è praticato in una delle faccie un picciolo foro, chiuso da una porticina, che si poteva alzare o abbassare coll'ajuto d'un martinetto come una porta da chiusa. Negli angoli ottusi, si erano stabilite delle pompe, col mezzo delle quali, si poteva in pochissimo tempo vuotare l'acqua che si fosse introdotta, dopo che era fissato, o rimetterlo a gala se fosse mal disceso.

Quantunque non si possa negare che questo mezzo sia molto bene immaginato, per la facilità e l'economia, si osserverà che era possibile il fondare queste pile senza cassoni o grate di legname formando delle ture a guisa di quelle proposte da M. Tardif, e coprendone il suolo interno, scavato fino alla ghiaja, con un forte letto di smalto, il quale formando un fondo impermeabile all'acqua, avrebbe reso possibile il disseccamento. Sopra questo letto bene appianato, si sarebbe stabilita una corsia di grosso pietrame posato e battuto, come abbiamo poc'anzi indicato, che avrebbe formato una piattaforma più solida e più durevole che una grata di legname, la quale non s'adatta così bene al suolo.

Il motivo che fece adottare in Francia questa maniera di fondare le pile di ponti nei cassoni, fu piuttosto l'economia e la facilità dell'esecuzione che la solidità e la durata, che devono però essere lo scopo principale di queste specie di costruzioni.

ARTICOLO III.

DEI FONDAMENTI IN ACQUA, FATTI DI GETTO, OPPURE SU TERRENO PALUDOSO.

Questo mezzo, che si è adoperato qualche volta per evitare le ture e i disseccamenti, è stato praticato dagli antichi per fondare moli o costruzioni isolate nel mare. Non le facevan giammai a pietre secche; essi vi impiegavano casse, battelli, ed anche navi ripiene di buona murazione in calce viva e pozzolana, che facevano calare a fondo. Così fu fondata la parte del molo che l'Imperatore Claudio fece stabilire in alto mare innanzi al porto d'Ostia, ove fra le altre, ha impiegato la nave su cui Caligola fece venire dall'Egitto uno dei più grandi obelischi, di cui quello attualmente innalzato nel mezzo della piazza di San Pietro in Roma, non è che un frammento.

I fondamenti di getto, senza malta, non hanno solidità che per la loro forma e per la grandezza della loro massa. Esigono imbasamenti considerabili con iscarpe enormi, la cui larghezza orizzontale deve avere almeno il doppio della loro altezza. Per istabilirli solidamente, fa d'uopo contenere il primo rango delle pietre gittate con legni fermati da traverse, ricoprendo le commessure per mantenerle, con grandi pietre incavate, figura 9, che le abbracciano. Oltre che questo mezzo dà a tali quadri di legname maggior solidità, procura ad essi un peso specifico che li fissa in fondo dell'acqua. Si ha cura gettando le pietre di assettarle nella maniera più propria a formare una massa solida. Quando non si vuol impiegar malta fa d'uopo almeno impiegarvi sabbia, argilla, o terra che possa riempiendo gl'intervalli delle pietre, dar ad esse migliore assettamento. A meno che ciò non sia per il primo rango nell'interno dei quadri, non fa d'uopo impiegarvi pietre troppo grosse, che si assettano sempre male, ma d'una grandezza che non produca più d'un quarto del piede cubico; quelle che hanno la forma d'un poliedro si assettano meglio, e formano una specie d'*opus incertum*, che per queste sorta d'opere conviene meglio che la disposizione a corsie.

I fondamenti in pietre gettate riescono meglio nel mare che nei fiumi, soprattutto quando si fanno senza malta, perchè la corrente, agendo

incessantemente nel medesimo senso, giugne alla fine a penetrarli e sovente a trascinarli, quando sono esposti alla sua azione. Si devono eseguire queste specie di opere colla più grande celerità, ed approfittare del tempo più favorevole; fa d'uopo che tutti i materiali sieno provveduti anticipatamente, e che si abbiano a disposizione i battelli, gli equipaggi ed il numero di uomini necessarj per operare senza interruzione, fino ad un piede sotto le basse acque.

Non si può sperare di stabilire su questi fondamenti alcuna costruzione solida che un anno dopo che essi sono stati fatti. Per questo tempo l'agitazione dei flutti del mare, fa ad essi subire l'abbassamento di cui sono suscettibili, e le pietre si assettano nel modo più conveniente.

Per fissarli invariabilmente, fa d'uopo coprirli con un buon letto di smalto, e dopo aver posato una corsia di pietrame, vi si stabiliranno sopra solidamente le costruzioni che si vogliono eseguire. Questo mezzo mi pare preferibile alle piattaforme ed alle grate di legname, a meno che non si trovino circostanze che le rendano assolutamente necessarie.

SEZIONE QUARTA

STABILITÀ E FORZA DEI MURI E PUNTI D'APPOGGIO

CAPO PRIMO

REGOLE RELATIVE ALLA STABILITÀ.

Le grossezze da dare ai muri ed ai punti d' appoggio, per procurar loro il conveniente grado di stabilità, dipendono non solamente dal carico ch' essi possono avere da sostenere, e dalla forza delle pietre di cui sono formati, ma ancora dalla proporzione della loro base con l'altezza.

È certo che se non si ha riguardo che al peso, di cui un punto d'appoggio è caricato, il suo spessore dovrà essere tanto più forte quanto le pietre che lo compongono saranno di minor forza. Così rapporto alle pietre di Parigi, se il peso che deve sostenere un muro o piedritto esige 15 pollici di spessore in pietra dura, della specie chiamata *cliquart*, che è la più dura e la più forte, farà d'uopo per avere la stessa forza, se si fa di *liais*, dare ad esse 17 pollici di spessore.

	Poll. l.		Poll. l.
Di pietra detta *roche* dura . . .	22 6	In Conflans duro	92 o
Detta *banc-franc*	27 o	Di Saint-Leu duro	105 o
Di pietra dura ordinaria . . .	33 o	Gesso impastato	110 o
In mattoni di Borgogna . . .	45 o	Conflans medio	115 o
In pietra del Borgo di Saint-Marceau	60 o	Maltà	120 o
In Lambourde	68 o	Vergelé tenero	124 o
In Vergelé duro	80 o	Conflans tenero	136 o
		Saint-Leu tenero	150 o

Le colonne essendo sovente impiegate come punti d'appoggio, abbiamo calcolato la Tavola seguente, che indica i diametri che dovrebbe

avere una colonna fatta di differenti specie di marmo e di pietra, per portare il peso d'un milione, non prendendo che la metà del peso sotto il quale queste materie cominciano a schiacciarsi.

	Poll.	l.		Poll.	l.
Basalto d'Alvergna	9	0	Marmo di Fiandra detto *Cervelas*	20	6
Porfido	9	3	Marmo turchino bleu	23	6
Basalto di Svezia	9	5	Travertino di Roma	23	8
Granito roseo, orientale . . .	13	10	Marmo bianco veneto	23	10
Granito foglia morta di Vosges.	14	5	*Liais* di Senlis	25	11
Marmo nero di Fiandra . . .	14	8	*Roche* d'Arcueil	25	8
Granito grigio di Brettagna . .	16	1	*Banc-franc* di Vernon	26	0
Granito verde dei Vosges . . .	16	7	Pietra di Verberie	26	10
Pietra di Fay	16	8	*Roche* di Saint-Maur	29	7
Pietra d'Istria	18	0	Pietra di Gamelon presso Compiegne	33	7
Pietra turchina di Firenze . .	18	4	Pietra di Tonnerre	36	4
Pietra di Meudon	18	8	Pietra di Conflaos, media . .	54	7
Pietra di *liais*	19	9	Pietra di Saint-Leu, media . .	58	3
Granito grigio dei Vosges . .	20	0			

Le tavole precedenti calcolate dietro le sperienze fatte su la forza delle pietre, possono servire ad apprezzare l'ardire apparente di molte parti d'edificio, di cui i muri o punti d'appoggio eccitano lo stupore per la loro leggerezza, soprattutto negli edifici gottici, ove si vedono sovente colonne estremamente elevate che non hanno più di 7 ad 8 pollici di diametro, le quali sembrano al primo sguardo, sostenere un peso enorme.

Nella chiesa d'Ognissanti d'Angers si ammirano due colonne di 11 pollici di diametro per 24 piedi d'altezza, che sostengono i pennacchi d'una volta gottica a crociera di 63 piedi di lunghezza, sopra 31 piedi e mezzo di larghezza. Questa volta, rappresentata dalle figure 3 e 4 nella Tavola CLXXIX è costrutta in picciolo pietrame di 5 pollici di spessore colle curvature di pietre. Si trova col calcolo, che il carico sostenuto da queste colonne è di 982 piedi cubici, i quali in ragione di 130 libbre ognuno, producono un peso di 127,660 libbre.

Queste colonne sono formate di tre pezzi d'una specie di pietra dura posata fuori di strato, descritta al numero 127, pagina 83 del Tomo I.°, della quale il piede cubico pesa 180 libbre, ed il pollice superficiale sostiene prima di schiacciarsi 6650; ma non prendendo che

la metà di questo peso pel carico d'un pollice superficiale, queste colonne, la base superiore delle quali contiene 95 pollici superficiali e 190 pollici fra tutti e due, potranno sostenere un peso di 631,750, cioè quattro volte e mezzo più grande di quello ch' esse portano.

Ciò che cagiona lo stupore è la proporzione svelta del fusto di queste colonne, che hanno venti diametri e mezzo, paragonata allo sviluppo considerabile della volta ch' esse sostengono. Fa duopo rimarcare che questa volta ha pochissimo spessore, e che è sostenuta da muri di 4 piedi e mezzo di grossezza, in guisa che il peso che queste colonne hanno a sostenere, cade perpendicolarmente sovr' esse; è evidente che senza questi muri la poca base di tali colonne rapporto alla loro altezza le renderebbe incapaci di resistere al minimo movimento o sforzo obliquo, capace di atterrarle con la volta che sostengono.

Del pari si vede che non basta sempre che un punto d'appoggio abbia una superficie di base abbastanza estesa per sopportare il carico che deve sostenere; fa d'uopo di più che essa sia capace di procurare la stabilità necessaria per sostenere gli sforzi obliqui, oppure i movimenti ai quali sono esposte tutte le costruzioni possibili (1).

Relativamente al maraviglioso che nasce dal peso di cui le colonne sono cariche, fa d'uopo rimarcare che la specie di pietra di cui esse sono fatte è otto volte più forte che la pietra di durezza mediocre, che esigerebbe colonne di 31 pollici di diametro; ora, simili colonne non avrebbero nulla di sorprendente, perchè esse non sarebbero che di 7 diametri e mezzo, proporzione che si attribuisce all'ordine toscano che è il più solido, e pure queste colonne sarebbero caricate, in ragione

(1) L'antico refettorio della Badia di Saint-Martin-des-Champs, a Parigi, (ora conservatorio delle Arti e dei Mestieri), figure 5 e 6, offre un esempio non meno rimarchevole di questa estrema leggerezza. Questo vano è coperto da un doppio rango di volte gottiche a crociera i cui pennacchi nel mezzo sono sostenuti da una fila di colonne sottilissime, aventi piedi 27, pollici 11 e 10 linee fino alle origini. Queste colonne sono in tre parti, la prima che forma il piedestallo è di pianta ottagona; la sua altezza è 4 piedi e 7 pollici, e il suo diametro 17 pollici. La seconda parte posata sopra come un primo ordine, ha 10 piedi e 10 pollici di altezza; essa è rotonda e il suo diametro ha 12 pollici. La parte terza, che forma il second'ordine, ha 12 piedi 5 pollici di altezza per 10 pollici di diametro. La larghezza del refettorio è 30 piedi, i muri hanno piedi 2 e 1/2 di spessore sotto le finestre e 6 piedi nei punti ove sono i contrafforti. *Credesi*, dice Piganiol de la Force, *che Pietro di Montereau sotto il regno di San Luigi fosse l'architetto di questo bel monumento.* Descrizione di Parigi, Tomo IV, pag. 35, edizione del 1765.

Le figure 1 e 2 della stessa Tavola rappresentano una parte della pianta e della sezione sulla larghezza della chiesetta di Cluny, piazza della Sorbona, che si può citare come esempio di costruzione leggerissima: se ne parlerà in seguito quando tratteremo della spinta delle volte di questo genere.

della loro forza, come le colonne esistenti. Ma giova osservare, ch'esse esigerebbero una cubatura di pietre ed uno sviluppo di superficie dieci volte maggiore.

Supponendo, coll'esperienza, che il prezzo della pietra mediocre sia due terzi di quello della pietra dura, e che il taglio di quest'ultima sia tre volte più costoso di quello della pietra mediocre, ne risulterebbe che le colonne in pietra dura costerebbero sette volte meno di quelle in pietra mediocre, il che prova come in certe circostanze vi sia maggiore economia nel preferire le pietre dure alle pietre tenere o di durezza mediocre.

Nondimeno siccome lo spessore dei muri e dei piedritti deve piuttosto essere proporzionato alla loro altezza che al peso che debbono sostenere, ne risulta che la stabilità delle colonne in pietra d'una durezza mediocre sarebbe tanto al di sopra di ciò che esige la solidità quanto quella delle colonne in pietra dura ne è al di sotto, dal che si può concludere che in certi casi le costruzioni in pietra dura, ben combinate, possono costare un terzo meno di quelle in pietra d'una durezza mediocre, e la metà di quelle in pietra tenera di eguale solidità, ed essere più durevoli.

I muri o punti d'appoggio, costrutti di pietrame a murazione di gesso o di malta, devono avere anche maggiore spessore di quelli in pietra di taglio tenere, perchè la malta o il gesso che gli unisce hanno sempre minor consistenza della pietra meno dura, e la murazione non sarà mai così ben fatta che il pietrame sia ben legato all'interno come comparisce esternamente. Sovente l'interno non è riempito che di polvere e di schegge a secco.

Ma supponendo queste costruzioni ben fatte e ben guarnite di malta come usavano gli antichi, un muro in pietrame di 2 piedi di spessore, non val più di un muro in pietra di taglio ordinaria d'un piede; frattanto, siccome un muro in pietra di taglio costa il quadruplo di un muro in pietrame, non vi è vantaggio nel preferirla a meno che non vi si sia forzati dalla mancanza di spazio.

L'esperienza ha fatto conoscere che negli edifici comuni, la cui elevazione non oltrepassa 80 piedi, lo spessore che fa d'uopo dare ai muri ed ai punti d'appoggio per procurar loro una solidità sufficiente è molto più considerabile di quello che esigerebbe il peso di cui esse sono caricate, che non supera dieci a dodici mila libbre ogni piede

superficiale. Non preudendo che la metà del peso che le pietre dure comuni sostengono prima di schiacciarsi, si troverà che un piede di superficie porterebbe centocinquanta mila libbre, e la stessa superficie in pietra tenera trentasei mila libbre; il che ridurrebbe i muri in pietra dura ad un pollice di spessore, e a quattro in pietra tenera. Ora è evidente che siffatti muri non potrebbero, per difetto di stabilità, nè costruirsi, nè sostenersi indipendentemente da ogni carico, poichè tutto dì si vedono muri di 15 a 18 pollici di spessore schiacciarsi sotto un carico minore di dodici mila libbre, per difetto della loro costruzione, o della loro stabilità.

Per giugnere a conoscere lo spessore che conviene ai muri indipendentemente da ogni sistema, ed a stabilire a questo oggetto una regola fondata su fatti ben comprovati, io ho visitato ed esaminato con attenzione gli edifici di ogni genere, costrutti in Francia ed in Italia da diciotto secoli e più.

Di tutte le parti ch'io ho percorso, non vi è alcuna in cui abbia trovato muri di murazione così ben costrutti, così solidi e ben conservati come nelle ruine della Villa Adriana situata nella Campagna di Roma presso Tivoli. Questi muri, di cui la maggior parte servivano per fabbricati d'abitazione, sussistono da mille seicento cinquanta anni e più, e sono esposti da più di dieci secoli a tutte le intemperie delle stagioni. Sembra che il tempo le abbia ridotte all'altezza a cui i muri isolati, che non sono nè coperti nè collegati da'solai, possono sostenersi. I più elevati di quelli che si riuniscono per formare dei grandi pezzi hanno 30 piedi di altezza sopra 1 piede 10 pollici oppure 2 piedi romani di spessore, cioè un po'meno della sedicesima parte della loro altezza. Il gran muro del Pecile, di cui abbiamo già parlato al III.° Libro, ha 27 pollici 1/2 o 2 piedi 1/2 romani di spessore per 25 piedi di altezza, cioè l'undecimo. Siccome questo muro, che ha 613 piedi di lunghezza, è assolutamente isolato, si può concluderne che un muro di questa specie ben costrutto, e fondato sopra un buon suolo che non sia suscettibile di abbassamento, ha tutta la stabilità di cui esso è capace, quando la sua altezza non è più di undici volte lo spessore. Questo muro e gli altri, di cui si è parlato prima, sono costrutti in murazione di pietrame rivestiti all'esterno di piccioli tufi disposti a rombo, ed incorniciati da altri tufi o ranghi di mattoni posati orizzontalmente, come si vede rappresentato sulla Tavola LXI, figure 4 e 7.

Fa duopo osservare che questi muri, la cui murazione è dappertutto ben munita di malta, non formando attualmente che un solo pezzo aderente alla loro fondazione, hanno acquistato una stabilità più grande che i muri in pietre di taglio meglio costrutti, e dei muri di pietrame comune a corsie orizzontali.

ARTICOLO I.

DELLA STABILITA' RELATIVA AI MURI.

Si possono distinguere, nella costruzione degli edifici tre gradi di stabilità, uno massimo, uno medio ed uno minimo.

Quindi dietro le osservazioni fatte sopra una grandissima quantità d'edifici di tutti i generi, risulta che un muro avrà una forte stabilità, se ha per spessore l'ottava parte della sua altezza; che la decima parte procurerà ad esso una stabilità media, e la duodecima il minore grado di stabilità ch'esso può avere.

Nulladimeno, siccome nella composizione degli edifici i muri si combinano gli uni cogli altri, ne risulta che con minore spessore essi possono qualche volta avere una stabilità sufficiente.

Per formarsi un'idea giusta della differenza d'un moro affatto isolato, con quello che si collega con uno o due altri, si può, con pezzi di pietra squadrati, o con mattoni, fabbricare dei piccioli muri, come quelli rappresentati dalle Figure 20, 21 e 22, Tavola CLXXXXII, di cui la prima presenta un muro isolato, la seconda due muri che formano insieme un angolo, e la terza due muri che formano con un terzo due angoli retti.

È facile concepire nel primo caso, che il muro, figura 20, spinto da una potenza orizzontale M N, non proverà resistenza che in ragione della larghezza della sua base; che nel secondo caso, il muro G F, figura 21, si opporrà in parte all'azione della potenza M N, in modo che non vi sarà che il triangolo H I F che possa distaccarsi; e in fine nel terzo caso, rappresentato dalla figura 22, la potenza M N non potrà atterrare che il triangolo C G H, che sarà tanto più grande quanto i muri C D, H I saranno più distanti l'uno dall'altro.

Nel primo caso, l'abbassamento ineguale del suolo o della costruzione può produrre l'effetto della potenza M N; basta che si faccia al basso una disunione orizzontale perchè il muro cada.

Nel secondo caso fa d'uopo che si faccia una disunione obbliqua, il che esige un maggiore sforzo della potenza M N.

Infine nel terzo caso, per atterrare il muro, fa d'uopo che si facciano tre squarciamenti che esigono, dalla parte della potenza M N, una forza ancora più considerabile che pel secondo caso.

È facile concepire che la resistenza del muro posto fra due altri, sarà più grande a misura che i muri C D, H I saranno più vicini l'uno all'altro; in modo che se l'avvicinamento è estremo, lo squarciamento è impossibile, e in un grande allontanamento, la parte di mezzo non resisterebbe più di un muro isolato.

I muri che racchiudono uno spazio sono nel caso del muro precedente, perchè essi si sostengono vicendevolmente colle loro estremità: quindi il loro spessore deve aumentare in ragione della loro lunghezza.

Il metodo semplice e facile che noi abbiamo dato per determinare questo spessore in tutti i casi, è il risultato d'una infinità d'esperienze, d'osservazioni e di calcoli.

Sia A B C D, figura 2, Tavola CLXXVIII, la faccia d'uno dei grandi muri che devono racchiudere lo spazio rettangolare E F G H, figura I: tirata la diagonale B D, vi si porterà sopra da B in *d* l'ottava parte dell'altezza, se si vuol dare ad esso molta solidità, la nona o decima parte per una solidità media, e la undecima o duodecima per una costruzione leggera. Se dal punto *d* si conduce una parallela ad A B, il loro intervallo indicherà lo spessore da dare ai grandi muri E F, G H, la cui lunghezza eguaglia A D.

Si avrà lo spessore dei muri E G, F H, portandone la loro lunghezza da A in D', e tirata la diagonale, si opererà come pei primi.

Quando i muri che racchiudono uno spazio hanno differenti lunghezze sopra una stessa altezza, come la figura 3, si può abbreviare l'operazione descrivendo un picciolo cerchio dal punto B figura 4, con un raggio eguale all'ottava, decima, duodecima, o tale altra parte dell'altezza, che si giudicherà a proposito, per avere una costruzione forte, mediocre o leggera; si porterà poi la loro lunghezza E F, F G, G H, e H E, da A in D, D', D'', e D''', e dopo aver formati i rettangoli A C, A C', A C'' e A C''', si condurranno dal punto comune B le diagonali

B D, B D', B D'', B D''', che taglieranno il picciolo cerchio descritto dal punto B in differenti punti, pei quali si condurranno dalle parallele ad A B, che indicheranno gli spessori di ciascuno di questi muri, proporzionati alla loro lunghezza, per avere un' eguale stabilità.

Si sono raccolte nella figura 7 le operazioni per trovare gli spessori dei muri formanti i poligoni 5, 6, 8 e 9 che si suppongono aver la stessa altezza; così, in questa figura, A D indica il lato dell'esagono, figura 9, A D' quello del pentagono, figura 8. A D'' il lato del quadrato, figura 5; e A D''' quella del triangolo equilatero, figura 6.

È evidente che col metodo da noi proposto si aumenta lo spessore dei muri in ragione della loro lunghezza e della loro altezza, perchè l' una o l' altra o tutte e due non possono ricevere aumento o diminuzione, senza che la diagonale non provi lo stesso effetto e nella stessa proporzione.

Si può determinare col calcolo lo spessore dei muri che noi abbiamo trovato geometricamente. Basta perciò di fare una figura in proporzione come negli esempj precedenti, ed una semplice regola del tre. La figura essendo fatta sopra una scala abbastanza grande per indicare i pollici, si misurerà con questa scala la lunghezza della diagonale: conoscendo con questo mezzo i tre lati del triangolo ABD, simile al picciolo triangolo B *d* e, si avrà B D sta a B *d*, come A D ad *e d*. Esempio.

Supponendo che la lunghezza del muro, indicata da A D, sia di 28 piedi, e la sua altezza A B di 12 piedi, si troverà la lunghezza della diagonale di 30 piedi 5 pollici 1/2; e prendendo la nona parte di AB o 16 pollici per lo spessore da portare sulla diagonale da B in *d*, si dirà: se 30 piedi 6 pollici, danno 16 pollici, quanto daranno 28 piedi? e si troverà per il valore di *e d*, 14 pollici 8 linee.

Si può ancora trovare questo spessore col calcolo trigonometrico, per mezzo di due analogie o proporzioni: la prima per trovar l'angolo A B D, formato dalla diagonale colla verticale A B, e la seconda il rapporto della diagonale col lato A B. Dalla prima, prendendo A B per seno totale, si avrà 12 : 28 :: seno tot. : tang. A B D, e questa proporzione darà A D B = 66°, 40'; dalla seconda analogia si avrà prendendo B *d* per seno totale, sen. tot. : sen. 66°, 40' :: 16 : B *d*, d'onde si avrà *e d* = 14 pollici 8 linee come più sopra.

Considerando le differenti forme che può avere uno spazio riserrato da muri, si riconoscerà facilmente che più lati avrà la figura di

questo spazio più picciolo sarà ciascuno di questi lati, come si può vedere dalle figure 5, 6, 8 e 9 che racchiudono spazj eguali in superficie; d'onde risulta che quanti più lati ha uno spazio racchiuso nei muri meno questi muri hanno bisogno di spessore.

Metodo algebraico per inscrivere una superficie data in un poligono regolare.

Si supporrà il poligono diviso in tanti triangoli quanti sono i suoi lati, da linee che terminano al centro c, figura 8; sopra uno di questi triangoli A C B, si abbasserà dal centro c, divenuto vertice di ciascun triangolo, una perpendicolare C D, sulla base o lato a A B. La superficie di questo triangolo sarà eguale al prodotto di D B, metà di A B per C D, oppure al rettangolo D C F B; se si indica D B con x, e C D con y e la superficie data con p, si avrà:

Pel triangolo equilatero . . . $xy \times 3 = p$, o $xy = \frac{p}{3}$,

Pel quadrato . . . . $xy \times 4 = p$, o $xy = \frac{p}{4}$,

Pel pentagono . . . . $xy \times 5 = p$, o $xy = \frac{p}{5}$,

Per l'esagono . . . . $xy \times 6 = p$, o $xy = \frac{p}{6}$.

Affine di risolvere queste equazioni che contengono due incognite, fa d'uopo conoscere il rapporto di x a y che deve essere come il seno degli angoli opposti ai lati D B e C D.

Nel triangolo equilatero, questo rapporto è come il seno di 60 gradi al seno di 30, come 86603 a 50000, come 8 2/3 a 5, come 26 : 15, il che dà

$$x : y :: 26 : 15; \text{ e } 15x = 26y, \text{ d'onde si trae } y = \frac{15x}{26}:$$

sostituendo questo valore nell'equazione $xy = \frac{p}{3}$, si avrà

$$\frac{15xx}{26} = \frac{p}{3}, \text{ che diviene } xx = \frac{26p}{45}, \text{ e } x = \sqrt{\frac{26p}{45}}.$$

Supponendo che la superficie data sia 3600, si avrà

$$x = \sqrt{\frac{3600 \times 26}{45}}, \text{ che dà, fatte le operazioni indicate,}$$

$$x = 45{,}6, \text{ e il lato AB} = 91{,}2.$$

Pel pentagono $x : y :: \text{sen. } 36 : \text{sen. } 54$, come 58779 a 80902;

il che dà il valore di $y = \frac{80902\,x}{58779}$.

Sostituendo questo valore nell'equazione $xy = \frac{p}{5}$ avremo

$$\frac{80902\,xx}{58779} = \frac{3600}{5}, \text{ ed } x = \sqrt{\frac{58779 \times 720}{80902}},$$

che dà, dopo aver fatte le operazioni indicate,

$x = 22{,}87$, e il lato AB $= 45{,}74$.

Per l'esagono, si ha $x : y :: \text{sen. } 30 : \text{sen. } 60$,

come $50000 : 86603 :: 5 : 8\,\frac{2}{3}$, il che dà il valore di $y = \frac{26\,x}{15}$.

Questo valore sostituito nell' equazione $xy = \frac{p}{6}$, darà

$\frac{26\,xx}{15} = 600$, che diviene $xx = \frac{600 \times 15}{26}$; quindi $x = \sqrt{346{,}15}$,

e finalmente $x = 18{,}61$, ed il valore del lato AB $= 37{,}22$.

Metodo geometrico per giugnere allo stesso risultato.

Supponiamo che si abbia un pentagono; se ne descriverà uno d'una grandezza qualunque, o solamente uno dei triangoli eguali ACB, di cui si compone, avente per base uno dei lati e la sommità al centro; dalla sommità si abbasserà sulla base una perpendicolare CD, che dividerà in due parti eguali; d'onde risulta che la superficie di questo triangolo sarà eguale a quella del rettangolo CDBF.

Sul lato AB, prolungato se è necessario, si porterà CD da D in E, e dal mezzo di BE come centro, si descriverà una semicirconferenza di cerchio, che taglierà CD nel punto G, e GD sarà il lato d'un quadrato della stessa superficie del rettangolo CDBF. I lati delle figure simili, stando come le radici quadrate della loro superficie, si cercherà la radice della superficie data, che si porterà da D in *g*, e dal punto *g* si condurranno delle parallele a GE ed a GB, che determineranno sopra AB i punti *e* e *b*, che daranno da una parte D*b* eguale alla metà d'un lato del poligono cercato, e dall' altra il raggio D*e* della circonferenza nella quale sarà inscritto, il che è evidente a motivo dei triangoli simili EGB ed *egb* che danno BD : DE :: *b*D : D*e*.

Si può dedurre in generale, dell'essere i lati delle figure simili come le radici della loro superficie, un mezzo molto semplice di ridurre una figura qualunque a una superficie data: per ciò fa d'uopo formare un angolo di riduzione, figura 10, uno dei lati del quale sia eguale alla radice della più grande superficie, e la corda dell'arco che determina l'apertura di questo angolo, eguale alla radice della più picciola superficie. Supponendo che la più grande superficie sia 1156, e che la più piccola alla quale si vuol ridurne la figura sia 529, si tirerà una linea indefinita, sulla quale si porterà da A in B la radice 34 di 1156; quindi, dal punto A come centro, avendo descritto un arco indefinito, si farà con una grandezza eguale alla radice 23 di 529, una sezione *g;* si condurrà A *g* che formerà l'angolo di riduzione *g* A B, per mezzo del quale si ridurrà la figura portando tutte le misure della grande sopra la linea A D, con le quali si descriveranno degli archi, le cui corde saranno i lati ricercati.

Se non trattasi di ridurre, ma di fare una figura di cui sieno date la superficie e la forma, si farà una figura d'una superficie qualunque, ma più grande, che si ridurrà a quella proposta.

Il cerchio potendo essere riguardato come un poligono d'una infinità di lati estremamente piccioli, ne risulta che un recinto circolare potrebbe sussistere con uno spessore infinitamente picciolo; questa proprietà si dimostra con una esperienza semplicissima: perchè se si prende un gran foglio di carta, non si potrà giammai farlo star in piedi stendendolo in linea retta; ma se si formi un cilindro vuoto, esso si sosterrà con una certa stabilità, benchè lo spessore che serve di base non giunga alla millesima parte dell'altezza del foglio.

Nondimeno siccome i muri devono avere un certo spessore per sostenersi solidamente, perchè essi sono composti di parti che possono disunirsi, si potrà considerare un recinto circolare come un poligono regolare di dodici parti, e determinare il suo spessore coi processi testè spiegati.

Oppure, per rendere l'operazione più semplice, cercare lo spessore d'un muro retto, la cui lunghezza fosse eguale alla metà di quella del raggio.

Supponiamo, per esempio, un recinto circolare di 56 piedi di diametro e di 18 piedi di altezza, in cui si tratti di determinare lo spessore: si formerà un rettangolo A B C D, figura 2, la cui base A D sia eguale

alla metà del raggio, cioè a 14 piedi, la cui altezza A B sia di 18 piedi, tirata quindi la diagonale B D, si porterà sopra da B in d, la nona parte dell'altezza, cioè 2 piedi, e si tirerà dal punto d una parallela $a\,d$, alla base la cui lunghezza indicherà lo spessore del muro che si cerca, e si troverà di 14 pollici e tre quarti.

Per fare questa operazione col calcolo, si sommerà insieme il quadrato dell'altezza e quello della metà del raggio, cioè di 18, che dà 324, e 14 che dà 196, e si estrarrà la radice quadrata della somma 520, che si troverà eguale a 22,8, che sarà il valore della diagonale B D; si farà poscia la proporzione, 22,8 sta alla metà del raggio, che è 14 piedi, come la nona parte dell'altezza del muro, che è 2 piedi, sta ad un quarto termine, che si troverà 14 pol., 74.

Il muro esterno della rotonda di S. Stefano a Roma, Tavola CLXXXI, forma un recinto circolare di 198 piedi di diametro. Questo muro, che è costrutto in murazione di pietrame rivestito di mattoni, ha 2 piedi 4 pollici di spessore sopra 22 piedi e mezzo di altezza. Applicandovi la regola precedente, si troverà che la diagonale del rettangolo che avrebbe per base il lato d'un poligono eguale alla metà del raggio, per 22 piedi e mezzo, sarebbe $\sqrt{49\ 1/2 \times 49\ 1/2 + 22\ 1/2 \times 22\ 1/2}$, il che dà dopo aver fatto i calcoli indicati, $54 \frac{37}{100}$; facendo poscia la proporzione $54,37 : 49:5 :: \frac{22\ 1/2}{9}$ ad un quarto termine x, che rappresenterà lo spessore cercato, si troverà $x = 2$ piedi 3 pollici 4 linee, invece di 2 piedi 4 pollici.

Quest' accordo della regola che noi proponiamo per un muro d'un diametro così grande come quello del muro esterno del Mercato delle biade di Parigi, e che esiste da più di quindici secoli, può dare un'idea della sua esattezza.

ARTICOLO II.

DELLO SPESSORE DA DARSI AI MURI DEI FABBRICATI CHE NON SONO A VOLTA.

Questi muri, ordinariamente situati a distanze meno grandi di quelli che formano recinti coperti, si sostengono con minore spessore, soprattutto quando sono riuniti da solaj, oppure da tetti disposti in modo conveniente.

Vi sono grandissimi edificj. come le antiche basiliche di Roma, che non sono coperte che d'un tetto; altri hanno un semplice plafone sotto il tetto; i palazzi ed i fabbricati d'abitazione hanno spesso molti ranghi di solaj al di sotto del tetto.

Comincieremo dagli edificj che non sono coperti che d'un solo tetto di legname, come i più semplici dopo i muri di cinta.

Fra gli edificj di questo genere ve ne sono di quelli che hanno dei punti d'appoggio continui, come i muri che si collegano e si sostengono reciprocamente; altri hanno dei punti d'appoggio isolati, come piloni, colonne o pilastri che si riuniscono con archi.

Quando l'ossatura di legname che forma il tetto d'un edificio è ben intesa, lungi dal nuocere alla solidità dei muri o dei punti d'appoggio che lo sostengono, serve anzi a contenerli.

Esistono molti edificj considerabili, i cui muri e punti d'appoggio non possono sostenersi senza il soccorso dell'armatura di legname dei tetti che li copre. A Roma la Basilica di San Paolo fuori delle mura, rappresentata dalla Tavola CLXXXIV figura 1, è divisa in cinque navate formate da quattro file di colonne collegate da archi che sostengono dei muri sopra i quali posa il legname del tetto, come si vede dalla sezione trasversale, Tavola CLXXX. La navata di mezzo ha 23 metri.$\frac{83}{100}$ o 73 piedi e 1/2 di larghezza per 30 metri 1/4 o 93 piedi 10 pollici di altezza. I muri che formano questa navata sono innalzati sopra colonne di 10 metri $\frac{31}{100}$, oppure 31 piedi 9 pollici di altezza, e il loro spessore è poco meno di tre piedi, cioè non è che la trentaduesima parte della loro altezza.

Nella Villa Adriana i muri più elevati che si sono mantenuti in piede sino al presente non hanno per altezza che 16 volte il loro spessore, sopra 16 metri $\frac{81}{100}$, oppure 51 piedi 9 pollici di lunghezza. Questi muri, che formano grandissime sale, erano pieni in tutta la loro estensione e sostenuti da altri alle loro estremità. *Quindi si può credere che se i muri della basilica di San Paolo non fossero trattenuti dal legname del tetto della grande navata, e puntellati da quello delle navate basse, non potrebbero sostenersi* (1). Lo stesso dicasi dei muri che formano la navata della Chiesa di Santa Sabina rappresentati in pianta dalla figura 2 della Tavola CLXXXIV, e in sezione Tavola CLXXX. Questi muri che sono pure elevati sopra colonne, hanno 16 metri $\frac{9}{10}$ oppure 52 piedi d'altezza, 47 metri $\frac{1}{10}$ oppure 145 di lunghezza ed un poco meno di 2 piedi di spessore, cioè $\frac{1}{26}$ della loro altezza.

Ma paragonando lo spessore di questi muri con l'altezza delle parti inferiori, che formano la maggior parte isolata, si trova che nella basilica di San Paolo, esso è il diciasettesimo ed a Santa Sabina il tredicesimo. Nelle altre basiliche o chiese a colonne la minore grossezza del muro è il dodicesimo della parte grande isolata, come in Santa Maria Maggiore, in Santa Maria a Transtevere; San Grisogono, San Pietro in Vincolis, a Roma; San Lorenzo e Santo Spirito, a Firenze; San Filippo Neri, a Napoli; San Giuseppe e San Domenico il Grande, a Palermo.

Fa d'uopo rimarcare che lo spessore da dare ai muri può dipendere tanto dalla maniera con cui essi sono costrutti e dai materiali che vi si impiegano quanto dalla loro elevazione e dal loro carico. Un muro in pietrame o in pietra di taglio, di 12 pollici, in cui tutte le pietre formano lo spessore di muro, è qualche volta più forte che uno di 18 a 20 pollici formato di pietre che non hanno che la metà o il terzo di questo spessore, il cui mezzo non è che un riempimento di pietruzze che gli operaj impiegano sovente con polvere senza malta. Così sono costrutti a Parigi la maggior parte dei muri divisorj; io ne ho veduti di quelli che si separano in due sotto il carico dei solaj, quasi sempre più pesanti da una parte del muro che dall'altra. Ma non bisogna perdere di

(1) Questa previdenza della teoria non è stata che troppo completamente giustificata nell'incendio che ha distrutta la Chiesa di S. Paolo fuori delle mura, nella notte del 15 al 16 Luglio 1823. Il quadro che i Signori Allaux e Lesueur, allora pensionati dell'Accademia di Francia a Roma, ci diedero delle ruine di questo edificio non lascia verun dubbio a tale riguardo.

Si osservino le *Vedute scelte dei monumenti antichi di Roma*. — Parigi, 1826.

vista che piuttosto la stabilità che la forza, costituisce la solidità degli edificj; perchè è certo che un muro di pietra dura, di 4 pollici di spessore, sarebbe più forte che non occorre per sostenere il carico che portano i muri di 18 pollici di spessore nelle case più elevate, cioè di cinque a sei piani; eppure è evidente che un muro simile non avrebbe abbastanza stabilità, a motivo della poca larghezza della sua base.

L'esame particolare da me fatto su circa 280 edificj d'ogni genere, antichi e moderni, situati tanto in Francia che in Italia, mi ha fatto conoscere che in quelli coperti da un semplice tetto a due inclinazioni, composti di armature di legno con plafone o senza, e disposti in modo da impedire l'allontanamento dei muri, lo spessore minore dei muri ben costrutti, in pietrame o in mattoni, è il ventiquattresimo della larghezza, in opera, cioè presa fra le parti interne.

Nelle case particolari divise in molti piani con solaj, abbiamo trovato che lo spessore dei muri di facciata è dai 15 pollici sino ai 24; quella dei muri intermedj, di 16 a 20 pollici, e lo spessore dei muri di spartimento dai 12 a 18.

Nei fabbricati più importanti, i muri di facciata hanno da 2 fino a 3 piedi di spessore; i muri intermedj da 20 a 24 pollici, ed i muri di spartimento, da 15 a 20 pollici.

Nei palazzi e grandi edificj, il cui pianterreno è a volta, i muri di facciata hanno dai 4 piedi fino a 9 piedi, ed i muri di spartimento da 2 fino a 6 piedi.

È utile far osservare che nel gran numero d'edificj che abbiamo avuto l'occasione di esaminare, non abbiamo sempre trovato lo spessore dei muri e dei punti d'appoggio proporzionato alla loro posizione, agli spazj che racchindono, nè ai pesi ch'essi sopportano. In alcuni, grandissimi spazj e carichi considerabili corrispondono a muri e punti d'appoggio debolissimi; e in altri, muri solidissimi racchiudono picciolissimi spazj, e forti punti d'appoggio non hanno pressochè niente da sostenere.

Affine di giugnere a stabilire una regola sicura e facile per determinare lo spessore dei muri negli edificj che non sono a volte, abbiamo considerato che le asticcinole delle armature di legname che formano i tetti, essendo sempre posate nel senso della larghezza, come pure le travi de' solai, devono servire a sostenere i muri opposti; ma a motivo dell'elasticità e della flessibilità di cui i legni sono suscettibili, essi non lasciano di gravare i muri in ragione della più grande larghezza degli

spazi che racchiudono; d'onde risulta che la larghezza e l'altezza dei pezzi sono quelle che devono servire a determinare lo spessore dei muri.

Regola prima.

Nei fabbricati che non sono coperti che d'un semplice tetto, se i muri sono isolati da due lati in tutta la loro altezza, fino sotto le asticciuole delle armature del tetto, come indica la figura 1 della Tavola CLXXIX, tirata la diagonale BD, vi si porterà sopra da B in *b* e da D in *d*, la dodicesima parte dell'altezza AB; quindi dai punti *b* e *d* si condurranno delle parallele a BA e DC, che formeranno con queste linee il profilo e lo spessore dei muri.

Conosciuta l'altezza AB e la larghezza AD, si può trovare lo spessore A*c* col calcolo, osservando che $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$; conoscendo il valore di BD, si avrà quello di *c*A facendo la proporzione $cA : AD :: Bb : BD$ d'onde $cA = \frac{AD \times Bb}{DB}$.

Prima applicazione (1).

Supponendo la larghezza BC di 24 piedi, e l'altezza AB di 32, si avrà $\sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{24 \times 24 + 32 \times 32}$ che fatti i calcoli indicati, diviene $BD = \sqrt{576 + 1024}, = \sqrt{1600} = 40$, quindi BD sarà di 40 piedi; B*b*, che indica la dodicesima parte di AD, oppure di 32 piedi, sarà 2 piedi 8 pollici; lo spessore del muro espresso da

$$\frac{AD \times Bb}{BD}, \text{ sarà } \frac{24 \times 2\,2/3}{40},$$

che danno dopo aver fatte le operazioni indicate, 1 piede 3/5, oppure 1 piede 7 pollici 2 linee, per lo spessore cercato.

Se i muri che sostengono il tetto fossero sostenuti ad una certa altezza da altre costruzioni o dai tetti inferiori, come nelle chiese e nelle basiliche, si porterebbe sulla diagonale BD, da B in *e*, la dodicesima parte dell'altezza al di sopra dell'appoggio, e la ventiquattresima di quella al di sotto da *e* in *f*; si condurrebbe dopo dal punto *f* una

(1) Quest'opera essendo stata composta gran tempo prima che si stabilissero le nuove misure, si sono dovunque conservate le espressioni in piedi, ove la specie di misura è indifferente, senza aggiugnervi l'equivalente in metri.

parallela a AB, che determinerebbe lo spessore Af cercato; oppure, ed è lo stesso, si somma insieme l'altezza totale AB dell'interno, e quella EB dell'esterno, al di sopra dell'appoggio E, di cui si prenderà la ventiquattresima parte, che si troverà eguale a Be più ef.

Seconda applicazione.

I muri della grande navata della basilica di San Paolo fuori delle mura, rappresentati dalla figura 1 della Tavola CLXXX, hanno di altezza all'interno, fino sotto le asticciuole delle armature del tetto, 93 piedi 10 pollici, di cui 26 piedi 2 pollici per la parte esterna al di sopra dei tetti delle parti inferiori. Queste due misure sommate insieme danno 120 piedi, di cui il ventiquattresimo è 5 piedi, che si porterà sulla diagonale BD, da B in f; quindi dal punto f, abbassata una verticale, l'orizzontale Be determinerà lo spessore che si troverà di 3 piedi, essendo la larghezza della navata 73 piedi 6 pollici.

Se si vuole operara col calcolo, si avrà

$$BD = \sqrt{93^{\text{pie.}}\ 10^{\text{pol.}} \times 93^{\text{pie.}}\ 10^{\text{pol.}} + 73^{\text{pie.}}\ 6^{\text{pol.}} \times 73^{\text{pie.}}\ 6^{\text{pol.}}},$$

che dà dopo aver fatti i calcoli indicati,

$$BD = \sqrt{14207} = 119 \text{ piedi } 2 \text{ pollici.}$$

Per avere lo spessore eB, si farà come poc'anzi, la proporzione

$$BD : AD :: Bf : Af'$$

$$\text{d'onde, } Af' = \frac{AD \times Bf}{BD} = \frac{73\,1/2 \times 5}{119{,}2}$$

il che dà pel valore di Af', 3 *piedi* 1 *pollice, invece di* 2 *piedi* 11 *pollici* 9 *linee, che questi muri hanno effettivamente.*

La stessa operazione fatta pei muri della navata della chiesa di Santa Sabina, figura 2 della stessa Tavola, la cui altezza è di 51 piedi 2 pollici sopra 42 piedi 2 pollici di larghezza all'interno, e di 16 piedi d'elevazione al di sopra dei tetti delle parti inferiori, *dà* 21 *pollici* 4 *linee; quelli eseguiti hanno poco meno di* 24 *pollici.*

La navata della chiesa di Santa Maria Maggiore ha 52 piedi 7 pollici 1/2 di larghezza sopra 56 piedi 6 pollici 4 linee d'elevazione, sotto il plafone in legno attaccato all'armatura del tetto.

L'altezza esterna, dopo il tetto delle parti inferiori, è di 19 piedi 8 pollici: *applicandovi la regola precedente si troveranno* 26 *pollici* 1/4 *per lo spessore dei muri, invece di* 28 *pollici* 3/4 *ch'essi hanno realmente.*

Facendo la stessa operazione per la navata della chiesa di San Lorenzo di Firenze, la cui larghezza interna è di 37 piedi 9 pollici, sopra 69 d'elevazione, fino sotto il plafone in legno, come quello di Santa Maria Maggiore, la cui altezza esterna, dopo il tetto delle parti inferiori, è 18 piedi; *si troverà per lo spessore dei muri 21 pollici invece di 21 pollici 6 linee, oppure un braccio di Firenze che essi hanno in esecuzione.*

Nella stessa città, la grande navata della chiesa di Santo Spirito fabbricata da Brunelleschi, è stata terminata da un plafone in legno, sostenuto dalle asticciuole dell'armatura del tetto, come nella precedente; la sua altezza è di 76 piedi sino sotto il plafone, per 37 piedi 4 pollici di larghezza: all' esterno, i muri sono elevati 19 piedi al di sopra dei tetti delle navate laterali. *Dietro queste dimensioni, la regola dà 21 pollici 3 linee, invece di 22 pollici 1/2 di spessore che hanno questi muri.*

La navata della chiesa di San Filippo Neri, a Napoli, con un plafone dello stesso genere, ha 37 piedi di larghezza sopra 53 piedi ed 8 pollici di altezza sino sotto il plafone: all' esterno i muri sono elevati di 20 piedi 4 pollici al di sopra dei tetti. *L' applicazione della regola dà 21 pollici per lo spessore dei muri, in luogo di 22 pollici 1/2.* La pianta di quest' ultima chiesa è rappresentata dalla figura 4 della Tavola CLXXXIV.

È essenziale rimarcare che, nelle chiese che noi abbiamo citate, i muri esterni sono molto più grossi, benchè sieno pieni fino dal basso per tutta la loro lunghezza, e che questo spessore più grande loro è stato dato per resistere allo sforzo dei tetti delle parti inferiori, che sono ad esse appoggiati e che, per questa disposizione, agiscono con maggior forza contro il muro esterno. Così nella chiesa di San Paolo, il muro esterno lungo le parti inferiori, ha 7 piedi di spessore sopra 40 piedi di elevazione in luogo di 3 piedi 4 pollici che dovrebbe avere secondo la regola; ciò che produce una resistenza quattro volte e mezzo più forte, capace di contenere gli altri muri, che non sono elevati che sopra colonne isolate, e che non si sosterrebbero senza questo mezzo.

Nella chiesa di Santa Sabina il muro esterno che ha 26 piedi di elevazione non ha che 26 pollici di spessore, cioè quello che dà la regola; ma essa non ha che un rango di navate laterali e i muri della navata di mezzo hanno maggior spessore relativamente alla sua larghezza, e minore elevazione.

A San Paolo, i muri della navata di mezzo non hanno che la ventiquattresima parte della sua larghezza interna, mentre a Santa Sabina essi ne hanno la ventunesima, e 42 piedi 8 pollici di meno di elevazione.

Nelle chiese di San Lorenzo e di Santo Spirito, a Firenze, di San Filippo Neri, a Napoli, le profondità delle cappelle aumentano considerabilmente la resistenza di questi muri, ma le parti inferiori sono a volta.

Seconda regola
per gli edifici composti di molti piani separati da solaj.

Questa regola è, come la precedente, il risultamento d'un'infinità di ricerche e d'osservazioni fatte sopra un gran numero di edifici di questo genere, ai quali noi abbiamo applicato il calcolo dietro i principj di meccanica, affine di stabilire un metodo sicuro e facile, fondato sulla teoria e sull'esperienza.

Nelle case comuni, ove l'altezza dei solai non oltrepassa i 12 in 15 piedi, per trovare lo spessore dei muri interni oppure di tramezzo; non fa d'uopo avere riguardo che alla larghezza dello spazio ch'essi dividono, ed al numero dei solai che devono sostenere. Quanto ai muri di facciata, che sono isolati da una parte in tutta la loro altezza, fa d'uopo avere riguardo allo spessore del fabbricato ed alla sua elevazione. Così un corpo di casa semplice esige muri di facciata più solidi che un corpo di casa doppio dello stesso genere e della stessa altezza, perchè la loro stabilità è in ragione inversa della loro larghezza.

Supponiamo un corpo di casa semplice, Figura 1, Tavola CLXXXII, il cui spessore sia 24 piedi, e l'altezza fino al di sotto del tetto, di 36 piedi; si aggiugnerà a 24 piedi la metà dell'altezza 18, e si prenderà la ventiquattresima parte della somma 42, cioè 21 pollici per lo spessore medio di ciascuno dei muri di facciata sopra lo zoccolo o prima risega a pien-terreno. Per una costruzione mediocre, si aggiugnerà 1 pollice, e 2 pollici per una costruzione solida.

Se si ha un corpo di casa doppio, Figura 2, il di cui spessore sia 42 piedi sopra la stessa altezza del precedente, si sommerà insieme la metà della altezza e della lunghezza del fabbricato, cioè 21 e 18 e si prenderà la ventiquattresima parte della somma, che darà 19 pollici e mezzo per lo spessore di ciascuno di questi muri.

Per determinare lo spessore dei muri di spartimento, si aggiugnerà allo spazio che questi muri devono dividere l'altezza del piano, e si prenderà la trentesimasesta parte della somma. Così per trovare lo spessore del muro IK, che divide in due lo spazio L M, di 32 piedi, si aggiugnerà l'altezza del piano, che io suppongo di 10 piedi, il che darà 42 piedi, la di cui trentesimasesta parte è 14 pollici. Si può aggiugnere a questo spessore un mezzo pollice per ciascun piano al di sopra del terreno; così per tre piani, lo spessore del muro al basso sarebbe di 15 pollici e mezzo. Questa proporzione è quella che conviene per le costruzioni in mattoni ed in pietra di mediocre durezza.

Se si è costretti ad impiegare pietre tenere ovvero tufi, in uso in alcuni dipartimenti, si aggiugnerà 1 pollice per piano, in luogo di mezzo pollice: così per l'esempio precedente, si aggiugnerà ai 14 pollici dati dalla regola, 3 pollici pei piani al di sopra del terreno, il che porterà il suo spessore a 17 pollici.

Per il muro A B, che divide lo spazio compreso fra i due muri di facciata, che si troverà di 35 piedi, si aggiugnerà all'altezza, 10 piedi; e la trentesimasesta parte della somma, 45 piedi, che è 15 pollici, sarà lo spessore da darsi a questo muro, se non è elevato che un piano: se sale più alto, si aggiugneranno, come ho detto poc'anzi, tanti mezzi pollici quanti piani sosterrà al di sopra del terreno. Operando del pari per gli spazj N O, P Q, R S delle piante, Figure 1 e 2, si troverà il loro spessore.

Per citare un esempio faremo l'applicazione di questa regola ad una casa della via dell'Inferno presso il Lussemburgo, conosciuta sotto il nome di Palazzo di Vendôme: questa casa, fabbricata sul disegno di Le Blond, architetto di Pietro il Grande, si trova nel Corso d'architettura di Daviller. Il fabbricato ha 46 piedi di spessore in fronte alla parte meno sporgente dell'edificio e 47 nel mezzo, per 33 piedi d'elevazione, dal pavimento fino sopra alla trabeazione: quindi per avere lo spessore dei muri di facciata FF si prenderà la metà della somma dell'altezza e della lunghezza che è $\frac{47+33}{2} = 40$ piedi, la cui vigesimaquarta parte è 20 pollici; *ma siccome è una costruzione solida, aggiugnendovi 2 pollici, si troveranno 22 pollici in luogo di 2 piedi ch'essi hanno in esecuzione.*

Per lo spessore del muro interno che attraversa il fabbricato secondo la sua lunghezza, lo spazio fra i due muri di fronte essendo di

42 piedi, e l'altezza di ciascun piano di 14 piedi, lo spessore di questo muro dovrebbe essere di $\frac{42 \times 14}{36}$, *cioè di* 18 *pollici* 8 *linee*, in luogo di 18 pollici che l'autore ha dato ad esso.

Colla stessa operazione, si troverà che lo spessore del muro, R che separa il salone che ha 22 piedi di larghezza, dalla sala da pranzo, *che ne ha* 18, *e* 14 *piedi di altezza, dovrebbe essere* 18 *pollici* 6 *linee, invece di* 18 *pollici*, ma siccome i muri di facciata costrutti in pietra di taglio hanno 2 piedi di spessore, la loro stabilità essendo più grande che non esige la regola, i muri interni si trovano trattenuti, e non hanno più bisogno d'un sì grande spessore, come abbiamo già spiegato, parlando delle picciole colonne che sostengono la volta della chiesa di Ognissanti d'Angers, rappresentata dalla Tavola CLXXIX.

Siccome, malgrado tutto ciò che abbiamo detto sulla stabilità, si potrebbe essere maravigliati dagli spessori che abbiamo proposto e per i muri e punti d'appoggio in pietra di taglio e per quelli in pietrami, ovvero in mattoni, la cui forza non è molto più grande di quella della malta o del gesso che gli unisce, noi facciamo osservare di nuovo che quando un muro o punto d'appoggio può essere mantenuto bene appiombo sopra la base, per l'effetto delle parti circostanti, esso può sostenere un peso proporzionato all'estensione della sua superficie; *e siccome le pietre più tenere, che hanno minor consistenza della malta* o *del gesso possono ancora sostenere* 500 *libbre ogni pollice superficiale, il che dà* 72 *mila libbre per piede, mentre il risultato di tutti i calcoli che noi abbiamo fatto sopra fabbricati di cinque a sei piani, non danno che* 10 *a* 12 *mila libbre*, è evidente che i muri in pietre tenere mantenuti ben appiombo, hanno, secondo le dimensioni indicate dalla regola, una forza più che sufficiente; ma che se sono fuori d'appiombo, per una base abbastanza larga onde procurar ad essi la stabilità che loro conviene, tutto lo sforzo portandosi sopra uno degli spigoli dello spessore dei muri, come si vede dalla figura A della Tavola CLXXVIII, questo spigolo deve schiacciarsi, qualunque sia la durezza della pietra, perchè lo sforzo, invece di portarsi sopra una faccia di 15 a 18 pollici di larghezza, agisce sopra una linea o una superficie che non ha quasi nessuna larghezza.

Quando invece d'un muro, si sostituisce una costruzione di legno riempito in gesso e arricciato dalle due parti per non formare che un

sol pezzo, basta a dare ad esso la metà dello spessore che dovrebbe avere, secondo la regola, il muro ch' esso rimpiazza.

Per le tramezze leggere di distribuzione, che non portano solajo, il loro spessore sarà il quarto di ciò che dà la regola.

Quanto ai punti d'appoggio isolati, fa d'uopo sempre fare in modo, ch' essi possano essere mantenuti appiombo dalle parti circostanti: la larghezza della loro base può essere dall'ottava fino alla dodicesima parte della loro altezza.

La regola che noi proponiamo si accorda benissimo con tutti i fabbricati costrutti da Palladio, benchè i più sieno in parte a volte. Quello che noi abbiamo citato per esempio, Figura 4, è a solaj, ed è stato fabbricato per i fratelli Mocenigo di Venezia, in un luogo chiamato *la Fratta del Polesine:* la larghezza dei principali pezzi è di 16 piedi per altrettanto di altezza; essi sono separati dagli altri che non hanno che 8 piedi, in guisa che la larghezza dello spazio diviso da ciascun muro, è di 25 piedi e mezzo, ciò che dà per il loro spessore $\frac{25\ 1/2 \times 16}{36}$, *che si riduce, facendo i calcoli indicati, a* 13 *pollici* 10 *linee, invece di* 14 *pollici che essi hanno effettivamente.*

I muri di facciata avendo 24 piedi di altezza, ed essendo lo spessore del fabbricato 46 piedi, *lo spessore dei muri dato dalla teoria precedente sarà* 17 *pollici e mezzo; quelli eseguiti hanno* 18 *pollici.*

Riguardo agli edifici a volte noi non daremo regola che dopo avere spiegata la teoria delle volte, che forma il soggetto della sesta sezione di questo Libro.

ARTICOLO III.

DELLA STABILITÀ RELATIVA AI PIEDRITTI O PUNTI D'APPOGGIO.

Sia A B C D, figura 31, Tavola CLXVI, un piedritto a base quadrata di cui si vuol conoscere la resistenza, rapporto ad una potenza M, che lo spinge orizzontalmente da M in A, oppure obliquamente da N in A per atterrarlo, figura 32, facendolo rotare sopra il punto D. Affine di rendere la dimostrazione più facile, si può considerare il solido ridotto

a un piano che passi pel centro di gravità G di questo piedritto e pel punto D, intorno al quale la potenza tende a farlo girare; si abbasserà da questo centro una verticale che taglierà la base in un punto I al quale si supporrà attaccato il peso del piedritto; facendo poi astrazione dal piedritto, non si considererà che la leva angolare BDI, o HDI, le cui braccia sono determinate dalle perpendicolari tirate dal punto d'appoggio D, da una parte alla direzione verticale del peso, e dall'altra alla direzione della potenza che spinge il piedritto, secondo la teoria della leva.

Fa d'uopo rimarcare che la direzione del peso R, essendo sempre indicata da una verticale abbassata dal centro di gravità, il suo braccio di leva ID non cangia qualunque sia la direzione della potenza, e l'altezza alla quale essa è applicata; mentre il braccio di leva della potenza varia col variare della sua posizione e della sua direzione.

Acciocchè vi sia equilibrio fra lo sforzo della potenza e la resistenza del piedritto, fa d'uopo per il primo caso, figura 31, in cui la potenza M agisce secondo una direzione orizzontale, che si abbia la proporzione $M : R :: ID : DB$, d'onde si trae $M = \frac{R \times ID}{DB}$.

Se la direzione della potenza è obbliqua come NA, Figura 32, si avrà nel caso d'equilibrio $N : R :: ID : DH$, che dà $N = \frac{R \times ID}{DH}$.

Applicazione.

Per dare un esempio supponiamo che l'altezza del piedritto sia di 12 piedi, la sua larghezza di 4, e il suo spessore di un piede.

Il peso R del piedritto potendo essere rappresentato dal suo cubo, sarà $12 \times 4 \times 1$, che dà 48.

Il suo braccio di leva, indicato da ID sarà 2, quello della potenza orizzontale M, rappresentato da DB, sarà 12.

Dietro tutti questi valori, si avrà $M : 48 :: 2 : 12$, che dà

$$M = \frac{48 \times 2}{12} = 8.$$

Cioè lo sforzo della potenza orizzontale M deve essere eguale a 8 piedi cubici della stessa pietra del piedritto per essere in equilibrio

con la sua resistenza, supponendo che sia di pietra dura ordinaria, di cui il piede cubico ha il peso medio di 160 libbre, questo sforzo sarebbe eguale a 1280.

In quanto alla potenza obbliqua che agisce secondo N A, supponendo D H = 7 1/5, si avrà N : 48 :: 2 : 7 1/5, che dà

$$N = \frac{48 \times 2}{7\ 1/5} = 13\ 1/3,$$

mentre l'espressione della potenza orizzontale M contro lo stesso piedritto non era che di 8 piedi; ma fa d'uopo notare che il suo braccio di leva era 12, mentre quello della potenza N non è che di 7 piedi 1/5; ora 13 1/3 per 7 1/5 = 8 × 12 = 96, che è pure eguale alla resistenza del piedritto espresso da 12 × 4 × 2 = 96.

È essenziale osservare che se si considera la potenza N A come il risultato di due altre M A è F A, la prima agendo orizzontalmente da M in A, tende ad atterrare il piedritto, mentre la seconda, che agisce verticalmente da F in A, s'oppone in parte a questo effetto aumentando la resistenza del piedritto.

Supponiamo che la potenza N A faccia con la verticale A F un angolo di 53 gradi, e uno di 37 coll' orizzontale A M, si avrà

N A : F A : M A :: sen. tot. : sen. 37 gradi : sen. 53 gr. :: 10 : 6 : 8.

Quindi NA essendosi trovato eguale a

13 1/3, si avrà 10 : 6 : 8 :: 13 1/2 : 8 : 10 2/3.

È evidente che con questa decomposizione della potenza N A, la resistenza del piedritto si trova aumentata dallo sforzo della potenza F A = 8, la quale agendo nel punto A secondo la direzione F A, avrà per braccio di leva C D = 4, ciò che dà pel suo sforzo 8 × 4 = 32.

La resistenza del piedritto essendosi trovata eguale a 96, diverrà per l'effetto della potenza F A = 96 + 32 = 128.

Lo sforzo della potenza orizzontale M essendo divenuto 10 2/3, e il suo braccio di leva essendo sempre 12, il suo sforzo sarà 128 eguale alla resistenza del piedritto, il che prova che in questa decomposizione, si ha, come poc' anzi, la potenza eguale alla resistenza.

Questa proposizione merita d'essere considerata con molta attenzione, perchè la sua applicazione è di grande utilità per giugnere a valutare con esattezza gli effetti delle parti degli edifici che non si sostengono che con isforzi obbliqui o laterali.

Se si vuol trovare quale dovrebbe essere il prolungamento del

piedritto per equivalere allo sforzo verticale E A, fa d'uopo dividere la sua espressione per I D; cioè 8 per 2, che darà 4 per questo prolungamento, e si avrà per l'espressione della sua resistenza

$$(12 + 4) \times 4 \times 2 = 128, \text{ come sopra.}$$

Se lo sforzo della potenza è conosciuto, e si cerca lo spessore che deve avere un muro o piedritto di cui si conosce l'altezza, per resistervi, esprimeranno la potenza e le parti del piedritto con lettere differenti, affine d'indicare le operazioni da farsi per risolvere il problema. Così, chiamando p la potenza, l'altezza del piedritto d, lo spessore cercato x, se la potenza p agisce secondo una direzione orizzontale all'estremità del muro o piedritto, la sua espressione sarà $p \times d$.

La resistenza del piedritto sarà espressa dalla sua superficie, moltiplicata pel suo braccio di leva, cioè per $d \times x \times \frac{x}{2}$; e siccome nel caso d'equilibrio la resistenza deve essere eguale alla spinta, si avrà l'equazione

$$p \times d = d \times x \times \frac{x}{2};$$

da cui $2p = x \times x$ oppure xx,

cioè ad un quadrato la cui superficie è eguale a $2p$ e di cui x indica il lato o la radice, il che si esprime così: $x = \sqrt{2p}$. Questa espressione è una formola che indica, in tutti i casi, lo spessore che deve avere un piedritto C D, per resistere a una potenza M, posta alla sua estremità superiore, e che agisce secondo una direzione orizzontale M A, figura 31.

È utile rimarcare che, in questa formola, l'altezza del piedritto non è necessaria per trovare il valore di x, perchè questa altezza essendo comune al piedritto e al braccio di leva della potenza, non cangia il suo risultato: perchè il cubo del piedritto che rappresenta il suo peso, aumenta o diminuisce nella stessa ragione di questa leva. Così, sia che l'altezza del piedritto sia di 12, di 15 o di 24 piedi, il suo spessore sarà sempre lo stesso.

ESEMPIO.

Se la potenza orizzontale espressa da p nella formola $x = \sqrt{2p}$ è 8, si avrà $x = \sqrt{16}$, che dà $x = 4$ per lo spessore del piedritto.

Finchè la potenza che agisce all'estremità del piedritto resterà la stessa, questo spessore basterà, qualunque sia la sua altezza. Così, per 12 piedi di altezza, lo sforzo della potenza sarà

$8 \times 12 = 96$, e la resistenza $12 \times 4 \times 2 = 96$.

Se il piedritto è alto 15 piedi, la sua resistenza sarà $15 \times 4 \times 2 = 120$, e lo sforzo della potenza $8 \times 15 = 120$.

Infine, se l'altezza è di 24 piedi, la sua resistenza sarà $24 \times 4 \times 2 = 192$, e lo sforzo della potenza $8 \times 24 = 192$.

Quando il punto ove è applicata la potenza orizzontale è meno elevato del muro o piedritto, si può indicare nella formola la differenza con f, e si avrà

$$p \times (d - f) = d \times x \times \frac{x}{2},$$

che diviene $2p - \frac{2pf}{d} = xx$.

Da cui $x = \sqrt{2p - \frac{2pf}{d}}$,

Supponendo $p = 9$, $f = 6$, $d = 12$,

La formola diverrà $x = \sqrt{18 - \frac{18 \times 6}{12}}$, che dà, facendo i calcoli indicati, $x = \sqrt{9}$; e finalmente $x = 3$, che sarà lo spessore cercato.

Quando la potenza N A è obbliqua, figura 32, si può egualmente trovare lo spessore servendosi del braccio di leva D H, oppure decomponendola in due. Così, nel caso della potenza obbliqua, p sarà 13 1/3 nominando f il suo braccio di leva 7 1/5, si avrà $p \times f = \frac{dxx}{2}$, che si ridurrà a $x = \sqrt{\frac{2pf}{d}}$, in cui sostituendo i valori conosciuti, si avrà $x = \sqrt{\frac{2 \times 13\,1/3 \times 7\,1/5}{12}}$, che si riduce, dopo aver fatti i calcoli indicati, ad $x = \sqrt{16}$, che dà $x = 4$ per lo spessore del piedritto cercato.

Decomponendo la potenza obbliqua N A, figura 32, in due sforzi di cui uno M A tende a rovesciare il piedritto agendo secondo una direzione orizzontale, e l'altro f A a mantenerlo agendo verticalmente.

S'indicherà lo sforzo orizzontale M A con p, il suo braccio di leva eguale all'altezza del piedritto con d, lo sforzo verticale f A con n; il

braccio di leva di quest'ultimo sforzo essendo eguale allo spessore cercato, sarà indicato da x, il che darà l'equazione

$$pd = \frac{dxx}{2} + nx, \text{ da cui } x = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}} - \frac{n}{d},$$

che sarà la formola generale per trovare lo spessore cercato, espresso da x.

Applicazione.

Applichiamo questa formola al caso che abbiamo già trattato al principio di questo articolo, e prendiamo i dati che ci ha forniti il primo metodo.

In tal caso noi abbiamo $p = 10\ 2/3$, $n = 8$, $d = 12$; sostituendo questi valori nella formola essa diverrà $x = \sqrt{10\ 2/3 \times 2 + \frac{64}{144}} - \frac{8}{12}$, che si riduce ad $x = \sqrt{21 + 7/9} - 2/3 = 4$. Se per una prova si vuol calcolare l'espressione della sua resistenza, sostituendo nell'equazione d'equilibrio $2pd = dx\frac{x}{2} \times nx$, le quantità p, d, x nei valori qui sopra, si troverà $10\ 2/3 \times 12 = 12 \times 4 \times 2 + 8 \times 4$, che facendo le operazioni indicate, dà $128 = 128$, come abbiamo trovato più in dietro nell'espressione $FA = 96 + 32$.

CAPO SECONDO

REGOLE RELATIVE ALLA FORZA DEI MURI E DEI PUNTI D'APPOGGIO.

Risulta da ciò che abbiamo detto precedentemente, che tutti gli effetti tendenti a distruggere gli edificj, provengono dal peso, il quale agisce in ragione inversa degli ostacoli che incontra. Quando i corpi pesanti sono posati immediatamente gli uni sopra gli altri, il risultato del loro sforzo è una semplice pressione suscettibile di produrre l'abbassamento o la rottura delle parti che li sostengono.

I fondamenti che hanno una superficie di base più grande di quelle delle parti ch' essi sostengono, sono piuttosto suscettibili di abbassarsi che di infrangersi. Ma i punti d' appoggio isolati al di sopra, che sostengono qualchevolta grandissimi pesi sopra una picciola superficie di base, sono suscettibili di abbassamento e di rottura, quando il carico che debbono sostenere supera la forza delle materie di cui essi sono formati; perciò la conoscenza della forza delle pietre, è necessarissima ad un costruttore. Nulladimeno soltanto ai nostri giorni si è cercato di assicurarsene con esperienze, e vi volle per tale effetto una circostanza straordinaria.

Questa conoscenza era forse stata riguardata come inutile, perchè la maggior parte delle pietre da fabbrica hanno una forza più che sufficiente pei comoni, ed anche per i grandi edificj.

Lo spessore considerevole che gli antichi davano generalmente a tutte le parti dei loro edificj, prova che per lungo tempo non si tenne verun conto della forza delle pietre. Gli edificj che risalgono alla più remota antichità sono anche i più massicci.

In seguito, l' esperienza insegnò agli architetti a fare i loro edificj meno pesanti. Le colonne che presso gli antichi Egizj, non avevano che cinque o sei diametri di altezza, furono portate fino a nove dai Greci, negli ordini jonico e corintio. I Romani davano anche maggiore altezza alle loro colonne, e più leggerezza ai loro edificj. Ma verso la decadenza dell' Impero Romano, sotto il regno di Costantino, costruttori senza gusto, tutto il merito dei quali si riduceva a mettere in opera le colonne ed i

marmi di cui spogliavano i più belli edificj antichi, spinsero l' ardire e la leggerezza tant'oltre quant'era possibile, facendo portare a colonne isolate, muri d' un' altezza considerabile, che sostenevano armature di legname pei tetti e coperture di tegole pesantissime, come l' antica basilica di San Pietro in Roma, e quella di San Paolo fuori delle mura, *che esiste ancora* (1).

Molti architetti, incoraggiati da questi esempi, hanno costrutto edificj su lo stesso piano, ove le colonne portano, oltre le armature e la copertura, anche volte e plafoni, come in Santa Maria Maggiore, in San Grisogono, ec.

Le chiese di Santo Spirito, e San Lorenzo a Firenze, costrutte sui disegni di Brunelleschi, sono ancora più ardite, a motivo della spezie di cupola fabbricata su piloni che formano la crociera delle navate.

L' invenzione delle cupole, che tenne dietro a questi primi saggi, produsse un carico ancor più forte sui piloni che le sostenevano.

I primi architetti che ne costruirono, spaventati dalla massa che avevano da sostenere, diedero ai loro piloni una superficie di base molto più grande di quella che esigeva il carico e la natura delle pietre di cui sono costrutte. Quelli che ne hanno fatto fabbricare dopo, lasciarono la quistione nello stato in cui l'avevano trovata, e si contentarono d'imitare quelli che le avevano precedute. Gli uni e gli altri determinarono la forma e le dimensioni di questi piloni, piuttosto secondo l'idea della disposizione e della decorazione da loro immaginate, che dietro la conoscenza del carico ch' essi dovevano sostenere; in guisa che si trova una differenza assai considerabile fra i rapporti delle superficie di questi piloni ed i pesi di cui essi sono caricati.

Il carico dei piloni che sostengono la cupola di San Pietro in Roma, valutato in chilogrammi, è per ciascun metro superficiale. 163539 chilog.
In libbre, per ciascun piede superficiale . 35,254 lib.
Il carico di ciascun metro superficiale dei piloni della cupola di San Paolo in Londra. 193498 ovvero 41,713

(1) Questo passo era scritto nel 1805: esso fu riprodotto senza alcun cangiamento nelle posteriori edizioni, fino al 1822. Abbiamo creduto bene il lasciarlo anche in questa edizione per non sconvolgere le osservazioni dell'autore sulle condizioni dell' esistenza della Basilica di S. Paolo divenuta preda delle fiamme nel 1823.

Il carico dei piloni della cupola degl'Invalidi. 147826 ovvero 31,862
Idem dei piloni della cupola della chiesa
di Santa Genevieffa . . . . 294290 ovvero 63,440
Idem delle colonne della basilica di San
Paolo fuori delle mura . . . . . . 197609 ovvero 42,950
Un metro superficiale d' uno dei piloni
che sostengono il campanile della
chiesa di Saint-Mery . . . . 294234 ovvero 63,325 lib. (1).

Ma qual è il giusto rapporto, relativamente alla solidità, che deve trovarsi fra il carico e la superficie dei punti d'appoggio? Questo è ciò che non può essere deciso che colle sperienze fatte sulla forza delle pietre. Questo fu pure uno dei mezzi di cui si è fatt' uso nella specis di controversia che insorse per gli accidenti avvenuti nei piloni della cupola della nuova Chiesa di Santa Genevieffa.

L' origine di questa discussione rimonta all' anno 1770, epoca in cui l'architetto Patte, pubblicò una memoria nella quale pretese provare che i piloni destinati a portare la cupola progettata allora, per la nuova Chiesa di Santa Genevieffa, non avevano le dimensioni sufficienti per dare ai muri del tamburo che doveva esservi edificato sopra, lo spessore necessario a resistere alla spinta della cupola che questo tamburo doveva sostenere.

M. Gauthey, ispettore generale dei Ponti e Strade, rispose a questa memoria con un' altra, sull' applicazione dei principj di meccanica alla costruzione delle volte e delle cupole, stampata nel 1771.

In questa memoria, M. Gauthey dopo aver confutata quella di M. Patte, conclude col dire, che non solo i piloni erano sufficienti per sostenere la cupola progettata, ma che si poteva farne di meno e non conservare che le dodici colonne che vi sono unite. In tale occasione questo ingegnere immaginò una macchina per isperimentare la forza delle pietre (2).

(1) In questa valutazione ci siamo fermati ai millesimi, ed abbiamo aumentato l'ultima cifra di una unità, ogniqualvolta la cifra che avrebbe dovuto seguirla era 5 o maggiore di 5.

D' altronde in questo parallelo, abbiamo preso;
Pel valore del chilogramma in libbre, 1 chilog. = 2 lib. 0°, 5 gr.; 35 gr., 15 = 2,0429
E per valore del metro superficiale, 1 m. q. = 9 p., 474.

(2) La macchina di Gauthey è stata incisa, e trovasi nel n.° XII della Tavola del primo Volume delle sue Opere, pubblicate dal Navier nel 1809.

Questa macchina era composta d' una leva di ferro accomodata in un forte palo di legno, e fermata da una cavicchia intorno alla quale si moveva. Nella faccia inferiore di questa leva, ad un decimetro circa dalla cavicchia, era un'intaccatura nella quale era posto un pezzo, parte in legno e parte in ferro, terminato a cuneo superiormente, e sotto questo pezzo si poneva la pietra da schiacciare. All'altra estremità della leva, ed al di sopra vi era un altro incavo nel quale entrava un anello che portava un piatto da bilancia. Questo secondo incavo era lontano dal primo d'una distanza ventiquattro volte più grande di quella compresa fra il centro della cavicchia e il primo incavo, d'onde risultava che quando si metteva un cubo di pietra sotto il cuneo sosteneva uno sforzo ventiquattro volte più grande di quello che aveva luogo nel punto dell'intaccatura, ove era sospeso il piatto da bilancia. M. Gauthey ha fatto con questa macchina cinquanta esperienze sulle pietre dure e tenere di Givry, presso Châlons-sur-Saône, di cui ha reso conto in una Memoria stampata nel giornale di fisica dell' abate Rosiers, del mese di Novembre 1774.

Risulta da queste esperienze che il minor peso sotto il quale la pietra bianca di Givry si è schiacciata, corrisponde a 7 libbre e 1/2 ogni linea superficiale delle pietre sperimentate, e il più forte a 18 libbre $\frac{5}{18}$. M. Gauthey riduce questi due termini estremi, a motivo di qualche irregolarità, a 9 libbre per la minor forza, e 15 libbre per la più grande; il che gli dà un risultato medio di 12 libbre, che si accorda assai bene con quello di 11 libbre 4/5 che dà la somma dei pesi della totalità delle pietre sperimentate, divisa pel numero di esse.

Adottando il peso medio di 12 libbre per linea, ne risulta che il peso necessario per schiacciare un pollice superficiale, sarà di 1728 lib. o 846 chilog., e per una superficie d'un piede, 248832 ovvero 121803 chilog., *per cui conclude che sarebbe possibile di costruire con questa pietra una colonna di 286 tese di altezza, oppure 557 metri.*

In quanto alla pietra dura di Givry, le esperienze di M. Gauthey danno il minor peso per una linea superficiale di 18 libbre 1/2, e il più forte di 57 libbre, ch'egli riduce, a motivo delle irregolarità a 22 libbre per il minor peso, e a 42 pel maggiore, ciò che gli dà 32 per forza media. La somma dei pesi portati dalle pietre, esperimentate, divisa pel numero di esse, dà 32 libbre $\frac{11}{44}$; ma adottando il peso di 32 libbre per la forza che corrisponde ad una linea di superficie, quella per un

pollice sarà di 4608 libbre, ovvero 2256 chilogrammi, per un piede, 663552 ovvero 324807 chilogrammi, *equivalenti ad un' altezza di 670 tese, oppure* 1306 *metri*.

M. Soufflot, avuto cognizione di queste esperienze, fece eseguire una macchina tutta di ferro, presso a poco simile a quella di M. Gauthey. Coll' aiuto di questa macchina, rappresentata dalla figura 1 della Tavola VII, esso fece, con Perronet, primo ingegnere di Ponti e Strade un grandissimo numero d'esperienze alle quali io fui presente e fui incaricato di scriverne il risultato.

Nel corso di queste esperienze, io mi sono avveduto che quando il piatto di bilancia era caricato da più di duecento libbre, la leva provava intorno alla cavicchia alla quale era fermata, una confricazione considerabile che esigeva un più grande sforzo per ischiacciare le pietre.

Una macchina simile fatta pure da Perronet per la scuola di Ponti e Strade, ha lo stesso inconveniente, benchè sia stata perfezionata. Essa è rappresentata dalle figure 1 e 2 della Tavola CLXXXIII.

Per evitare questa confricazione, che impedisce d'ottenere risultamenti giusti, io feci fare, nel 1787, una terza macchina rappresentata dalla figura 2 della Tavola VII, e 3 e 4 della Tavola CLXXXIII, nella quale la leva non è già fermata da una cavicchia, ma poggia sopra lo spigolo di un appoggio triangolare, indicato dalla lettera *m*, figura 4. Al di sopra di questa leva è collocato un pezzo di ferro E portante di sotto una linguetta triangolare *n*, il cui spigolo poggia su la leva a quattro centimetri di distanza dall' appoggio triangolare *m*. Sopra la superficie di questo pezzo di ferro E si colloca la pietra da schiacciare. Risulta da questa disposizione che quando la leva A agisce, comprime la pietra dal basso all' alto.

La lunghezza della leva contiene, dal punto d'appoggio *m*, cinquantadue divisioni, eguali ciascuna alla distanza *m n*, come si può vedere dalla figura S ove questo apparecchio è disegnato a parte, affine di lasciar vedere nel suo intero l' effetto d' un quarto mezzo, ove la pressione si esercita coll' azione d' una vite, come or ora diremo.

I pezzi di ferro marcati ED nelle figure 3 e 4, nei quali si collocano le pietre da schiacciare, sono messi in una scanalatura, affine di conservare il loro livello e il loro appiombo mentre la leva agisce, e di produrre una pressione uniforme.

Questa macchina, così disposta, schiaccia le pietre egualmente e sotto un minor peso che le due precedenti.

Nulladimeno, siccome la leva agisce rotando sul suo punto d'appoggio, ne risultava che quando la pietra da schiacciare esigeva uno sforzo considerabile, il movimento della leva faceva un poco volgere il canale o pezzo di ferro E, il che produceva una confricazione ed una più grande pressione sulla parte anteriore che impedivano l'ottenere risultati giusti.

Per ovviare a questi inconvenienti, ho immaginato di sostituire alla leva una vite di 2 pollici di diametro indicata dalla lettera *k*, nelle figure 3 e 4. Alla testa di questa vite ho fatto adattare un quarto di cerchio M (1). Questo quarto di cerchio, del pari che la vite, è messo in movimento col mezzo d'una corda R, attaccata all'estremità *f* del quarto di cerchio, passante sopra una girella N, e sostenendo all' altra estremità un piatto di bilancia P carico di pesi; lo sforzo di questi pesi, aggiunto al piatto della bilancia nel tendere e far girare la vite, produce una pressione considerabile sul pezzo D, e la pietra C situata al di sotto finalmente si schiaccia.

Per poter trovare il rapporto dello sforzo della vite al peso P, che lo produce, indipendentemente dagli attriti, io ho riunito il mezzo della leva con quello della vite, collocando la leva A sopra il suo punto d'appoggio *m*, e sotto il pezzo E, figura 3; avendo poi caricato il piatto X della leva A con un peso tale che il suo sforzo al punto Q fosse conosciuto, per esempio, con cento chilogrammi, ho messo sopra l'altro piatto P dei pesi fino a che lo sforzo al punto *f* fosse in equilibrio con quello che succedeva al punto Q; e per conoscere più precisamente l'istante in cui lo sforzo *f* comincia a vincere lo sforzo Q sollevando la leva, posi al di sotto un prisma alquanto inclinato in modo da sostenersi sotto la leva, senza portar nulla del carico di essa. Risulta da questa disposizione, che dal momento in cui lo sforzo *f* diviene superiore allo sforzo Q, la leva si solleva e il prisma cade; e siccome la leva A fa allora l'ufficio di stadera, è evidente che per valutare lo sforzo al punto *n* o al punto C, fa d'uopo moltiplicare lo sforzo Q pel numero delle volte che la parte

(1) Il raggio del quarto di cerchio è pollici 30 1/4 fino al centro della corda, o 363 linee; il che dà per diametro 726 linee, e per la circonferenza $726 \times 3\ 1/7 = 2281\ 5/7$, che esprime lo spazio percorso dal piattello P, mentre la vite non discende che 5 linee e 4/10; onde il rapporto del peso alla forza della vite è come 1 a 422, mentre nella leva questo rapporto non è che come 1 a 52. Quindi la forza della leva sta a quella della vite presso a poco come 1 ad 8; ma a cagione degli attriti questo rapporto si riduce a $3\ \frac{1}{140}$ come è indicato alla pagina seguente.

della leva *mn* è contenuta in *m*Q, e che conoscendo i tre sforzi C,*f*, Q, si avrà il rapporto dello sforzo C della vite allo sforzo *f* che gli fa equilibrio.

Avendo trovato che lo sforzo dell' estremità della leva unita al piatto di bilancia, pesato in Q era 20 chilogrammi 313 grammi, vi aggiunsi 79 chilogrammi 687 grammi, per avere uno sforzo di 100 chilogrammi giusti. Moltiplicando questo sforzo per 52, che indica il numero delle volte che la parte della leva *m n* è contenuta in *m* Q, trovai che lo sforzo della vite in C era 5200 chilogrammi.

Per bilanciare questo sforzo, conviene mettere sopra il piccolo piatto attaccato in S un peso di 28 chilogrammi 7/10, al quale aggiungendo 8 chilogrammi 443 grammi pel peso di questo piatto e di tutto ciò che vi si unisce, conobbi che lo sforzo in *f*, che si può riguardare siccome producente la pressione della vite in C era 37 chilogrammi 143 grammi. La pressione C essendo in questo caso, 5200 chilogrammi, ne risulta che il rapporto di questi due sforzi è espresso da $\frac{37{,}143}{5{,}200{,}000}$, che si riduce a $\frac{1000}{13999}$ oppure con pochissima differenza, ad $\frac{1}{140}$. Ripetuta la stessa esperienza, facendo lo sforzo al punto Q di 60, 80, 120, 130 e 150 chilogrammi, ho ottenuto con pochissima differenza lo stesso risultato.

Le due ultime colonne delle tavole che si trovano alla 2.ª sezione del libro 1.° indicanti i pesi sotto i quali le pietre si sono schiacciate sono state calcolate dietro questo rapporto. Tutte le esperienze state fatte con la terza macchina a leva, sono state ripetute con la vite e il quarto di cerchio; il maggior numero ha dato presso a poco i medesimi risultati, soprattutto per le pietre tenere e mediocremente dure.

Le esperienze fatte colla vite non presentano nessuno degl' inconvenienti delle macchine a leva; la pressione si fa egualmente sopra tutta la superficie delle pietre sperimentate; nello schiacciarsi si decompongono in modo più regolare e più simmetrico, sia in piramidi *b*, sia in lamine o in aghi *a*.

Più di ottocento esperienze fatte sopra cento quarantacinque specie di pietre differenti mi hanno fatto scoprire indizi generali su le qualità più essenziali delle pietre, relativamente al loro impiego nella costruzione degli edificj.

Risulta da questi indizj, 1.° che in tutte le specie di pietre il peso, la forza, la durezza, la natura della grana, la tessitura più o meno

compatta sono qualità che sembrano derivare le une dalle altre. Così, nelle pietre della stessa specie, le più pesanti sono ordinariamente le più forti, le più dure, quelle la cui grana è più fina, la tessitura più compatta.

2.° Che le pietre il cui colore tende al nero o al turchino sono più dure che le grigie, e queste più delle bianche o rosse, e che in generale quelle che hanno i colori più chiari sono ordinariamente meno forti e meno pesanti;

3.° Che le pietre di grana omogenea e di tessitura uniforme sono più forti che quelle di grana mista, sebbene quest'ultime sieno qualche volta più dure e più pesanti.

4.° Le qualità delle pietre influiscono pure sulla maniera con cui esse si schiacciano; quelle che hanno la grana fina, la tessitura omogenea e compatta, e che rendono un suono chiaro quando si percuotono, si dividono in lamine o in aghi, figura *a*, Tavola CLXXXIII: le più aspre si spezzano tutte ad un colpo e con romore, e si riducono in polvere.

5.° Le pietre di grana meno fina, che hanno la loro tessitura meno compatta, e che risuonano poco o nulla, si decompongono in piramidi, aventi per base le superficie del solido; di modo che le punte si riuniscono al centro, figura *b* della stessa Tavola, ove la pietra si riduce in polvere; le due piramidi opposte aventi per base il di sopra ed il di sotto del solido, scacciano quelle all'intorno; e quest'ultime si dividono con fessure verticali.

6.° Tutte le specie di pietre sperimentate hanno diminuito sensibilmente in altezza prima di rompersi o di dividersi. Questa diminuizione è stata più considerevole nelle pietre che si decompongono in piramidi.

7.° Quando le pietre hanno un'altezza più di due volte la larghezza della loro base, le parti comprese fra le piramidi formate si fendono verticalmente dividendosi in lamine od aghi, Figura *c*.

8.° Si è sperimentato ancora che fu necessaria minor forza per far fendere le pietre vive che per schiacciarle; mentre che le pietre molli si schiacciano piuttosto che fendersi.

9.° Ma l'indizio più importante è quello che fa conoscere che la forza delle pietre della stessa specie è presso a poco come il cubo del loro peso specifico (1). Questo indizio è giustificato dalle nuove esperienze ch'io feci per assicurarmene e delle quali segue il dettaglio.

(1) I dettagli dati nel Tomo I, sul modo di conoscere il peso specifico dei corpi, rendono inutile qualunque spiegazione su tale riguardo.

Io ho fatto segare, in un masso di pietra di 27 centimetri di spessore, un pezzo preso nel senso di questo spessore; da tal pezzo ho fatto segare cinque ranghi di cubi ciascuno di 5 centimetri in tutti i sensi; questi cinque ranghi formano insieme l'altezza della pietra fra i due letti. Dopo averli esattamente pesati nell'aria e nell'acqua per avere il loro peso specifico, li ho sperimentati. La Tavola seguente indica i risultati medj delle sperienze fatte su tre cubi presi in ciascun rango.

I.

PIETRA DI LIAIS — Risultato medio delle sperienze fatte su tre cubi di ogni rango.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di superficie di base.	
		Esperienza	Calcolo
1.° rango, partendo dal letto superiore. . . .	2340	8328	8328
2.° rango	2353	8408	8468
3.° rango	2403	9136	9019
4.° rango	2386	8882	8829
5.° rango	2364	8452	8587

Il risultato medio del peso specifico dei cubi di queste esperienze è 2369, e quello della forza media secondo l'esperienza è 8641 chilogrammi, e secondo il calcolo 8646 chilogrammi.

Io ho fatto le stesse esperienze sopra diciotto altri parallelepipedi cubici, di 25 centimetri di superficie di base, e 5 centimetri di altezza, come i precedenti presi in un pezzo segato nell'altezza d'un masso di *pietra dura del fondo di Bagneux*, della specie chiamata *banc-franc*, di cui si fece uso per la costruzione delle *navate laterali della nuova chiesa di Santa Genevieffa*. Questi cubi sono stati tagliati in sei ranghi, formanti insieme l'altezza fra i due letti tagliati a vivo. La Tavola seguente presenta il risultato medio delle sperienze fatte sopra tre cubi di ciascun rango.

II.

Banc-franc, del territorio di Bagneux descritta al Tomo I. pag. 81.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di base.	
		Esperienza	Calcolo
Primo rango, partendo dal letto superiore . .	2203	6200	6200
2.° rango	2229	6417	6423
3.° rango	2255	6732	6650
4.° rango	2207	6269	6235
5.° rango	2165	5874	5886
6.° rango	2116	5363	5495

Si vede che i risultati indicati in questa Tavola, e quelli delle esperienze fatte sopra i cubi in pietra di *liais* tendono a confermare il rapporto presunto della forza delle pietre della stessa natura col cubo del loro peso specifico. È utile nondimeno osservare che questo rapporto è un poco più grande per le parti che si trovano al centro dello spessore della pietra, e un po' minore per quelle che si avvicinano alla superficie dei letti; ma il risultato medio dà questo rapporto giusto nella pietra di *liais* e quasi non ne differisce nelle pietre del fondo di Bagneux. In questa ultima, il peso medio si trova di 2194, e la forza di 6142, secondo l'esperienza, e 6125 col calcolo.

III.

Roche dure *di Châtillon di prima qualità estratta dalla cava di Chavastel.*

PIETRA DI LIAIS — Risultati medii delle sperienze fatte su tre cubi di ogni rango.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di base.	
		Esperienza	Calcolo
1.° rango, partendo dal letto superiore . . .	1977	3090	3090
2.° rango	2239	4502	4489
3.° rango	2298	4797	4854
4.° rango	2307	4992	4911
5.° rango	2396	5542	5502
6.° rango	2350	5412	5191
7.° rango	2342	5320	5138
8.° rango	2312	5127	4943
9.° rango	2213	4462	4335
10.° rango	2005	3250	3224
11.° rango	1945	2854	2943
12.° rango	1882	2492	2666

Questa terza Tavola presenta il risultato delle esperienze sopra la *roche dure* di Châtillon; esse sono state fatte, come le precedenti, su cubi di venticinque centimetri di base, presi in un pezzo formante l'altezza fra due letti. Questa altezza è stata divisa in due ranghi di cubi. Le quantità espresse in questa Tavola sono i risultati medj delle esperienze fatte sopra tre cubi di ciascun rango: questi risultati fanno conoscere, 1.° che la forza e il peso di questa specie di pietra, aumentano partendo dalla superficie dei letti.

2.° Che il massimo della sua forza e del suo peso è più vicino al letto di sopra che al letto di sotto.

3.° Che la forza segue con pochissima differenza, il cubo del peso specifico, come negli esempi precedenti.

4.° Che il peso medio sostenuto da questi cubi, prima di schiacciarsi è stato 4320 chilogrammi.

5.° Che il peso specifico medio è 2189, ciò che dà per il peso d'uno stero o metro cubico, 2189 chilogrammi, e per quello d'un piede cubico 153 libbre 3 oncie e 5 grossi.

Fa d'uopo rimarcare che i pesi sotto i quali queste pietre hanno incominciato a dividersi, erano quasi sempre i due terzi di quelli, sotto i quali esse si schiacciavano affatto. Le pietre di liais e quelle del fondo di Bagneux incominciano a scheggiarsi ed a dividersi sotto la metà del peso che fa d'uopo per infrangerle; così il più gran carico che si possa commettere a queste due ultime specie di pietre non deve essere maggiore del terzo di quello sotto il quale si schiacciano, mentre si può portare il peso fino a più della metà nelle pietre di roccia che sono meno aspre.

IV.

Roche *di Châtillon di seconda qualità meno dura della precedente.*

PIETRA DI LIAIS — Risultato medio delle sperienze fatte su tre cubi di ogni rango.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di base.	
		Esperienza	Calcolo
1.° rango, partendo dal letto superiore . . .	1875	2307	2307
2.° rango	2016	2886	2868
3.° rango	2099	3224	3236
4.° rango	2162	3508	3537
5.° rango	2215	3784	3803
6.° rango	2205	3874	3752
7.° rango	2141	3405	3434
8.° rango	2088	3617	3641
9.° rango	2017	2858	3872
10.° rango	1955	2598	2615
11.° rango	1880	2316	2325
12.° rango, letto inferiore	1793	1970	2017

Questa Tavola prova, come la precedente, 1.° che il peso e la forza di questa specie di pietra aumentano dalla superficie dei letti fino verso il centro del loro spessore.

2.° Che questo aumento differisce poco da quello del cubo del peso specifico.

3.° Che il peso medio sotto il quale questi cubi si sono schiacciati è 3029 chilogrammi.

4.° Che il peso specifico, oppure il peso d'un metro cubico è 2037 chilogrammi, 333 grammi, e il peso del piede cubico di 142 libbre 9 oncie 2 grossi.

Ne risulta ancora che a superficie e peso specifico eguali, questa roccia è meno forte della precedente, circa un ottavo probabilmente, perchè la sua tessitura è meno compatta.

V.

Roche *di Châtillon, di terza qualità, della cava dell' Espinasse.*

PIETRA DI LIAS — Risultato medio delle sperienze fatte su tre cubi di ogni rango.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di base.	
		Esperienza	Calcolo
1.° rango	2019	2909	2909
2.° rango	2044	2942	2989
3.° rango	2127	3184	3320
4.° rango	2199	3796	3721
5.° rango	2223	3902	3844
6.° rango	2179	3737	3621
7.° rango	2139	3453	3425
8.° rango	2097	3168	3227
9.° rango	2029	2961	2923
10.° rango	1992	2714	2667
11.° rango	1974	2610	2692
12.° rango	1857	2179	2241

I risultati di questa Tavola offrono un poco più di differenza fra la forza ed il peso, e questa differenza è in favore dei cubi del quarto, quinto e sesto rango. Il peso medio che occorse per schiacciare questi cubi è stato di 3129 chilogrammi.

Il risultato medio del peso specifico dà pel peso d'un metro cubico, 2073 chilogrammi, e per quello d'un piede cubico 145 libbre, 1 oncia e 6 grossi.

Fa d'uopo ancora osservare che a base, altezza e peso specifico eguali, questa specie di roccia è più forte che la precedente di circa $\frac{1}{30}$.

La Tavola seguente indica i risultati delle esperienze fatte sopra i cubi in pietra di Mont-Souris impiegata alla costruzione dei piloni della cupola della nuova chiesa di Santa Genevieffa, cominciando da 6 metri 40 centimetri al di sopra della base. Questi cubi sono stati presi come i precedenti in un pezzo tagliato nell'altezza della pietra, fra i due letti. Questa altezza comprendeva dieci ranghi di cubi, ciascuno di 5 centimetri di altezza.

Questa Tavola indica i risultati medj delle esperienze fatte su 3 cubi di ciascun rango.

VI.

Pietra di Mont-Souris impiegata nelle parti superiori dei piloni della cupola di Santa Genevieffa.

PIETRA DI LIAIS — Risultato medio delle sperienze fatte su tre cubi di ogni rango.	PESO Specifico	Peso in chilogrammi per schiacciare un cubo di 25 centim. di base.	
		Esperienza	Calcolo
1.° rango partendo dal letto superiore	2045	2731	2779
2.° rango	2183	3328	3381
3.° rango	2221	3591	3560
4.° rango	2236	3611	3633
5.° rango	2224	3566	3575
6.° rango	2169	3359	3316
7.° rango	2041	2755	2763
8.° rango	2036	2732	2743
9.° rango	2008	2607	2631
10.° rango	1976	2491	2507

Risulta da queste esperienze, 1.° che il peso medio d'un metro cubico è 2114 chilogrammi o di 148 libbre per un piede cubico;

2.° Che la forza media è 3077 chilogrammi per una superficie di 25 centimetri, mentre il calcolo fondato nel rapporto del cubo dei pesi specificati dà 3089 chilogrammi;

3.° Che la forza di questa pietra, a peso specifico e a superficie di base eguali, è circa $\frac{1}{50}$ meno forte che la roccia di Châtillon di terza qualità, e presso a poco della stessa forza di quella della seconda qualità.

Dopo avere sperimentati separatamente i cubi presi nelle sei specie di pietre differenti, ho voluto provare se molti cubi posti gli uni sopra gli altri, opponevano più o meno resistenza di un solo; queste esperienze mi hanno dato i risultati indicati nella Tavola seguente.

VII.

Risultati medj delle sperienze fatte su cubi posati gli uni sopra gli altri.	PESO Specifico	Peso in chilog. per cubi di 25 centim. di superficie.
Un cubo di pietra di liais durissima	2388	8851
Due cubi *idem* sovrapposti		5411
Tre cubi *idem*, l'uno su l'altro.		4780
Un cubo di pietra dura del territorio di Bagneux .	2255	6650
Due cubi *idem*, l'uno sull'altro		4223
Tre cubi *idem*		3890
Un cubo di *roche dure* di Châtillon	2342	5138
Due cubi *idem*		4010
Tre cubi *idem*.		3853
Un cubo di *roche*, *idem* di mediocre durezza . . .	2162	3537
Due cubi l'uno sull'altro		2829
Tre cubi, *idem*		2752
Un cubo di *roche*, *idem* alquanto più dura. . . .	2199	3721
Due cubi uno sull'altro		2977
Tre cubi *idem*		2890
Un prisma di egual base ma di doppia altezza in *roche dure*, di Châtillon	2346	5164
Un altro *idem*, della stessa altezza, composto di quattro pezzi sovrapposti		4431
Un altro *idem*, diviso in otto pezzi		3698

Questa Tavola fa conoscere che molti cubi posti gli uni sopra gli altri, hanno meno forza che un parallelepipedo della stessa base e della stessa altezza, che fosse d'un solo pezzo. Io ho osservato che questa diminuzione di forza viene da ciò che le fenditure che precedono l'infrangimento prolungandosi d'un cubo all'altro, impediscono la formazione delle piramidi interne, perchè fa duopo minor forza per fendere una pietra che per formare le piramidi che cagionano l'infrangimento. *Così le pietre che non sono che poste le une sulle altre devono cedere sotto un minor peso di quelle che sono riunite da un cemento* o *malta qualunque.* Questa diminuzione non è però in ragione del numero delle pietre poste le une sulle altre, perchè si vede, relativamente ai cubi in pietra di liais, che due cubi avendo portato la quinta parte circa del peso sotto il quale un solo si è schiacciato, i tre riuniti non avrebbero dovuto portarne che 2/5, mentre essi hanno portato più della metà.

In quanto alla pietra dura di Bagneux, che è un poco meno fragile che il liais, i due cubi posti l'uno sull'altro hanno portato quasi quattro quinti del peso sostenuto da un solo, mentre essi non avrebbero dovuto portare, in ragione del loro numero, che $\frac{8}{15}$, ovvero un poco più della metà.

Si possono fare le stesse osservazioni rapporto alle due specie di roccie tenere; ma questa differenza è ancora più sensibile nelle ultime esperienze fatte sopra parallelepipedi in roccie dure, l'altezza de'quali è doppia della base. Quello diviso in quattro pezzi, avendo portato 4431 chilogrammi, se la diminuzione fosse in ragione del numero dei pezzi, il parallelepipedo diviso in otto non avrebbe dovuto portare che 2215 chilogrammi invece di 3698.

Molte altre esperienze fatte sopra sei e sette cubi posti l'uno sopra l'altro hanno dato risultati un poco più forti, perchè le pietre cubiche si fendono più difficilmente di quelle che hanno altezza minore della base.

Tutte queste esperienze indicano che nel valutare la forza d'un piedritto fa duopo avere riguardo all'altezza delle corsie ed al loro numero; se ciascuna corsia è composta d'una o di più pietre, tutte queste cose influiscono molto su la resistenza dei piediritti quando il loro carico è considerabile. Fa d'uopo ancora osservare che le pietre che compariscono le più forti quando sono sperimentate colle macchine resistono qualche volta meno al carico nelle costruzioni in grande, a misura che sono più aspre e più fragili e più facili a scheggiarsi.

Gli accidenti avvenuti sui piloni della cupola della chiesa di Santa Genevieffa ne danno una prova: i pezzi in pietra di Mont-Souris hanno resistito, mentre quelli in pietra di Bagneux si sono fessi, spezzati e scheggiati in tutte le parti; nulladimeno le esperienze non fanno giugnere la forza della pietra di Mont-Souris che ai quattro settimi di quella di Bagneux.

I signori Soufflot, Perronet e Gauthey, hanno fatto delle esperienze per iscoprire se la forza delle pietre aumenta in ragione delle superficie delle loro basi, e se la forma differente delle basi di una stessa superficie, o le differenti altezze sopra la stessa base, potessero influire sulla forza. Ma siccome in queste esperienze si è trascurato di prendere il peso specifico di ciascun pezzo sperimentato, ne segue che i risultati non sembrano avere verun rapporto, nè alla superficie delle basi, nè alle loro forme, nè all'altezza delle pietre. Così nelle esperienze fatte da Gauthey sulla pietra tenera di Givry, si trovano che le superficie espresse in linee essendo 100, 144, 215, 324, 576, le forze sono state 1350, 1824, 2295, 3450, 5472, mentre per essere proporzionate alle superficie, esse avrebbero dovuto essere 1350, 1944, 2916, 4376, 7776: e rapporto alla pietra dura di Givry, che è rossa, è di qualità diversa della pietra tenera, le superficie essendo 112, 144, 180, 240, 324, i pesi sopportati sono stati 2808, 3408, 4008, 10152, 13440; per essere proporzionati, avrebbero dovuto essere come 2808, 3610, 4512, 6017, 8123.

Le esperienze fatte da Soufflot e Perronet su la pietra di Saillancourt di mediocre qualità, il cui peso per piede cubo era valutato a 156 libbre, hanno dato la forza media fra due esperienze, per un mezzo pollice di superficie di base 825

Per un pollice 1825
Per due pollici 3660
Per tre pollici 4775
Per quattro pollici 6225
Per sei pollici 10725

Se le forze fossero state in proporzione delle superficie, si avrebbe trovato 825, 1650, 3300, 4950, 6600 e 9900.

Io ho ripetuto queste esperienze con tre specie di pietre differenti 1.° sopra la pietra *franche* del fondo di Bagneux, con cubi di 9, di 16, di 25 e di 36 centimetri di superficie di base, presa in una picciola pietra di 22 centimetri di lunghezza, 10 centimetri di larghezza; e sei

di spessore, proveniente dal cuore della pietra; la grana era fina e la tessitura egualissima: il suo peso specifico era 2255. Le esperienze sono state fatte sopra due cubi di ciascuna dimensione; quelli di 9 centimetri di superficie di base hanno portato:

	chilog.	piedi mediocri
Il primo	2228	2423
Il secondo	2618	
Cubi di 16 centimetri di superficie di base.		
Primo cubo	4325	4263
Secondo cubo	4201	
Cubi di 25 centimetri.		
Primo	6875	6650
Secondo	6425	
Cubi di 36 centimetri.		
Primo	9521	9775
Secondo	10029	

Per avere risultati medj, proporzionati alle superficie, si doveva avere 2423, 4308, 6732 e 9694, che non differiscono molto dai risultati dell' esperienza.

2.° Cubi simili in pietra di Tonnerre, presi da uno stesso masso, il cui peso specifico era 1786, esperimentati hanno dato i risultati seguenti:

	chilog.	pesi mediocri
Il primo cubo di 9 centimetri di superficie	928	1053
Il secondo	1178	
Il primo cubo di 16 centimetri . . .	1957	1817
Il secondo	1677	
Il primo cubo di 25 centimetri . . .	3023	3119
Il secondo cubo	3215	
Il primo cubo di 36 centimetri . . .	4825	4423
Il secondo cubo	4021	

La comparazione delle superficie dà 1053, 1872, 2925 e 4212.

La terza specie di pietra sulla quale ho ripetuto gli sperimenti è la pietra di Conflans; con cubi delle stesse dimensioni presi in uno stesso pezzo il cui peso specifico era 1782, essi hanno dato i risultati seguenti:

Cubi di 9 centimetri di superficie di base.

	chilog.	pesi medioeri
Primo	422	495
Secondo	568	

Cubi di 16 centimetri.

Primo	845	874
Secondo	903	

Cubi di 25 centimetri.

Primo	1452	1387
Secondo	1322	

Cubi di 36 centimetri.

Primo	2059	2023
Secondo	1987	

Il rapporto delle superficie dà 495, 880, 1375; 1980.

Tutti questi esperimenti provano che la forza delle pietre della stessa natura e della stessa forma cresce presso a poco nella stessa ragione della superficie della loro base.

In quanto alle pietre che hanno basi della stessa superficie, ma di figura differente, si è osservato che quelle la cui base è rettangolare, cominciano a schiacciarsi sotto un minor peso che le pietre di base quadrata: la differenza è tanto più grande, quanto i lati contigui del rettangolo sono più ineguali; allorchè hanno poco spessore, le grandi facce resistono meno, e non si formano piramidi. Quando queste pietre non si spezzano in lamine o in aghi si staccano dall'alto delle grandi faccie certi pezzi che producono nel mezzo una specie di bietta a due inclinazioni, figura *d*, che si schiaccia successivamente. Per avere qualche esperienza a questo oggetto, io feci fare con pietra di Conflans di durezza mediocre, tre parallelepipedi a base quadrata e tre altri a base rettangolare della stessa superficie. I lati di quelli a base quadrata avevano 4 centimetri, e per quelli a base rettangolare, il lato maggiore era di 8 centimetri e il lato minore di 2.

Il primo dei parallelepipedi a base quadrata si è schiacciato sotto

un peso di	864	863
Il secondo	832	
Il terzo	893	

Tra quelli a base rettangolare.

Il primo ha portato	828	
Il secondo	842	821
Il terzo	793	

Paragonati i risultati medj danno per questo caso circa $\frac{1}{20}$ di meno per le basi rettangolari che per le basi quadrate della stessa superficie.

Quando la differenza fra i lati è più considerabile, la diminuzione è ancora più grande, ma essa non è sensibile quando è minore.

Io ho fatto fare con questa specie di pietra due piloni della stessa forma di quelli che sostengono la cupola di Santa Genevieffa, per paragonarli con altri a base quadrata e circolare della stessa superficie, cioè di 16 centimetri. Sperimentati questi piloni, quelli della stessa forma dei piloni del Panteon hanno portato, prima di schiacciarsi:

	chilog.	peso medio
Il primo	709	703
Il secondo	697	

Quelli a base quadrata.

Il primo	850	856
Il secondo	862	

Quelli a base circolare.

Il primo	912	917
Il secondo	922	

Due altri della stessa superficie di base, la cui pianta era un triangolo equilatero, hanno portato

Il primo	786	789
Il secondo	792	

Si può conchiudere da queste esperienze, che la forma più vantaggiosa da darsi ai punti d'appoggio è la circolare, e quella di questi piloni è la più svantaggiosa.

Ecco altre esperienze comparative, fatte nel 1774 da Soufflot e Perronet, su parallelepipedi e cilindri della stessa superficie di base e della stessa altezza, in pietra di Saillancourt. I parallelepipedi sono gli stessi di quelli da noi citati parlando della differenza delle superficie.

PARALLELEPIPEDI		Peso medio	CILINDRI	Peso medio
D'un mezzo pollice di superficie.			*Idem.*	
Primo	925	825	925	950
Secondo	725		975	
D' un pollice				
Primo	1850	1825	1850	1875
Secondo	1800		1900	
Di 2 pollici				
Primo	3675	3600	4175	4300
Secondo	3525		4425	
Di 3 pollici				
Primo	4775	4775	6050	5950
Secondo	4775		5850	
Di 4 pollici				
Primo	6825	6025	7000	6587
Secondo	5225		6175	
		17050		19662

Paragonando la somma 17050 dei pesi medj portati dai parallelepipedi con 19662, che è quella portata dai cilindri, si vede, che la forza dei cilindri è circa $\frac{2}{13}$ più grande di quella dei parallelepipedi della stessa superficie di base.

Le stesse esperienze fatte su parallelepipedi e cilindri in pietra di Conflans, di durezza media, hanno dato i risultati seguenti:

PARALLELEPIPEDI		Peso medio	CILINDRI	Peso medio
Due di 6 pollici di superficie di base.			*Idem.*	
Il primo ha portato .	4860	4785	5340	4845
Il secondo	4710		4350	
Due di 4 pollici				
Il primo	2550	2820	3750	3345
Il secondo	3090		2940	
Due di 3 pollici				
Il primo	2310	2385	2700	2700
Il secondo	2460		2700	
		9990		10890

La somma dei pesi medj portata dai parallelepipedi essendo 9990, e quella portata dai cilindri 10890, ne risulta che la loro forza è come 111 a 121, ovvero come 11 a 12: fa duopo rimarcare che questo rapporto è con poca differenza, in ragione reciproca dei perimetri dei cerchi e dei quadrati della stessa superficie. Supponiamo, per esempio, un cerchio di 14 pollici di diametro: la sua circonferenza sarà $14 \times 3\ 1/7$, che dà 44, e la sua superficie 154, di cui fa d'uopo estrarre la radice, per avere il lato del quadrato della stessa superficie, che si troverà eguale a 12 2/5, il che dà pel suo contorno o perimetro 49 3/5, e si ha d'altronde $49\ 3/5 : 44 :: 12\ 2/5 : 11$.

Risulta da tutte queste esperienze e da infinite altre che sarebbe troppo lungo citare, *che le pietre ordinarie di cui si fa uso per la costruzione degli edifici, incominciano a schiacciarsi e a rompersi sotto un carico eguale a poco più della metà del peso che fa duopo per schiacciarle, e che esse si schiacciano sotto un minor peso ma continuato, dalle cinque ore sino a quarantotto:* così supponendo che il carico che deve sostenere un muro o punto d'appoggio si distribuisca egualmente su tutte le parti della sua superficie, sarebbe imprudenza far ad esse portare un carico eguale alla metà di quello sotto il quale esse potrebbero schiacciarsi, secondo le esperienze citate e le tavole della 2.ª sezione del primo libro di quest'opera; perchè l'esperienza prova che è impossibile, qualunque precauzione si possa prendere, calcolare sul grado di perfezione capace di produrre questo effetto. D'altronde fa d'uopo ancora avere riguardo alla posizione delle parti sostenute, che non sono sempre immediatamente poste le une sopra le altre, in maniera da non produrre che un semplice sforzo di pressione, agendo perpendicolarmente alle superficie portanti; ma che queste parti sono sovente disposte in modo che ne risultano sforzi obliqui tendenti a rovesciare i piedritti che le sostengono e trasportare sopra una parte il carico che dovrebbe essere ripartito egualmente sopra le intere loro superficie.

Fa duopo di più aver riguardo al movimento che si fa sempre sentire negli edifici fatti senza interruzione, subito dopo terminate le grosse costruzioni, e che tutte le parti si situano per effetto dell'abbassamento e delle irregolarità inevitabili nelle opere fatte con la massima diligenza e soprattutto per quelle che hanno bisogno di sostegni provvisori per eseguirle, come le volte.

CAPO TERZO

SUPERFICIE DELL' AREA PARAGONATA A QUELLA DELLE COSTRUZIONI IN VARJ EDIFICJ.

Dopo aver esposto, nei due capi precedenti, i principj sui quali riposa la stabilità relativa dei muri e dei punti d' appoggio, e averne fatta l' applicazione ad edificj di diversi generi, abbiamo pensato che sarebbe interessante far conoscere i rapporti che esistono fra la superficie dei muri e dei punti d'appoggio degli edifici citati, e l'estensione dello spazio totale che essi occupano. Osserveremo in questo parallelo lo stesso ordine che abbiamo seguìto nell' esporre i principj, passando successivamente delle costruzioni più leggiere a quelle in cui i muri e punti d'appoggio sono i più considerabili, relativamente alla loro superficie totale.

La Basilica di San Paolo fuori delle mura, rappresentata dalla figura 1, Tavola CLXXXIV, occupa una superficie di 9899 metri ovvero 2605 tese quadrate, de' quali 1176 metri $\frac{1}{10}$ ovvero 309 tese 1/2 in punti d' appoggio, cioè presso a poco $\frac{2}{17}$ della superficie totale, oppure $\frac{2}{15}$ dello spazio libero che essi racchiudono. Si distinguono nella sua pianta tre disposizioni differenti.

Nella prima, che comprende il vestibolo, i muri e punti d'appoggio sono l'ottava parte dello spazio totale, o la settima dello spazio interno.

Nella seconda parte, che comprende la grande navata e le due navate laterali formate da quattro file di colonne, i muri e punti d'appoggio sono la decima parte dello spazio totale, e la nona dello spazio libero interno.

Nella terza parte, formante il coro, la grande nicchia e le due cappelle laterali, i muri e punti d'appoggio sono la quinta parte dello spazio totale e la quarta dello spazio libero.

La chiesa di Santa Sabina, situata sopra il Monte Aventino a Roma, rappresentata dalla figura 2 della stessa Tavola, occupa una superficie di 1407 metri, ovvero 370 tese 1/4, e quella dei muri e punti d'appoggio 143 metri $\frac{45}{100}$, ovvero 37 tese 3/4, il che dà un poco più del decimo dello spazio totale, e del nono dello spazio libero dell'interno.

L'armatura di legno che forma il tetto al di sopra della navata di mezzo è apparente, come a San Paolo fuori delle mora; quella dei tetti al di sopra delle navate laterali è ricoperta in parte da un plafone di legno; il fondo è terminato da tre nicchie a volta; quella di mezzo ha 10 metri $\frac{91}{100}$, 33 piedi 7 pollici di diametro, e le due altre 3 metri oppore 9 piedi 1/4. La pianta di questa chiesa offre il più bell' esempio di semplicità e di leggerezza che sia possibile di riunire, per costruire con poca spesa nn edificio di questo genere.

La chiesa di San Pietro in Vinculis, rappresentata dalla figura 3, offre ona pianta dello stesso genere; ma le navate laterali e le parti del fondo, innanzi alle grandi nicchie, sono a volta, come pure il vestibolo esterno; la navata di mezzo è pure a volta, ma di legno.

La superficie totale di questa chiesa è 2000 metri $\frac{6}{100}$, ovvero 529 tese 2/3, de'quali 311 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 82 tese in muri e punti d'appoggio, cioè circa $\frac{2}{13}$ di superficie totale, ovvero $\frac{2}{11}$ dello spazio libero che essi racchiudono.

La pianta rappresentata dalla figura 4 è quella della chiesa di San Filippo Neri, una delle più belle di Napoli. La navata d'ingresso ha un plafone di legno, e le laterali sono a volta, e sostenote da colonne di granito d'un solo pezzo. Queste colonno sono riunite da arcate sopra delle quali si eleva un muro traforato da finestre. Il resto della chiesa è a volta con una cupola al centro. Questa chiesa occupa una soperficie di 2121 metri $\frac{4}{10}$, ovvero 558 tese 1/4, di cui 273 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 72 tese, in muri e punti d'appoggio, il che dà meno del settimo ovvero $\frac{3}{22}$ di superficie totale, e $\frac{3}{29}$ dello spazio libero ch' essi rinserrano. Ma se non si considera che la parte dell' ingresso, i pouti d' appoggio sono meno del nono di soperficie totale e del settimo dello spazio libero interno.

La pianta rappresentata dalla figura 5 è quella del gran tempio di Pesto; la soa superficie, cominciando dall'esterno del fusto delle colonne alla base, è di 1426 metri $\frac{2}{10}$, ovvero 375 tese 1/2, di cui 64 tese 3/4 in punti d'appoggio, cioè più del sesto, ovvero $\frac{4}{23}$ della superficie totale, e $\frac{4}{19}$ della superficie libera, o più del quinto.

Nella pianta del tempio di Giunone Lucina a Girgenti, in Sicilia, rappresentata dalla figura 6, la superficie totale del tempio, presa come la precedente, dall'esterno delle colonne, è di 634 metri ovvero 166 tese 3/4, e quella dei muri e punti d'appoggio, di 103 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 27 tese 1/6,

il che dà un poco più del sesto della superficie totale, e meno del quinto della superficie libera.

La pianta, figura 7, rappresenta quella del tempio della Concordia, pure a Girgenti; la sua superficie totale è di 636 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 167 tese 1/2, e quella dei punti d'appoggio di 123 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 32 tese 1/2, cioè meno del quinto della superficie totale, e del quarto della superficie libera.

Questi tre esempi provano che nei tempj greci, non essendo coperti che da un tetto di legno e da plafoni di legno, oppure di pietra di taglio, i muri e punti d'appoggio sono doppi di quelli delle chiese a basilica di cui è stato parlato.

Nei monumenti egizj, come quello conosciuto sotto il nome di Sepolcro d'Osimandia, i muri e punti d'appoggio sono 2/9 dello spazio totale ch'essi occupano, e 2/7 dello spazio libero che rinserrano. (*Vedi la Descrizione dell'Egitto, le Antichità*, *Tomo* IV.)

Degli edificj circolari.

Abbiamo di già osservato che gli edifici circolari esigono punti d'appoggio minori di quelli che sono rettangolari o a faccie rette. Fra gli edificj di questo genere, che non sono coperti che da un tetto di legname, la rotonda di Santo Stefano, di cui si è di già parlato, è uno di quelli che contengono una minor superficie de' punti d'appoggio, rapporto alla sua estensione.

Molti antiquarj pretendono che questo edificio, la cui pianta è rappresentata dalla figura 1 della Tavola CLXXXI, sia un antico tempio di Fauno, fabbricato dall'Imperatore Claudio; altri hanno pensato che fosse un arsenale o magazzino per la marina. Esso occupa una superficie di 3914 metri $\frac{3}{10}$ ovvero 898 tese 2/9, e quello dei punti d'appoggio non è che 190 metri $\frac{6}{10}$ ovvero 50 tese 1/6; così, supponendo che questo edificio sia stato intieramente coperto, siccome è probabilissimo, la superficie dei muri e punti d'appoggio non sarebbe che la diciottesima parte della superficie totale, e la diciasettesima dello spazio libero ch'essi rinserrano. Lo spaccato rappresentato dalla figura 2 fa vedere da una parte la maniera con cui questo edificio potrebbe essere coperto e illuminato, e dall'altra il suo stato attuale.

Per gli edifici a molti piani con pavimenti, abbiamo trovato che, nella maggior parte dei palazzi di Parigi, fabbricati verso la fine del regno di Luigi XIV, o al principio di quello di Luigi XV, la superficie dei muri e punti d'appoggio è circa il quarto della superficie totale, non deducendo i vuoti delle porte e delle finestre, ma deducendone presso a poco il sesto.

Nei fabbricati costrutti da Palladio nel Vicentino ed altri luoghi dello stato Veneto, i muri e i punti d'appoggio sono dal quarto fino al quinto, e togliendone i vuoti, dal settimo fino all'ottavo, ma fa d'uopo osservare che, nella maggior parte, il pianterreno è a volta e che i grandi locali hanno dai 18 fino ai 25 piedi di altezza: in quelli a solai, i grandi locali hanno dai 15 piedi sino ai 20; i muri sono quasi tutti costrutti in mattoni o in pietre di mediocre durezza.

Nel Belgio, e nei dipartimenti del Nord, ove si fa molto uso di mattoni, la superficie dei muri e dei punti d'appoggio non è sovente che $\frac{2}{15}$, senza dedurre i vuoti delle porte e finestre, e sottraendoli, circa $\frac{2}{17}$.

In molti fabbricati di Parigi, costrutti dopo il regno di Loigi XV, i muri e punti d'appoggio sono il quinto, senza dedurre i vuoti, e $\frac{2}{15}$ deducendoli; questa è presso a poco la proporzione che dà la regola che noi proponiamo per le minori grossezze, cioè $\frac{3}{16}$ senza deduzione, e $\frac{2}{16}$ colla deduzione, ovvero 1/8.

Nei palazzi di Roma, come i palazzi Farnese, Altema, Madama, di Monte-Cavallo, Barberini, Borghese, Rospigliosi, Alessandrini, Spada, Falconieri, Lancelotti ec., ove i locali a pianterreno sono a volta, i muri e punti d'appoggio sono circa il quarto dello spazio totale ch'essi occupàno, e 2/9 deducendone i vuoti delle porte a delle finestre.

Nei palazzi di Parigi e dei dintorni, come il Lonvre, le Tuileries, il Lussemburgo, Versailles, i muri e punti d'appoggio formano li $\frac{7}{28}$ e $\frac{5}{18}$, deducendone i vuoti delle porte, finestre, arcate ed altri.

Nelle ruine della villa Adriana, si trovano avanzi considerevoli di edificj a volta, ed altri con solai che possono essere messi nella classe dei palazzi. I calcoli che io feci dei loro punti d'appoggio, paragonati alle superficie ch'essi occupano, mi hanno fatto conoscere che, negli edificj a volta, queste superficie, sottratti tutti i vani, sono fra il sesto e il settimo di quelle ch'essi occupano. Per gli edifici senza volte, questo rapporto è fra l'ottavo e il nono. Di più fa duopo osservare

che i muri sono quasi tutti pieni, perchè questi edifici erano illuminati dall' alto.

Il Panteon di Roma, la cui pianta è rappresentata dalla figura 1, Tavola CLXXXV, è il più grande edificio a volta costrutto dagli antichi, cioè quello che comprende il più grande spazio coperto da una sola volta. Il suo diametro esterno è di 55 metri $\frac{9}{10}$, ovvero 172 piedi, e la sua superficie, senza comprendervi il portico, è 2475 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 651 tese 1/2, dei quali 616 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 162 tese 1/3 in muri e punti d' appoggio, il che dà poco meno del quarto.

Comprendendovi il portico, la superficie totale di questo edificio è 3182 metri ovvero 837 tese $\frac{7}{18}$; quella dei punti d' appoggio di 739 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 194 tese 1/4, cioè 2/9 della superficie totale.

Fa d' uopo notare che questo rapporto è lo stesso nei palazzi di Roma, e non comprendendovi il portico il rapporto è eguale a quello dei palazzi di Parigi.

La cupola degl' Invalidi, la cui pianta è rappresentata dalla figura 2 della stessa Tavola, occupa una superficie di 2695 metri $\frac{4}{20}$ ovvero 709 tese 1/3; quella dei muri e punti d' appoggio è di 724 metri ovvero 190 tese 1/2, il che dà circa $\frac{4}{15}$ della superficie totale, cioè $\frac{2}{45}$ più che nel Panteon di Roma.

L' edificio del Mercato dei Grani di Parigi, rappresentato dalla figura 3 della stessa Tavola (*Vedi le Note addizionali*), occupa una superficie di 3660 metri $\frac{4}{10}$, ovvero 963 tese 2/7, di cui in muri e punti d' appoggio 307 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 81 tese. Considerando questo edificio indipendentemente dal cortile, si trova che la superficie dell' edificio a volta che vi è intorno, è di 2466 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 648 tese; in questo caso il rapporto dei muri e dei punti d' appoggio, sarebbe circa 1/2; ma se copriva di volta la corte, come io ho proposto e provato che era possibile di fare, in una Memoria da me pubblicata nel 1803, allora i muri e puuti d' appoggio non sarebbero più che $\frac{9}{107}$, cioè un poco più del dodicesimo. Richiamando ciò che abbiamo detto relativamente al vantaggio dei muri circolari sopra i muri retti non si sarà ponto sorpresi di questo rapporto. Parlando della Rotonda di Santo Stefano, abbiamo fatto vedere che i muri e punti d' appoggio non sono che la diciottesima parte dello spazio ch' essi occupano, mentre quella di San Paolo fuori delle mura, la cui larghezza è assai prossimamente eguale al diametro della chiesa di Santo Stefano, e che è disposta del pari, questo rapporto è $\frac{1}{10}$, cioè quasi il doppio, ovvero come 9 a 5.

Esistono a Roma, presso la Porta Maggiore, le ruine d'un grande edificio, chiamato volgarmente Galluzzo, rappresentato dalle figure 1 e 2 della Tavola LXIX. L'interno forma nella pianta un poligono di dieci lati, il cui diametro è 23 metri $\frac{67}{100}$, ovvero 72 piedi 10 pollici tra le faccie parallele opposte. Gli avanzi di questo edificio, che altri prendono per una basilica, ed altri per un tempio d'Ercole, occupano una superficie di 855 metri 2/3, ovvero 225 tese 1/6, di cui 201 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 53 tese, in muri e punti d'appoggio, per la parte al pianterreno indicata nella pianta da A, il che dà poco meno del quarto della superficie totale, cioè $\frac{4}{17}$. Ma siccome una parte di questi punti d'appoggio serviva a costruzioni che non esistono più, non prendendone che la parte isolata al di sopra delle nicchie, indicata nella pianta da B, si trova che lo spazio che occupa coi contrafforti è 627 metri ovvero 165 tese, di cui 114 metri ovvero 30 tese in muri e contrafforti, il che dà $\frac{2}{11}$ della superficie totale. Questo edificio è costrutto come il Panteon in murazione di pietrame rivestita di mattoni. La volta che è sferica è pure in pezzi di piccioli tufi e di pietre leggiere, con catene di mattoni innalzate a forma di pennacchi nei punti degli angoli rientranti.

La pianta della chiesa di San Vitale a Ravenna (1), che si trova sopra la stessa Tavola, figura 3, presenta un edificio ottagono fabbricato nel sesto secolo, con una parte sporgente che forma il coro, e cappelle che sembrano state costrutte dopo. La parte primitiva indicata con una tinta più forte occupa una superficie di 676 metri $\frac{3}{10}$ ovvero 178 tese, di cui 106 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 28 tese in muri e punti d'appoggio, il che dà meno del sesto della superficie totale, ovvero $\frac{3}{19}$.

La grande cupola di mezzo che ha 16 metri $\frac{9}{10}$, ovvero 52 piedi di diametro, è formata con piccioli tubi in luogo di matteni, che entrano gli uni negli altri come si vede dalla figura B, formando una spirale invece di ranghi concentrici. Questa volta, che è a tutto sesto, ha i suoi reni muniti fino a circa 36 gradi, ovvero 2/5 della sua altezza con una murazione fatta con stoviglie o vasi di terra cotta, di cui la forma e le dimensioni sono indicate dalla figura A, affine d'evitare il peso fortificandola. La parte della volta al di sopra è formata al basso di tre ranghi di tubi, e di due all'alto, come si vede nelle figure 4 e 5.

(1) Abbiamo dato la descrizione di questo monumento e del precedente, coi dettagli della loro costruzione, nel Libro IV, Tomo II.

La prima figura della Tavola CLXXXVI è la pianta della chiesa di Santa Sofia di Costantinopoli, costrutta da Antemio di Tralli ed Isidoro di Mileto, architetti greci, sotto l'impero di Giustiniano, verso la metà del sesto secolo, cioè nello stesso tempo di San Vitale di Ravenna. Questo edificio, che è tutto a volta, occupa coi vestiboli e colle scale una superficie di 9571 metri $\frac{1}{10}$ ovvero 2524 tese, di cui 2097 metri $\frac{5}{10}$, ovvero 552 tese in muri e punti d'appoggio, cioè presso a poco $\frac{3}{14}$ della superficie totale.

La cupola, che si eleva al centro di questo edificio, ha 35 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 108 piedi di diametro; la sua sommità è elevata 61 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 189 piedi al di sopra del pavimento. (*Vedi le note addizionali.*)

Si è incisa sulla stessa tavola, figura 2, la pianta dell'edificio conosciuto a Roma sotto il nome di tempio della Pace, cominciato dall'Imperatore Claudio e finito da Vespasiano.

Questo edificio occupa col portico una superficie di 1665 tese 1/3, delle quali 209 2/3 in muri e punti d'appoggio, il che dà poco meno dell'ottavo della superficie totale, ovvero $\frac{25}{199}$.

La navata di mezzo aveva, stando alle ruine che esistono, 77 metri $\frac{6}{10}$ ovvero 239 piedi di lunghezza, senza comprendervi la grande nicchia del fondo, per 25 metri $\frac{19}{100}$, ovvero 77 piedi 1/2 di larghezza, e 36 metri $\frac{4}{10}$, ovvero 112 piedi d'elevazione fino alla sommità della volta.

Le Terme costrutte dagl'imperadori erano edifici immensi con grandissime sale nel centro, a guisa di quella del tempio della Pace; il che ha fatto credere a molti antiquarj che questo bel monumento fosse piuttosto un avanzo d'antiche Terme, ovvero una dipendenza del palazzo di Nerone, conosciuto sotto il nome di palazzo Aureo, che un tempio.

Le Terme, sono fra tutti gli edifici a volte costrutti dai Romani, quelle che occupano una maggiore estensione. La superficie di quelle fabbricate da Diocleziano è 119934 metri, ovvero 31351 tese quadrate, di cui 43563 metri ovvero 11464 tese in fabbricati.

Quelle di Antonino Caracalla occupavano una estensione di 144332 metri ovvero 32719 tese quadrate, di cui 59553 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 15672 tese in fabbricati.

L'ospizio degl' Invalidi, che è uno dei più grandi stabilimenti di Parigi, non contiene che 35309 metri $\frac{6}{10}$ ovvero 9292 tese superficiali di fabbricati, cioè:

Per la cupola e la chiesa .	4696 metri	$\frac{8}{10}$	ovvero	1236	tese.
Per i grandi fabbricati . .	14679 »	$\frac{4}{10}$	»	3863	»
Per i fabbricati medj . .	11989 »	—	»	3155	»
Ed in piccioli fabbricati . .	3944 »	$\frac{4}{10}$	»	1038	»
	35309 metri	$\frac{6}{10}$	ovvero	9292	tese

Di questi fabbricati, non vi è che la cupola e la chiesa che possano essere paragonati ai fabbricati delle Terme, di cui le grandi sale di mezzo equivalgono alle più grandi chiese.

Nelle Terme di Diocleziano, il fabbricato di mezzo ha 32680 metri, ovvero 8600 tese di superficie, cioè una volta e mezzo più che la chiesa di San Pietro di Roma, e più di 5 volte della chiesa di Nostra Signora di Parigi. La grande sala di mezzo, che serve attualmente di chiesa, ha 58 metri $\frac{71}{100}$ ovvero 180 piedi 8 pollici di lunghezza, sopra 2 metri $\frac{18}{100}$ ovvero 75 piedi 5 pollici di larghezza, e 30 metri $\frac{55}{100}$ ovvero 94 piedi d' elevazione fino alla sommità della volta. I muri e punti d' appoggio sono un poco più del sesto della superficie totale.

Nelle Terme di Caracalla, il fabbricato di mezzo, rappresentato dalla Tavola CLXXXVII, occupa una superficie di 25604 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 6738 tese quadrate, di cui 1184 in muri e punti d' appoggio, il che dà un poco più che nelle terme di Diocleziano, cioè $\frac{3}{17}$ (1).

La grande sala di mezzo, marcata B, ha 55 metri $\frac{41}{100}$ ovvero 170 piedi 6 pollici di lunghezza, 21 metri $\frac{64}{100}$, ovvero 74 piedi 4 pollici di larghezza, e 30 metri $\frac{22}{100}$ ovvero 63 piedi di altezza.

La grande rotonda, marcata A, aveva 33 metri $\frac{8}{10}$ ovvero 104 piedi di diametro; quella marcata C è la famosa *Cella Soleare*, di cui parla Spartiano nella vita di Antonino Caracalla. (*Vedi al libro* VII *la citazione di questo passo*).

I cittadini romani, che non si occupavano nè d'arti nè di commercio, avevano bisogno di grandissimi edifici in cui radunarsi; da ciò la quantità e la grandezza dei fabbricati pubblici, e soprattutto delle Terme. Amiano Marcellino dice che il loro numero, la loro estensione e la magnificenza eccitavano l'ammirazione di tutti quelli che venivano a Roma.

(1) Finora la pianta di questo edificio non era che imperfettamente conosciuta; le dotte ricerche dell' architetto Blouet, antico pensionato dell' accademia di Francia a Roma, l' ha finalmente ristabilita nella sua integrità nell'opera interessante da lui pubblicata a tale riguardo, e dalla quale ho preso la figura incisa in questa Tavola.

Il nome di questi edifici viene dal greco θερμὸς che significa calore; nome ad esso dato perchè servivano di bagni caldi. In seguito vi si aggiunsero i cinque esercizi che avevano luogo nelle palestre dei Greci, cioè la corsa, il disco, la palla, la lotta e il pugillato. Vi erano portici, gallerie, sale di conversazione, ove intervenivano i filosofi per insegnare la loro dottrina, gli autori per recitare le loro opere. Tutti i locali di cui si componevano le Terme erano spaziosissimi ed a volta. L'interno era decorato di colonne di granito; i muri erano rivestiti di marmi preziosi, ed ornati di vasi, di statue e di quadri; il pavimento era in mosaico, e le volte decorate di pitture e di ornamenti di stucchi. Si può prendere una giusta idea di questa magnificenza incredibile nell'opera di già citata, di M. Blouet.

Sembra che gl'imperatori si compiacessero nel procurare a questi edifici la maggiore magnificenza; vi si trovavano riuniti i capolavori della pittura e della scultura, ed altri oggetti preziosi che i Romani avevano trasportati dalle principali città della Grecia e dell'Asia: le Terme più rimarcabili sono quelle fabbricate.

	Era volgare.		Era volgare.
Da Agrippa, verso l'anno	10	Da Ant. Caracalla verso l'anno	217
» Nerone	64	Da Alessando Severo	230
» Vespasiano	68	» Filippo	245
» Tito	75	» Decio	250
» Domiziano	90	» Aureliano	272
» Trajano	110	» Diocleziano	295
» Adriano	120	» Costantino	324
» Commodo	188		

Indipendentemente da queste Terme, Vittore e Ruffo contano fino ad 800 bagni, de' quali i principali erano quelli di Paolo Emilio, di Giulio Cesare, di Mecenate, di Livio, di Sallustio, d'Agrippina, ecc.

Relativamente all'arte di edificare, questi edifici sono pure rimarcabili per la maniera con cui essi sono costrutti, pei materiali che vi hanno impiegato, e per le precauzioni con le quali essi sono stati messi in opera. Benchè i muri e punti d'appoggio non sieno che in murazione di pietrame rivestita di mattoni, tutte le parti ne sono così ben legate, che quelle che esistono ancora non formano che una sola massa, quantunque la maggior parte sieno spogliate del loro rivestimento di mattoni,

ed esposti da molti secoli a tutte le intemperie delle stagioni. La figura 9 della Tavola LXI indica la maniera con cui questa costruzione è fatta.

I canali, i bacini e i serbatoi che somministrano l'acqua a questi bagni sono stati fatti con tanta attenzione che di quelli che restano gli uni servono ancora, e gli altri potrebbero servire allo stesso uso. Il loro interno è rivestito d'un forte strato di cemento, tutti gli angoli rientranti sono ritondati, il loro fondo è una superficie curva in tutti i sensi più bassa nel mezzo che si unisce ai rotondamenti lungo i muri; la murazione di questi muri è fatta a bagno di malta, in guisa che ne risultano pezzi impermeabili all'acqua, come vasi di marmo o di terra cotta.

L'edificio più grande e più magnifico fabbricato dai moderni, è la chiesa di San Pietro di Roma, la cui pianta è rappresentata nella Tavola CLXXXVIII. Questo edificio occupa una superficie di 21103 metri $\frac{1}{10}$ ovvero 5553 tese 4/9, di cui 5511 metri $\frac{1}{10}$ ovvero 1450 tese 1/2 in muri e punti d'appoggio, cioè più del quarto della superficie totale e più del terzo della superficie libera. Questi muri e punti d'appoggio, sono in pietra travertina, per l'esterno, e in pietra peperina e in mattoni per l'interno, con riempimenti di murazione in rottame. Bramante, che fu il primo architetto di questo edificio, ha concepito il progetto di riunire ciò che gli antichi hanno fatto di più grande e di più magnifico elevando, secondo la sua espressione, il Panteon sopra il tempio della Pace. La pianta di Bramante era realmente bella e vasta, la sua superficie, senza comprendervi il peristilio esterno, era di 19843 metri ovvero 5222 tese, e i muri e punti d'appoggio 4354 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 1146 tese, cioè che fa circa i 2/9 della superficie intiera, come nell'edificio eseguito da quelli che gli successero; ma nella pianta di Bramante, i punti d'appoggio erano molto meglio distribuiti tanto per l'effetto e la bella disposizione che per la solidità. Nulladimeno Bramante, il cui carattere era estremamente ardente, e che avrebbe voluto vedere questo edificio terminato appena principiato, mise tanta precipitazione e così poca accuratezza nelle parti che fece costruire, che appena i quattro archi della cupola furono perfezionati, vi si manifestarono delle crepature considerabili.

Gli architetti che successero a Bramante, spaventati da queste disunioni, non attesero che ad aumentare i punti d'appoggio, senza fare attenzione che questi accidenti provenivano piuttosto da vizj di costruzione

che dalla loro troppo picciola superficie, e soprattutto dalla maniera con cui essi erano stati fondati in suoli differenti, mentre due dei piloni sono stati piantati sui fondamenti d'un antico circo di Nerone, e i due altri in un terreno penetrato dalle acque che scorrevano dalle vicine colline. (*Vedi le note addizionali alla fine del Tomo* II.)

Era impossibile che questi piloni, fondati isolatamente e senza aver preso alcuna precauzione conveniente, non fossero soggetti ad abbassamenti ineguali, che furono la vera cagione delle crepature che provarono questi archi. Le altre parti di questo edificio sono state costrutte con la stessa trascuranza. Vasari racconta che San Gallo, uno dei successori di Bramante, aveva fatto venire da Firenze un certo Lorenzetto, uomo senza talento e interessatissimo, che faceva le opere a un tanto per canna; si arricchì in pochissimo tempo facendo cattivissime costruzioni. Le costruzioni, eseguite al tempo di Michelangelo, hanno pure il difetto d'esser state fatte con riempimenti a sacco, senza attenzione nè disposizione, il che ha cagionato in seguito tutte le crepature della cupola, come abbiamo già spiegato in parecchi luoghi del Tomo II.

La chiesa cattedrale di Santa Maria dei Fiori a Firenze, la cui pianta è rappresentata dalla figura 2 della Tavola CLXXXIX, fu cominciata nel 1298 da Arnolfo, architetto fiorentino.

Questa pianta offre due parti così differenti che si dura fatica a credere che sieno dello stesso tempo e dello stesso architetto. La parte che comprende la navata d'ingresso ha tutta la leggerezza del gotico moderno, e quella del fondo, comprendendo la cupola e le tre braccia della croce, ha tutta la pesantezza dell'antico gottico. È probabile che Arnolfo, la cui intenzione era di coprire lo spazio ottagono di mezzo con una grande volta simile a quella del vicino Battisterio di San Giovanni, abbia cercato di dare ai piedritti che dovevano sostenerla, una forza straordinaria per resistere allo sforzo di cui la credeva suscettibile.

Nel 1300, quando Arnolfo morì non erano fatti che tre archi destinati a sostenere questa grande volta o cupola. Le opere furono interrotte sino nel 1420, in cui Filippo Brunelleschi fu incaricato di continuarle. La grandezzza straordinaria di questa cupola, il cui diametro è di 42 metri $\frac{4}{100}$, ovvero 129 piedi 4 pollici, aveva eccitato l'universale attenzione, si convocò un' assemblea dei più famosi architetti e matematici di quel tempo, per provedere ai mezzi d'eseguire una volta così

considerabile. Dopo molte contestazioni, Brunelleschi, che si era occupato da lungo tempo di questo oggetto, si offerse di costruirla, senza aver bisogno di pilastri e di armadure, che si erano proposte, e che avrebbero duplicato la spesa; ma veggendo che si poneva la sua proposizione in ridicolo, rifiutò di far vedere i suoi disegni e il suo modello. Finalmente ne fu accettata la proposta, e quando mostrò il suo modello, non si dubitò più della possibilità della esecuzione. La cupola fu terminata nel 1474. La lanterna al di sopra non era ancora compita, quando Brunelleschi morì nel 1440; essa fu terminata, secondo i suoi disegni, solo nel 1456.

La superficie della chiesa di Santa Maria dei Fiori è di 7881 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 2074 tese, di cui 1582 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 416 tese 1/2 in muri e punti d'appoggio, cioè un poco più del quinto della superficie totale, e del quarto della superficie libera.

Ma se si considera soltanto la parte che comprende la cupola e le tre braccia che vi si congiungono, si trova che la superficie è di 4582 metri, ovvero 1205 tese 5/6, e quella dei punti d'appoggio di 1252 metri $\frac{2}{10}$, ovvero 329 tese 2/3, cioè i $\frac{3}{11}$ della superficie totale e 3/8 della superficie interna.

Quando non si considera che la navata d'ingresso, la sua superficie è di 3294 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 868 tese, di cui 329 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 86 tese 5/6 in muri e punti d'appoggio, cioè presso a poco, il decimo della superficie totale e 1/9 della superficie interna.

La chiesa di San Paolo in Londra, la cui pianta si trova sulla stessa Tavola, figura 1, presenta una specie di croce, nel centro della quale si eleva una cupola, che è la più grande che esista dopo quella di San Pietro in Roma. La sua pianta al basso, forma un ottagono regolare traforato da otto arcate, de' quali le quattro grandi corrispondono alle navate e le altre alle parti laterali. Questa disposizione ingegnosa offre aperture interessantissime. Forse la pianta della cupola di Santa Maria dei Fiori a Firenze ne ha dato l'idea; ma comunque sia, fa d'uopo convenire che questa disposizione è molto più felice di quella comunemente adottata nelle altre cupole moderne; ha inoltre il vantaggio di formare una base più solida, composta di otto piloni e d'avere pennacchi meno sporgenti.

A San Paolo in Londra, il cerchio rinserrato dai pennacchi è più picciolo dell'ottagono formato dai piloni, non essendo il suo diametro che

di 31 metri $\frac{92}{100}$, ovvero 98 piedi 3 pollici, mentre quello dell'ottagono è di 32 metri $\frac{93}{100}$, ovvero 101 piede 4 pollici. Questi pennacchi sono coronati da una trabeazione compiuta ornata di mensole e di modiglioni.

Il tamburo della cupola, che si eleva al di sopra, non è eretto, come nelle altre, verticalmente sul cerchio formato dai pennacchi, ma ad 1 metro $\frac{14}{100}$, ovvero 3 piedi 1/2 più indietro, in guisa che essa ha al basso 34 metri $\frac{2}{10}$, ovvero 105 piedi 3 pollici di diametro. Questa ritirata di 1 metro $\frac{14}{100}$, ovvero 3 piedi 1/2, è occupata da due gironi ed un gradino, sopra il quale si può sedere; davanti è una ringhiera di ferro, posata sullo sporto della cornice, la cui parte superiore è elevata 29 metri $\frac{97}{100}$, ovvero 92 piedi 3 pollici sopra del pavimento.

Il muro circolare, formante questo tamburo, invece d'essere verticale è inclinato all'interno per un metro e mezzo, ovvero 4 piedi 8 pollici sopra un'altezza di 19 metri $\frac{9}{100}$, ovvero 58 piedi 9 pollici, cioè circa $\frac{1}{12}$. Questa disposizione, che sarebbe un vizio nelle costruzioni comuni, è stato immaginata dal cavaliere Wren, architetto di questo edifizio, per aumentare la resistenza di questo muro, affine d'avere maggior forza per sostenere gli sforzi riuniti della gran volta interna formante la cupola, e del muro conico che porta la lanterna.

La superficie totale di questa chiesa è di 7809 metri, ovvero 2055 tese, di cui 1330 metri, ovvero 350 tese in muri e punti d'appoggio, cioè un poco più del sesto della superficie totale, e 1/4 dello spazio libero.

Ma se non si considera che la parte che corrisponde alla cupola terminata dai quattro avancorpi A, B, C, D, si trova che i punti d'appoggio sono poco meno del quarto della superficie totale, cioè i $\frac{8}{33}$ e $\frac{8}{25}$ dello spazio libero. (*Vedi le note addizionali sulle tavole.*)

Nella Tavola CLXXXX si sono messe a parallele le piante della cattedrale di Milano e di quella di Parigi; tutte due d'architettura gotica, sono rimarcabili per la bella disposizione della loro pianta: la chiesa di Milano, figura 1, che è la più grande, occupa una superficie di 11696 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 3078 tese, di cui 1985 metri $\frac{6}{16}$ ovvero 522 tese 1/4 in muri e punti d'appoggio, cioè più della sesta parte della superficie totale, ovvero $\frac{8}{47}$, non deducendo i vuoti delle finestre che sono altissime; e sottraendoli, la superficie dei punti d'appoggio si riduce a meno del settimo della supeficie totale.

Non paragonando che lo spazio interno coi piloni isolati che sostengono le volte, si trova che questi punti d'appoggio non sono

che la quarantesimaterza parte dello spazio racchiuso fra i muri: essendo questo spazio, senza comprendervi le sacristie, di 8677 metri $\frac{3}{10}$, ovvero 2283 tese 1/2, e la superficie dei pilastri isolati, 201 metri ovvero 53 tese.

La chiesa di Nostra Signora di Parigi, figura 2, occupa una superficie di 6258 metri $\frac{6}{10}$ ovvero 1647 tese, di cui 816 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 230 tese 2/3 in muri e punti d'appoggio, deducendo il vuoto delle finestre e delle cappelle, il che dà un poco meno del settimo della superficie totale; d'onde risulta che questa chiesa è d'una costruzione un poco più leggera che quella di Milano.

La superficie interna della chiesa di Nostra Signora di Parigi è di 4520 metri, ovvero 1189 tese 1/2, senza comprendervi le cappelle, dei quali in punti d'appoggio per sostenere le volte, 136 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 36 tese, cioè un poco meno della 33.^{ma} parte della superficie libera. Così si vede che i punti d'appoggio interni che si trovano in più gran numero, e molto più vicini in questa chiesa che in quella di Milano, danno, in proporzione dello spazio interno, una più grande superficie di punti d'appoggio, cioè $\frac{1}{33}$ invece di $\frac{1}{43}$, cioè $\frac{1}{142}$ di più.

Nella chiesa di Nostra Signora, le gallerie al di sopra delle navate laterali formano una superficie di circa 2234 metri $\frac{4}{10}$, ovvero 588 tese, la quale aggiunta all'inferiore, che abbiamo trovato di 4520 metri ovvero 1189 tese 1/2, dedotte le cappelle, danno 6754 metri 1/2, ovvero 1777 tese e 1/2 di superficie libera, mentre la superficie interna della chiesa di Milano è di 8677 metri $\frac{3}{10}$, ovvero 2283 tese 1/2, cioè più d'un quarto di più della cattedrale di Parigi, comprendendovi le gallerie.

La nuova chiesa di Santa Genevieffa, figura 1, Tavola CLXXXXI, occupa una superficie di 5593 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 1472 tese, di cui 861 metri $\frac{4}{10}$ ovvero 226 tese 3/4 in muri e punti d'appoggio, il che fa un poco meno del sesto della superficie totale.

Non prendendone che la superficie racchiusa dai muri, per paragonarla ai punti d'appoggio isolati che sostengono la cupola e le volte, non si trovano per 4389 metri $\frac{35}{100}$ ovvero 1155 tese 1/4, che 35 tese 1/3 ovvero 134 metri $\frac{26}{100}$ di punti d'appoggio, cioè un poco più di $\frac{1}{33}$ della superficie interna, d'onde risulta che, in questo edificio, i punti d'appoggio interni sono con pochissima differenza nella proporzione di quelli della chiesa di Nostra Signora di Parigi. (*Vedi le Note addizionali sulle Tavole*).

La chiesa di San. Sulpicio, che si trova sulla stessa Tavola, figura 2, occupa una superficie di 5646 metri $\frac{8}{10}$ ovvero 1486 tese, di cui 848 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 223 tese 1/5 in muri o punti d'appoggio, il che dà meno del sesto della superficie totale, ovvero $\frac{3}{20}$.

Non paragonando che i piloni isolati con la parte interna, senza le cappelle, si trova che i punti d'appoggio che sostengono le volte delle navate e della crociera, sono meno della trentaduesima parte dello spazio interno, cioè più forti che nella chiesa di Nostra Signora di Parigi, e nella nuova chiesa di Santa Genevieffa.

L'altra pianta, figura 3, che si trova sulla stessa Tavola, è quella della chiesa di San Domenico Grande a Palermo in Sicilia; la sua superficie è di 3173 metri $\frac{2}{10}$ ovvero 835 tese $\frac{1}{13}$, de' quali 463 metri $\frac{6}{10}$ ovvero 122 tese in muri o punti d'appoggio, il che dà un poco più del settimo ovvero $\frac{8}{55}$ della superficie totale. Ma non prendendo che la parte di mezzo, le cui volte sono sostenute da punti d'appoggio isolati, non si trovano che 39 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 10 tese 1/2 di punti d'appoggio per uno spazio di 1866 metri $\frac{8}{10}$, ovvero 491 tese 1/4, cioè un poco meno d'un quarantasettesimo.

La chiesa di San Giuseppe, nella stessa città, è d'una costruzione ancor più leggiera: sopra 2420 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 637 tese di superficie, essa non ha che 335 metri $\frac{6}{10}$, ovvero 88 tese 1/3 in muri o punti d'appoggio, cioè meno del settimo della superficie totale, ovvero $\frac{4}{29}$. I punti d'appoggio isolati sono meno della sessantesima parte dello spazio interno di cui essi sostengono le volte, senza comprendervi il coro nè le cappelle.

La tavola seguente è stata fatta per servire d'epilogo a tutto ciò che si è detto sul rapporto dei muri e punti d'appoggio con la superficie totale di molti edifici. Si sono disposti secondo l'ordine della loro più grande solidità, incominciando da quelli i cui muri e punti d'appoggio sono più considerabili in ragione della loro superficie totale.

La prima e seconda colonna, indicano le superficie totali in metri e in tese quadrate.

La terza e quarta colonna indicano le superficie dei muri e punti d'appoggio pure in metri e in tese quadrate.

Nella quinta colonna si è espresso in frazioni decimali il rapporto dei muri e punti d' appoggio con le superficie totali, supponendo ciascuna di queste ultime eguale a mille parti.

Tavola che indica il rapporto dei muri e dei punti d' appoggio di molti edifici, colla superficie totale da essi occupata.

NOMI DEGLI EDIFICI	SUPERFICIE TOTALE IN		SUPERFICIE DEI PUNTI D' APPOGGIO IN		Rapporto in mil. delle superficie totali
	metri	tese	metri	tese	
Cupola degl' Invalidi di Parigi . . .	2695.4	709 1/2	724.0	190 1/2	0.268
Chiesa di S. Pietro in Roma	21103.1	5553 4/9	5511.0	1450 1/2	0.261
Pantèon di Roma	3182.0	837 7/18	739.2	194 1/4	0.231
Tempio antico detto *Galluzzo* a Roma.	855.6	225 1/6	201.4	53. 0	0.226
Progetto della chiesa di S. Pietro di Bramante	19843.0	5222. 0	4354.8	1146. 0	0.219
Chiesa di Santa Sofia a Costantinopoli.	9591.1	2524. 0	2097.3	552. 0	0.217
Chiesa di Santa Maria de' Fiori a Firenze.	7881.2	2074. 0	1582.7	416 1/2	0.201
Tempio della Concordia a Girgenti. .	636.6	167 1/2	123.6	32 1/2	0.194
Edificio in mezzo alle terme di Caracalla.	25604.4	6798. 0	4499.2	1184. 0	0.176
Gran tempio di *Pesto*.	1426.9	375 1/2	24.6	64 3/4	0.172
Chiesa di S. Paolo di Londra	7809.0	2055. 0	1330.	350. 0	0.170
Edificj nel mezzo delle Terme di Diocleziano	32680.0	8600. 0	5464.4	1438. 0	0.167
Tempio di Giunone Lucina a Girgenti.	634.0	166 3/4	103.2	27. 1/6	0.163
Cattedrale di Milano	11696.4	3078. 0	1985.6	522 1/4	0.161
Chiesa di S. Vitale a Ravenna . . .	676.2	178. 0	106.1	28. 0	0.157
Chiesa di S. Pietro in Vinculis a Roma.	2000,0	529 2/3	311.6	82. 0	0.155
Chiesa di Santa Genevieffa	5593.6	1472. 0	861.4	226 3/4	0.154
Chiesa di S. Sulpicio	5646.8	1486. 0	848.2	223 1/5	0.151
Chiesa di S. Domenico a Palermo . .	3173.2	835 1/18	463.6	122. 0	0.146
Chiesa di Nostra Signora a Parigi . .	6258.6	1647. 0	816.4	230 2/1	0.140
Chiesa di S. Giuseppe a Palermo . .	2420.6	637. 0	335.6	88 1/3	0.139
Chiesa di S. Filippo Neri a Napoli . .	2121.4	558 1/4	273.6	72. 0	0.129
Tempio della Pace a Roma	6238.2	1665 1/3	796.7	209 1/3	0.125
Mercato dei grani a Parigi, sensa comprendere la corte	2466.2	649. 0	307.8	81. 0	0.125
Chiesa di S. Paolo fuori delle mura di Roma	9899.0	2605. 0	1176.1	309 1/2	0.112
Chiesa di Santa Sabina in Roma. . .	1407.9	378 1/4	143.4	37 3/4	0.100
Mercato dei grani a Parigi, supponendo la corte a volta	3660.4	963 2/7	307.8	81. 0	0.084
Rotonda di S. Stefano a Roma	3413.2	898 2/9	190.6	50 1/6	0.056

Risulta da questa tavola, che la cupola degli Invalidi è uno degli edifici a volte ove si è impiegata maggior materia. Si vede che i suoi muri e punti d'appoggio, che sono costrutti in pietra di taglio, formano più del quarto della superficie totale, mentre che a San Sulpicio, che non può certamente essere riguardata come una costruzione leggiera, essi sono meno del sesto.

Nel Tempio dalla Pace, che non è costrutto che in murazione di pietrame rivestito di mattoni, i muri e punti d'appoggio non sono che la ottava parte della superficie totale: questo rapporto non potendo essere riguardato come l'ultimo termine della solidità, si può, disponendo i punti d'appoggio in maniera convenevole fissarli al nono, il termine medio al settimo, e quello della più grande solidità al quinto, per gli edifici a base quadrata o rettangolare: per quelli a base circolare, il rapporto dei muri e punti d'appoggio può essere fissato fra il nono e il duodecimo, a cagione del loro vantaggio su quelli disposti in linea retta poc'anzi spiegati, parlando *della Rotonda di San Stefano*.

In quanto agli edifici dello stesso genere, che non sono a volta, si vede che negli antichi tempj greci, il rapporto è fra il quinto e il sesto, e per le chiese a basilica fra il settimo e il decimo; in guisa che il termine medio può essere fissato all'ottavo per gli edifici a base quadrata o rettangolare, e dal duodecimo fino al diciottesimo, per gli edifici circolari, come la Rotonda di Santo Stefano.

Parlando dei fabbricati a più piani abbiamo detto che i palazzi di Roma, ove tutti i locali a pianterreno sono ordinariamente a volta: 1.° il rapporto dei muri e punti d'appoggio paragonati alla superficie totale ch'essi occupano è, deducendo il vacuo delle porte e delle finestre, circa . . . . $\frac{2}{9}$ ovvero 0,222

2.° Che nei palazzi di Parigi è . . . . $\frac{7}{18}$ ovvero 0,388

3.° Che nelle ruine della villa Adriana questa proporzione è per gli edifici a volta fra il 7.° ovvero 8.° . ovvero 0,155

4.° Che per quelli non a volta, è fra l'8.° e il 9.° . ovvero 0,118

5.° Che nei fabbricati a solai, costrutti sulla fine del regno di Luigi XIV, e sul principiare di quello di Luigi XV, la superficie dei muri e punti d'appoggio, deducendo il vuoto delle porte e della finestre, è circa . . . . $\frac{1}{6}$ ovvero 0,166

6.° Che in quelli costrutti dopo il regno di Luigi XV sino al presente, questo rapporto è circa . . . . . $\frac{1}{8}$ ovvero 0,122
7.° In fine che nei fabbricati costrutti in mattoni, questo rapporto è . . . . $\frac{2}{17}$ ovvero 0,177.

Questo secondo prospetto fa vedere che nei fabbricati di Parigi a molti piani, ove il pian terreno è a volta, si è impiegata, a superficie eguale, assai più materia che nei grandi edifici dello stesso genere, ove essa è stata più prodigalizzata, come nella cupola degl'Invalidi.

Nei palazzi di Roma, il rapporto dei muri e punti d'appoggio è più grande che nelle Terme di Diocleziano e di Caracalla; nei palazzi di Parigi fabbricati sulla fine del regno di Luigi XIV, ed al cominciare di quello di Luigi XV, il rapporto dei punti d'appoggio è più forte che a San Sulpicio. In quelli costrutti dopo, questo rapporto, che si accorda con la regola da noi data, è quasi eguale a quello dei punti d'appoggio della fabbrica del Mercato dei Grani, senza comprendervi il cortile. *Del resto è essenziale osservare che questa più grande superficie di piedritti che si dà ai fabbricati d'abitazione a molti piani, è necessaria per le scosse e commozioni alle quali essi sono più esposti (soprattutto quelli con solaj di legno), che i grandi edificj.*

SEZIONE QUINTA

MURI DI RIVESTIMENTO

CAPO PRIMO

DELLA SPINTA DELLE TERRE.

Si nota che le terre prendono da sè stesse una scarpa proporzionata alla loro consistenza. Per avere qualche dato a quest' oggetto, noi abbiamo fatto fare una cassa di cui uno dei lati può togliersi quando essa è ripiena di terra che si vuole esperimentare. Risulta da molte esperienze fatte con differenti specie di terre, che la più mobile è la sabbia fina ben secca, ovvero il gres polverizzato. La scarpa che prende, quando si toglie la faccia che forma il lato mobile, fa un angolo di 55 gradi 1/2, col piano verticale, e di 34.° e 1/2 col piano orizzontale, su cui posa la sabbia o la creta. Nell' uso comune, si suppone che le terre formino un angolo di 45 gradi, cioè presso a poco l'inclinazione media che prendono le terre nuovamente smosse e gettate sulla sponda.

Belidor, per arrivare a valutare la spinta delle terre contro i muri di rivestimento per le fortificazioni, divide il triangolo E D F, figura 1, Tavola CLXXXXII, rappresentante la massa della terra che opera la spinta con parallele alla sua base E D, formanti pezzi d' eguale spessore che suppone divisi in triangoli eguali fra loro e simili al grande; d'onde risulta che prendendo il primo triangolo *a* F *b* per unità, il secondo pezzo è 3, il terzo 5, il quarto 7, così di seguito, con una progressione aritmetica la cui differenza è 2.

Ciascuno di questi pezzi supponendosi scorrere sovr'un piano inclinato parallelo a E D, per agire contro la faccia F D, se si moltiplicano per l'altezza media a cui essi agiscono, la somma di questi prodotti darà lo sforzo totale che tende a rovesciare il muro; ma siccome questa

somma è eguale al prodotto del triangolo totale per l'altezza determinata dalla linea tirata dal suo centro di gravità parallelamente alla sua base, quest'ultimo metodo è quello che noi abbiamo seguìto, perchè è molto meno complicato e più facile; d'altronde Belidor, per rendere il suo metodo meno difficile, ha ricorso a supposizioni che non sono rigorosamente esatte.

Prima applicazione.

La cassa indicata al principio di questo Capo ha pollici 16 1/2 di lunghezza per 12 pollici di larghezza e 17 pollici 1/2 di altezza, misurati all'interno, siccome la scarpa che prende la polvere del gres quando non è sostenuta dalla faccia anteriore forma coll'orizzonte un angolo di 34 gradi 1/2, l'altezza A E figura 1, è di 11 pollici 1/3, di modo che la parte che agisce contro questa faccia è rappresentata dal triangolo E D F.

Per trovare col calcolo il valore di questo sforzo e lo spessore che deve avere la faccia per resistervi, fa d'uopo 1.° cercare la superficie del triangolo $EDF = \frac{16\ 1/2 \times 11\ 1/3}{2}$, che dà 93 1/2; ma siccome il peso specifico (cioè a volume eguale) di questa polvere di gres non è che $\frac{13}{15}$ di quello della faccia di pietra che sostiene il suo sforzo, si ridurrà a $73\ 1/2 \times \frac{13}{15}$, che dà 81. Questa massa essendo considerata scorrere sul piano E D, il suo sforzo starà al suo peso come A E a E D :: 11 1/3 : 20, il che dà $81 \times \frac{11\ 1/3}{20} = 45{,}9$; fa d'uopo considerare questo sforzo come una potenza obbliqua qr, passante dal centro di gravità della massa, e agente all'estremità d'una leva ik. Per giugnere a conoscere questo braccio di leva, la cui lunghezza dipende dallo spessore della faccia, che non si conosce ancora, si osserverà che i triangoli qsr, qho, e kio essendo simili, hanno i loro lati proporzionali, e quindi si avrà $qs : sr :: qh : ho$; e, siccome $ko = hk - ho$, si avrà $qr : qs :: hk - ho : if$, d'onde si cava $if = \frac{(hk - ho) \times qs}{qr}$.

I tre lati del triangolo qrs sono conosciuti a motivo della posizione dell'angolo q al centro di gravità del grande triangolo E F D, che dà ciascun lato del picciolo triangolo, eguale al terzo di quello grande cui corrisponde.

Così indicando il lato qr con a,
il lato qs con b,
il lato rs con c,
sh, che non si conosce, con x,
hk con f,
lo sforzo della spinta 45,9 con p,
l'altezza della faccia DF con d,

si avrà $b:c::b+x:\frac{bc+cx}{b}=ho$ e $hk-ho$ sarà $f-\frac{bc+cx}{b}$;

Per avere ik, si farà la proporzione $a:b::f-\frac{bc+cx}{b}:ik$; d'onde si cava $ik=\frac{bf-bc-cx}{a}$, in guisa che la spinta $p\times ik$ è rappresentata da $p\left\{\frac{bf-bc-cx}{a}\right\}$, colla quale dovrà fare equilibrio la resistenza della faccia espressa da $\frac{dx^2}{2}$; si avrà dunque l'equazione d'equilibrio

$$\frac{dx^2}{2}=p\left\{\frac{bf-bc-cx}{a}\right\}$$

ovvero $x^2+\frac{2pcx}{ad}=\frac{2bp(f-c)}{ad}$.

Per rendere la soluzione più facile, supponiamo

$$\frac{2bp(f-c)}{ad}=2m, \text{ e } \frac{2pc}{ad}=2n,$$

e si avrà $x^2+2nx=2m$, che ci darà $x=\sqrt{2m+nn}-n$.

Riprendendo i valori delle quantità conosciute, espressi con lettere si avrà

$a = 6\ 2/3$,
$b = 5\ 1/2$,
$c = 3\ 3/4$,
$f = 7\ 5/9$,
$p = 45\ 9/10$,
$d = 11\ 1/3$,

E però $m=pb\times\frac{f-c}{ad}$ diverrà $m=12,70$, e $2m=25,4$; e

$n=\frac{pc}{ad}$ diverrà $n=2,28$, e $nn=5,20$.

Così, la formola $x=\sqrt{2m+nn}-n$ darà $x=\sqrt{25,4+5,20}-2,28$; e finalmente $x=3,22$.

Questo risultato si accorda quanto è possibile eon l' esperienza, perchè fu necessaria pel caso di cui si tratta, una faccia di 3 pollici 1/4 di spessore, per resistere allo sforzo della potenza della polvere di grea che roveseiava nna faccia di 3 pollici di spessore. Col metodo di Belidor, si sarebbero trovati 4 polliei $\frac{8}{10}$; ma abbiamo già osservato che in questo metodo, l'applieazione dei prineipj non è fatta eonvenientemeute.

Seconda applicazione.

Qoando la stessa eassa è affatto riempita di polvere di gres, fa d' uopo una faccia di 5 pollici 1/4 per resistere alla soa spinta.

Per applicare la formola precedente a questo eaempio, fa d' uopo eercare dapprima la superficie del trapezio B E D F, figura 2, che si troverà di 195 1/4, che si moltiplicherà per $\frac{13}{15}$, onde ridurla a uno stesso peso specifico della faccia, il che darà 169 1/5. Questa massa essendo considerata scorrere sopra un piano inclinato E D, il suo sforzo parallelo a questo piano sarà 195 1/5 $\times \frac{11\ 1/3}{20}$, ehe dà per questo sforzo 95,76, indicato da p; avendo trovato che nella formola $q\,s$, indicato nella prima

equazione da $b =$ 6,93,
ehe $s\,r$ indicato da $c =$ 4,76,
ehe $q\,r$ indicato da $a =$ 8,40,
$f =$ 11,3,
$d =$ 17,5,

lo spessore della faccia $= s\,h - x$, $m = p\,b \times \frac{f-c}{ad}$ diverrà, sostituendo i valori, $m = 95{,}76 \times 6{,}93 \times \frac{11{,}3 - 4{,}76}{8{,}40 \times 17{,}50}$, e facendo i ealeoli indicati, si avrà $m = 29{,}52$, e $2m = 59{,}04$; $n = \frac{pc}{ad}$ diverrà $n = \frac{95{,}76 \times 4{,}76}{8{,}40 \times 17{,}50}$; e fatti i calcoli, $n = 3{,}1$ e $nn = 9{,}61$, sostitoendo questi valori nella formola $x = \sqrt{2m + nn} - n$, si avrà $x = 5{,}2$.

Si vede ehe il risultato di questa secouda applicazione è pure eonforme all'esperienza, ed è una nnova prova del vantaggio che può procurare l' unione dei principii teorici con la pratica.

Terza applicazione.

La stessa cassa ripiena di terra comune ben diseccata e polverizzata, forma un pendio di 46 gradi e 50 minuti; la superficie della parte spingente è di 144 pollici 3/8; ma siccome il peso di questa terra, a volume eguale, non è che i 3/4 di quello della faccia che la sostiene, essa si riduce a 108. Lo sforzo di questa massa, agendo secondo la direzione obliqua $q\ r$, sta al suo peso, come A B a B D, cioè come 17 1/2 a 24, il che lo riduce a 78 3/4.

La parte spingente essendo, in questo caso, un triangolo B D F, simile al picciolo triangolo $q\ r\ s$, i loro lati saranno proporzionali. Uno de' suoi angoli essendo posto al centro di gravità del triangolo grande, come nella prima applicazione, a pagina 172, ciascun lato di questo picciolo triangolo sarà il terzo di quello del grande triangolo, al quale esso corrisponde.

Così, conservando le indicazioni stesse delle antecedenti, avremo

$q\ r$ indicato da $a = 8$,
$q\ s$ indicato da $b = 5\ 1/2$,
$s\ r$ indicato da $c = 5\ 5/6$,
s D indicato da $f = 10\ 2/3$,
lo sforzo dalla spinta indicato da $p = 78\ 3/4$,
l'altezza della faccia indicata da $d = 17\ 1/2$.

Dietro questi dati, m della formola espressa da $pb \times \frac{f-c}{ad}$ darà

$m = 78{,}55, \times 5{,}5 \times \frac{10{,}66 - 5{,}83}{8 \times 17\ 1/2}$ che si riduce, fatti i calcoli, ad

$$m = 18{,}04 \text{ e } 2\,m = 36{,}08.$$

n della stessa formola, essendo $= \frac{pc}{ad}$, diverrà

$n = \frac{78{,}55 \times 5{,}83}{8 \times 17\ 1/2}$ che si riduce a $n = 3{,}2$ e $nn = 10{,}24$; sostituendo questi valori nella formola $x = \sqrt{2\,m \times nn} - n$, essa diviene

$$x = \sqrt{36{,}08 \times 10{,}24} - 3{,}2$$

che dà, fatti i calcoli $x = 3$ pollici $\frac{6}{10}$.

Osserviamo che l'esperienza non dà che 3 pollici, perchè questa terra non scorre così facilmente come il grès pesto ovvero la sabbia fina:

così i risultati di tutti i saggi da noi fatti con diverse specie di terra sono sempre minori di quelli del calcolo: le terre un poco bagnate scorrono meno ancora. La minor inclinazione del pendio formato da queste terre è stata di 46 gradi 50′, e la più grande di 54. Quindi l'inclinazione media sarebbe di 50 gradi, in luogo di 45 gradi, che si son presi fino al presente, per base del calcolo della spinta delle terre. Quest'ultima inclinazione deve dare risultati molto maggiori dello sforzo col quale esse agiscono, soprattutto se si ha la precauzione di battere le terre lungo i rivestimenti, e collegarle con strati di fascine che impediscano di strisciare. D'altronde i muri non sono mobili sulla loro base, come si suppone per facilitare l'applicazione dei principj.

Fa d'uopo inoltre rimarcare che a rigore si dovrebbe sopprimere dalla parte spingente il pezzo E t D V, il cui sforzo sarebbe sostenuto dal picciolo triangolo D V k della stessa terra, al quale si trova sostituita una murazione più pesante, e in conseguenza più forte, ma questa soppressione renderebbe la soluzione di questo problema molto più difficile, perchè la larghezza di questo pezzo dipende dello spessore D k che si cerca.

Nulladimeno, siccome la solidità esige che la resistenza dei muri sia più forte che la spinta, si può adottare tale ipotesi che riunisce il doppio vantaggio di produrre questo risultato, e di rendere le operazioni più semplici e più facili.

Quarta applicazione.

Quando le terre formano un pendio di 45 gradi, figura 3,

$qe = sr = b = c = \frac{d}{3}; f = \frac{2d}{3}$, il che dà invece di

$$m = pb \times \frac{f-c}{ad}, \quad m = \frac{pd}{3} \times \frac{2d-d}{3ad} = \frac{pd}{9a},$$

e invece di $n = \frac{pc}{ad}$, $n = \frac{pd}{3ad}$ che si riduce a $\frac{p}{3a}$.

La superficie del triangolo rettangolo isoscele B D F, che cagiona la spinta, sarà 16 1/2 × 8 1/4 = 136, di cui i 3/4 sono 102; questo risultato, che indica il peso della parte spingente, starà al suo sforzo come 10 a 7, ciò che lo riduce a 71, 4, che sarà il valore di p; a sarà = 7 7/9.

Dietro questi valori, si avrà

$$m = \frac{71,4 \times 16,5}{7\ 7/9 \times 9} = 16,83;\ n = \frac{71,4}{7\ 7/9 \times 3} = 3,06 \text{ e } nn = 9,36;$$

questi valori sostituiti nella formola $x = \sqrt{2m + nn} - n$ danno

$x = 3$ pollici $\frac{51}{100}$, ovvero presso a poco 6 pollici, 6 linee.

Adottando l'ipotesi che la spinta delle terre si effettui secondo un angolo di 45 gradi, si può trovare una formola che non esiga che la conoscenza dell'altezza delle terre da sostenere. Quindi riprendendo l'equazione $x = \sqrt{2m + nn} - n$ nella quale abbiamo fatto vedere che

$$m = \frac{pd}{9a} \text{ e } n = \frac{p}{3a}.$$

Per ridurre queste espressioni ad altre che non contengano che l'altezza espressa con d, si osserverà che la superficie del profilo di terra BFD, che cagiona la spinta, sarà espressa da $d \times \frac{d}{2}$; prendendo 3/4 di questa superficie per corrispondere al peso specifico dei materiali del muro che deve sostenerla, si avrà $\frac{dd}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3dd}{8}$.

Questa massa agendo sopra un piano inclinato di 45 gradi, il suo sforzo starà al suo peso come l'altezza AB del piano sta alla sua lunghezza BD: come il lato del quadrato è alla sua diagonale, che si trova, presso a poco, come 70 a 99, si avrà per espressione di questo sforzo

$$\frac{3dd}{8} \times \frac{70}{99} = p \text{ della formola, e } pd = \frac{3ddd}{8} \times \frac{70}{99}.$$

Questo valore essendo diviso per $9a$, si rimarcherà che a è eguale al terzo della diagonale BD. Quindi si avrà

$$70 : 99 :: d\ \frac{99 \times d}{70} = 3a \text{ e } 9a = \frac{3d \times 99}{70}, \text{ il che dà}$$

$$m = \frac{3ddd \times 70 \times 70}{8 \times 3d \times 99 \times 99}, \text{ che si riduce a } \frac{dd}{16}, \text{ e } 2m = \frac{dd}{8}.$$

$$n = \frac{p}{3d} \text{ diverrà } \frac{3dd \times 70 \times 70}{8 \times d\,99 \times 99}, \text{ che si riduce a}$$

$$n = \frac{3d}{16}, \text{ il che dà } x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16};$$

facendo l'applicazione di questa formola all'esempio precedente si avrà

$$x = \sqrt{\frac{16\ 1/2 \times 16\ 1/2}{8} + \frac{16\ 1/2 \times 3}{16} \times \frac{16\ 1/2 \times 3}{16}} - \frac{16\ 1/2 \times 3}{16},$$

che dà, facendo le operazioni, $x = 3{,}51$, come la formola precedente. Di quest'ultima, che è molto più semplice, mi sono servito per calcolare le tavole che terminano questo articolo.

Se, invece d'un muro a piombo, si volesse costruire un muro a scarpa, la cui resistenza fosse eguale, farebbe duopo considerare il suo profilo, figure 5 e 6, siccome formato d'un rettangolo DFHI e d'un triangolo HIK. La scarpa, potendo essere fissata ad arbitrio, la sua base IK sarà conosciuta, e non si tratterà che di trovare quella DI del rettangolo: così facendo

l'altezza del muro . . . . $= d$,
la base del pendio . . . . $= a$,
la base del rettangolo . . . . $= x$,

siccome la direzione del centro di gravità di quest'ultimo cade nel mezzo della base DI, il suo braccio di leva rapporto al punto d'appoggio K sarà $a \times \frac{x}{2}$, e quello del triangolo formante il pendio cadendo ai due terzi di IK, si avrà per la resistenza di questo muro

$$dx \times \left\{ a \times \frac{x}{2} \right\} + \frac{da}{2} \times \frac{2a}{3}$$

che deve essere eguale alla resistenza del muro appiombo che indicheremo con R, il che darà l'equazione $adx + \frac{dxx}{2} + \frac{2a^2d}{6} = \mathrm{R}$. Ossia

$$xx + 2ax = \frac{2\mathrm{R}}{d} - \frac{2a^2}{3};$$

$$\text{d'onde } x = \sqrt{\frac{2\mathrm{R}}{d} - \frac{2a^2}{3} + a^2} - a.$$

Frattanto se si chiama e lo spessore $\sqrt{2m + n^2} - n$ trovato colla formola precedente, per un muro appiombo, la sua resistenza sarà $ed \times \frac{e}{2} = \frac{eed}{2} = \mathrm{R}$, e $2\mathrm{R} = eed$; finalmente $\frac{2\mathrm{R}}{d} = ee$, che messi nella formola precedente in luogo di $\frac{2\mathrm{R}}{d}$ darà

$$x = \sqrt{ee - \frac{2a^2}{3} + a^2} - a.$$

Lo spessore indicato da e, essendosi trovato nelle applicazioni precedenti $e = 3{,}51$, il suo quadrato sarà $12{,}3201$; supponendo la base

del pendio eguale al sesto dell'altezza $= \frac{16,5}{6} = 2,75$, il suo quadrato sarà 7,5625. Sostituendo questi valori nella formola precedente, si avrà

$$x = \sqrt{12,32 - \frac{7,5625 \times 2}{3} + 7,5625} - 2,75,$$

che dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $x = 1 \frac{1}{10}$, cioè che dando a questo profilo un sesto del pendio e un piede $\frac{1}{10}$ ovvero 1 pollice 2 linee 2/5 di spessore all'alto, la sua superficie sarebbe di 40 piedi 5/6 e la sua resistenza eguale a quella d'un profilo rettangolare, ovvero d'un muro appiombo, il cui spessore uniforme fosse di 3 piedi $\frac{51}{100}$, producente una superficie di 57 piedi $\frac{183}{200}$, quasi il doppio di quella d'un muro in pendio. Questo calcolo, che è giustificato dalla teoria e dall'esperienza, prova il vantaggio dei muri a scarpa su quelli a piombo, tanto per la solidità quanto per l'economia, allorchè trattasi di muri di rivestimento.

Siccome si possono dare differenti forme ai profili dei muri che sostengono le terre, paragoneremo la resistenza, a superficie eguali, di quelli che sono più usitati.

Per trovare lo spessore alla sommità d'un muro a scarpa, la cui superficie del profilo sia eguale a quella d'un muro retto, come quello di cui si è parlato poc'anzi a pagina 176, Ap. IV avente 16 piedi 1/2 di altezza, 3 piedi $\frac{51}{100}$ di larghezza, e producendo, come abbiamo già detto, una superficie di 57 piedi $\frac{183}{200}$, farà d'uopo, fissata la scarpa, sottrarre la superficie del triangolo (ch'essa forma nel profilo) dalla superficie data, e dividere il resto per l'altezza. Così per un sesto di scarpa, la superficie del triangolo essendo, in questo caso, 22 piedi $\frac{11}{16}$, se si levano della superficie data 57 piedi $\frac{183}{200}$, il dippiù 35 $\frac{91}{400}$ diviso per l'altezza 16 1/2, darà per lo spessore F H alla sommità, figura 5, 2 piedi $\frac{27}{200}$ ovvero 2 piedi, 1 pollice, 5 linee, invece di 1 piede, 1 pollice, 5 linee che dà il profilo, figura 6. Questo aumento di spessore produce una più grande resistenza, la cui espressione è eguale al prodotto della superficie del rettangolo F H D I, figura 5, moltiplicato pel braccio di leva k L, più la superficie del triangolo H I k, moltiplicata per $\frac{2 \text{ I K}}{3}$, cioè $35 \frac{91}{400} \times 3 \frac{327}{400}$, che dà 134 1/2, più $22 \frac{11}{16} \times \frac{2\,3/4 \times 2}{3}$, che dà $41 \frac{19}{32}$, e in tutto $176 \frac{3}{32}$. La

resistenza del muro a piombo della stessa superficie rappresentato dalla figura 4, è eguale al prodotto del rettangolo F D H K, per la metà di D K, cioè $57 \frac{183}{200} \times \frac{3, \frac{54}{100}}{2}$, che dà $101 \frac{64}{100}$. Così, a superficie eguale, la resistenza d'un muro, il cui pendio è 1/6 dell' altezza, è più d'una volta e tre quarti quella del muro a piombo, cioè sta a quest' ultimo presso a poco come 7 a 4, senza aver riguardo alla diminuizione della spinta che risulta dal pezzo di terra *m n* D V da sopprimere, che ha maggior spessore nella figura 5 che nella figura 4.

La figura 7 indica un profilo di muro con una specie di scarpa verso le terre e d'appiombo all'esterno. La scarpa è formata da corsie poste a risega le une sopra le altre, il che produce un maggior effetto per la resistenza, perchè la terra trova dei punti in queste riseghe che diminuiscono la sua azione contro questo muro. Malgrado questa disposizione vantaggiosa, è facile di scorgere, senza calcolo, che la resistenza di questo profilo non deve essere così grande come allorchè la scarpa è all'esterno, perchè la minor superficie, cioè il triangolo F D I, è quella che ha il più gran braccio di leva K L, e il rettangolo F I H K ha il più picciolo K M. La scarpa e l'altezza essendo le stesse come nell'esempio precedente, il prodotto della superficie del triangolo pel suo braccio di leva, sarà $22 \frac{11}{16} \times 3 \frac{3}{20}$, il che dà per la resistenza . 69, 2
Quello della superficie del rettangolo pel suo braccio sarà
$35 \frac{91}{400} \times 1 \frac{27}{400}$, che dà per resistenza 37, 6
106, 8

invece di 101, 64, che dà il profilo rettangolare, figura 4, e di $176 \frac{3}{32}$, che dà il profilo 5 ove la scarpa è al di fuori.

Il profilo rappresentato dalla figura 8 ha una doppia scarpa, l'una dal lato delle terre d'un sesto dell'altezza formato nell'interno, e l'altra d'un dodicesimo situata di fuori, in guisa che la sua resistenza si compone 1.° del triangolo interno F I D, moltiplicato pel suo braccio di leva L K, cioè 22, 69 × 3, 73 = ... 84, 63
2.° del rettangolo F I H N, di mezzo, pel suo braccio di leva M K ovvero 23, 72 × 0, 72 che dà 17, 08
e in fine del triangolo esterno H N K moltiplicato pel suo braccio di leva N K, ovvero 11, 35 × 0, 916 . . . . 10, 39
in tutto 112, 10

Il profilo rappresentato dalla figura 9, formante all' esterno una scarpa d'un dodicesimo della sua altezza, ed all' interno uno strapiombo, ha una resistenza eguale al prodotto della sua superficie F D H K pel suo braccio di leva L K, che è eguale alla metà dello spessore del muro, più alla metà della scarpa, cioè $57,75 \times 2,47$, che dà 142, 64; quando la scarpa è d'un sesto, la resistenza è

$$57,75 \times 3,125 = 180,46;$$

così le resistenze dei profili, figure 4, 5, 6, 7, 8, 9; saranno 101, 64; 106, 14; 112, 10; 142, 64; 176, 09 e 180, 46.

Si vede da questo confronto, che i muri meno propri a sostenere la spinta delle terre, sono quelli colle faceie a piombo, e il cui profilo è un parallelogrammo rettangolo e che i muri che hanno per profilo un trapezio, resistono con maggior forza, specialmente quelli la cui faccia esterna è in scarpa, e la faccia interna a piombo come nella figura 5.

Quelli il cui profilo è un parallelogrammo obliquo, figura 9, oppongono una resistenza ancor più grande; ma fa duopo che la verticale abbassata dal centro di gravità non esca dalla base, nè che passi i tre quarti. Allorchè se ne ha di mira la solidità, fa duopo preferire il profilo, figura 5, con un pendio all'esterno e appiombo dalla parte delle terre: in quanto all' apparecchio e alla maniera di costruire questi muri, ci riportiamo a ciò che è stato detto al Capo II del terzo libro, Tomo II.°

Dei contrafforti.

Io ho già parlato nello stesso Capo che abbiamo citato Tomo II.°, di queste specie di rinforzi, che si aggiungono ai muri di rivestimenti in ragione del loro spessore e della maniera con cui essi sono costrutti. Li considereremo qui sotto il rapporto della più grande resistenza ch' essi procurano ai muri ai quali si adattano.

Abbiamo di già osservato, parlando dei profili, figure 5, 6, 7 e 8, suscettibili di dividersi in molte parti, che la loro resistenza era più considerabile quando le più grandi masse corrispondevano ai più grandi bracci di leva; cioè quanto la verticale abbassata dal loro centro di gravità è più distante dal punto d' appoggio intorno al quale lo sforzo della spinta tende a farli girare: lo stesso dicasi dei muri con contrafforti; resistono meglio quando questi contrafforti sono applicati alla faccia esterna, che quando sono situati all' interno dal lato delle terre;

perchè, nel primo caso, è il muro che è sempre la più gran massa, quello che corrisponde al più grande braccio di leva: d'onde si può concludere che il grado di stabilità dei muri dipende sovente dalla loro forma e dalla disposizione delle parti che li compongono.

Sia B D E F, figura 10, il profilo d'un muro di rivestimento di 16 piedi 1/2 di altezza e 2 piedi 1/2 di spessore, al quale si vogliono aggiugnere contrafforti di 2 piedi 1/2 di larghezza della stessa altezza del muro; affine di supplire al suo spessore che dovrebbe essere di tre piedi $\frac{51}{100}$, secondo i calcoli precedenti, per poter resistere allo sforzo della spinta delle terre. Dapprima supporremo che i contrafforti debbano essere situati all'interno, come si pratica pei muri di rivestimento delle fortificazioni, e che l'intervallo tra i contrafforti sia eguale all'altezza del muro.

È evidente che per avere la resistenza d'un tal muro co' suoi contrafforti, fa d'uopo operare sopra una parte compresa dal mezzo d'un contrafforto all'altro, ovvero che è lo stesso, sopra una delle parti intermedie ed un contrafforte, comprendendovi la parte di muro alla quale corrisponde; come E S G H e A D B C E S, figura 11. Ciò posto, si indicherà l'altezza E F, figura 10, comune al muro ed al contrafforte, con d, la lunghezza della parte del muro fra i contrafforti, essendo eguale alla metà dell'altezza, sarà indicata da . . . . $\frac{d}{2}$

lo spessore del muro come pure la larghezza dei contrafforti, che supponiamo eguali, con . . . . e,

la lunghezza o sporto dei contrafforti che si tratta di trovare, con x,

il braccio di leva della parte di muro, rapporto al punto d'appoggio K, espresso nel profilo, da I K, sarà . . . . $\frac{e}{2}$

il braccio di leva K L, del contrafforto, congiunto alla parte del muro alla quale corrisponde, sarà . . . . $\frac{x+e}{2}$

Dietro questi dati, il cubo della parte di muro fra i contrafforti, sarà $d \times \frac{d}{2} \times e = \frac{d^2 e}{2}$; il suo braccio di leva essendo $\frac{e}{2}$, la sua resistenza sarà $\frac{d^2 e}{2} \times \frac{e}{2} = \frac{d^2 e^2}{4}$; il cubo del contrafforte, aggiunto alla parte cui è attaccato, sarà $(e + x) \times d \times e$, che dà $de^2 + dex$, il suo braccio di

leva essendo $\frac{e+x}{2}$, la sua resistenza sarà espressa da

$$(de^2+dex)\left\{\frac{e+x}{2}\right\}=\frac{de^3+2de^2x+dexx}{2},$$

e chiamando R lo sforzo che il muro e il contrafforte devono sostenere, si avrà l' equazione

$$\frac{d^2e2}{4}+\frac{de^3+2ed^2x+dexx}{2}=R,$$

che diviene, ordinandola rapporto alle quantità moltiplicate per x, e facendo passare le altre nel secondo membro;

$$\frac{dex^2+2de^2x}{2}=R-\frac{de^3}{2}-\frac{d^2e^2}{4}.$$

che si riduce a

$$x^2+2ex+ee=\frac{2R}{de}-\frac{d}{e}, \text{ da cui si ha}$$

$$x=\sqrt{\frac{2R}{de}-\frac{de}{2}}-e.$$

Poichè questo muro coi suoi contrafforti deve sostenere uno sforzo eguale a quello del muro a piombo, di cui abbiamo trovato lo spessore (pagina 176 4.ª *applicazione*) di 3 piedi $\frac{51}{100}$, la resistenza di questo muro deve essere il valore di R. Per trovarlo, fa d' uopo far il calcolo per una lunghezza eguale alla parte di muro compresa fra i contrafforti, cioè 8 piedi 1/4, più 2 piedi 1/2, che fanno 10 piedi 3/4, ovvero 10,75, il che dà per cubatura $10{,}75\times16{,}5\times3{,}51=622{,}59$, e per la sua resistenza $622{,}59\times1{,}755=1092{,}64=R$; sostituendo questo valore, e gli altri conosciuti nell' ultima equazione, si avrà

$$x=\sqrt{\frac{2185{,}28}{41{,}25}-\frac{41{,}25}{2}}-2{,}5,$$

che dà, eseguite le operazioni indicate, $x=3{,}188$.

Quindi la lunghezza dei contrafforti posti all' interno deve essere di 3 piedi $\frac{188}{1000}$, ovvero 3 piedi 2 pollici 3 linee, perchè questo muro con tali contrafforti sia in equilibrio colla spinta delle terre.

Applicazione per servire di prova.

La cubatura della parte di muro fra i contrafforti deve essere espressa da $16{,}5\times8{,}25\times2{,}5$, che dà 340,312; il braccio di leva rapporto al

punto d'appoggio K essendo 1,25, la sua resistenza sarà 340,312 × 1,25 che dà 425,390

La cubatura dei contrafforti, comprendendovi la parte di muro alla quale corrispondono sarà 3,188 + 2,5 × 2,5 × 16,5, che dà 234,63, e il braccio di leva essendo eguale a $\frac{3,188+2,5}{2}$ $=2,844$, l'espressione della sua resistenza sarà 234,65 × 2,844, che dà 667,287

in tutto . . . 1092,677

invece di 1092,64 che abbiamo poc' anzi trovato per il valore di R o resistenza d' un muro a piombo della stessa lunghezza. Questa leggiera differenza, $\frac{3}{100}$ di piede, viene da ciò che il valore di x dovrebbe essere un poco più piccolo di 3,188; ma siccome s'avvicina più a 3,188, che a 3,187, abbiamo adottato il primo, che non differisce d'un millesimo.

Se i contrafforti devono essere posti al di fuori come nelle figure 12 e 13, il braccio di leva della parte di muro fra i contrafforti, indicato da IK, figura 12, sarà eguale ad x, più la metà dello spessore del muro, cioè $x+\frac{e}{2}$; quindi la sua cubatura essendo, come nell'esempio precedente, espressa da $\frac{d^2e}{2}$, la sua resistenza sarà $\frac{d^2ex}{2}+\frac{d^2e^2}{4}$.

La cubatura del contrafforte congiunto colla parte del muro alla quale è attaccato, sarà come poc' anzi $=de^2+dex$, e la sua resistenza $\frac{de^3+2de^2x+dexx}{2}$. Queste due resistenze riunite daranno l'equazione

$$\frac{d^2ex}{2}+\frac{d^2e^2}{4}+\frac{de^3+2de^2x+dexx}{2}=R:$$

da cui

$$xx+(d+2e)x=\frac{2R}{de}-e^2-\frac{de}{2};$$

e facendo la quantità $d+2e$, che moltiplica $x=2n$, si avrà

$$xx+2nx=\frac{2R}{de}-\frac{de}{2}.$$

e finalmente

$$x=\sqrt{\frac{2R}{de}-e^2-\frac{de}{2}+nn}-n;$$

sostituendo i valori in quest' ultima equazione, essa dà

$$x = \sqrt{\frac{2185,28}{16,5 \times 2,5} - 2,5 \times 2,5 - \frac{16,5 \times 2,5}{2} + 10,75 \times 10,75} - 10,75,$$

che dà dopo aver fatte le operazioni indicate, $x = 1,53$, per la lunghezza dei contrafforti, ovvero 1 piede 1 pollice 10 linee, invece di 3 piedi 2 pollici 3 linee, che abbiamo trovato per i contrafforti situati di dentro, *il che prova come sia più vantaggioso porre i contrafforti all' esterno che all' interno, poichè questi ultimi esigono lunghezza tripla quasi dei primi.*

Applicazione per servire di prova.

La cubatura della parte di muro compresa fra i contrafforti, sarà come nell' esempio precedente, 340,312, ma il suo braccio di leva essendo di 2,403 .....la sua resistenza sarà 340,312 × 2,403 che dà 817,769
la cubatura del contrafforto sarà
$2,5 + 1,53 = 3,653 \times 2,5 \times 16,5$ che dà 150,686; il suo braccio di leva essendo $\frac{3,653}{2}$, la sua resistenza sarà $150,686 \times \frac{3,653}{2}$
che dà 275,152

in tutto 1092,921

che differisce dalla precedente a motivo dei residui trascurati che fanno quest' ultimo risultato maggiore di circa 4 pollici.

Per terminare il parallelo cercheremo quale dovrebbe essere la base del pendio che potrebbe supplire a questi contrafforti. I muri a scarpa avendo dappertutto uno stesso profilo come i muri a piombo, basta operare sulla superficie del loro profilo, il quale si suppone d'un piede di spessore. Così il muro a piombo, che serve di punto di comparazione, avendo 16,5 di altezza sopra 3,51 di larghezza, e un piede di spessore, produce una cubatura di 57,915, la quale moltiplicata pel suo braccio di leva $\frac{3,51}{2}$ darà 101,64 per l' espressione della sua resistenza, che indicheremo con R. Esprimendo come poc' anzi; l' altezza del muro con d, il suo spessore alla sommità, fissato a 2 piedi 1/2, con e, si avrà la superficie del rettangolo conosciuto F H D I, figura 14, $= de$; il suo braccio di leva essendo $x + \frac{e}{2}$, la sua resistenza sarà espressa da $de \left\{x + \frac{e}{2}\right\} = dex + \frac{de^2}{2}$.

La superficie del triangolo che deve formare il pendio sarà $\frac{dx}{2}$, e il suo braccio di leva $\frac{2x}{3}$, il che darà per la sua resistenza $\frac{2dxx}{6}$. Queste due espressioni riunite daranno l'equazione $\frac{2dxx}{6} + dex + \frac{de^2x}{2} = R$, che si riduce facendo $de = 2n$, e operando come per gli esempi precedenti ad $x = \sqrt{\frac{3R}{d} + nn} - n$; in quest' ultima equazione

$$n = \frac{6e + 3e^2}{4} = \frac{6 \times 2,5 + 3 \times 2,5}{4} = 8,44,$$

$$\text{ed } nn = 71,23; \frac{3R}{d} = \frac{3 \times 101,64}{16,5} = 18,48.$$

Sostituendo questi valori nell'ultima equazione si ha $x \sqrt{89,71} - 8,44$ e $x = 9,48 - 8,44$, e finalmente $x = 1,04$; cioè un piede 5 linee 3/4 circa, per la base del pendio, il che dà poco più del sesto dell' altezza del muro.

CAPO SECONDO

DEI PROFILI DEI MURI DI RIVESTIMENTO

Parallelo delle quattro maniere di formare un muro di rivestimento della stessa altezza e della stessa resistenza.

Nei calcoli relativi alle figure 10 e 11, pagine 181 e 182, abbiamo preso per lunghezza comune 10 piedi 3/4, che è quella data per un contrafforte d' una parte di muro intermedio. Supponendo questa stessa lunghezza pei muri a piombo ed in pendio, ne risulta:

Per il muro a piombo.

Nel primo esempio dettagliato, alla pagina 176, 4.ª *applicazione*, abbiamo trovato che per sostenere 16 piedi 1/2 di altezza di terra, un muro a piombo dovrebbe avere 3 piedi $\frac{51}{100}$ di spessore, il che dà per 10 piedi 3/4 di lunghezza un cubo di 622,58.

Abbiamo trovato, pagina 182, che per un muro di 2 piedi 1/2 di spessore, bisognerebbe aggiugnere all' interno dei contrafforti della stessa larghezza sopra 3 piedi $\frac{188}{1000}$ di lunghezza per avere una resistenza eguale al muro precedente. Abbiamo trovato di più che la parte di muro compresa tra i contrafforti produceva un cubo di 340 piedi $\frac{312}{1000}$, e ciascun contrafforto, uno di 234 piedi $\frac{63}{100}$, d' onde risulta per 10 piedi 1/2 di lunghezza un cubo totale di 574,942

Alla pagina 182 abbiamo trovato che ponendo i contrafforti al di fuori, bastava dare ad essi 1 piede $\frac{52}{100}$ di lunghezza, per procurare al muro di 2 piedi 1/2 di spessore una resistenza eguale a quella del muro a piombo, e che dà pel cubo di ciascun contrafforte 150 piedi $\frac{686}{1000}$; le parti del muro fra i contrafforti avendo sempre le stesse dimensioni producono lo stesso cubo di 340 piedi $\frac{188}{1000}$, il che dà per ciascuna campata di 10 piedi 1/2 di lunghezza un cubo di 490,998

Il muro con una semplice scarpa produce per la superficie della parte rettangolare del profilo di 16,5 sopra 2,5 = 41,25
per quella del triangolo formante il pendio 8,58

in tutto . . 49,83

Questa superficie del profilo moltiplicata per 10 3/4, da una cubatura di 535,672

Risulta da questi calcoli che i cubi di queste tre specie di muri a lunghezza ed altezza eguali, stanno fra loro come 622 1/2, 575, 491 e 535 2/3; in guisa che se le spese fossero nella stessa ragione dei cubi, *sarebbe il muro a piombo quello che costerebbe più, e quello con contrafforti in fuori costerebbe meno;* ma siccome nelle opere di questo genere non è sempre la maggior quantità di materia che produce la spesa più forte, ne risulta che la maggior superficie delle pareti e gli angoli rientranti e saglienti formati dai contrafforti aumentano molto il loro valore. *Quindi, si può dire, che, a volume eguale, i muri a contrafforti sono i più dispendiosi, ed esigono maggior attenzione per ben collegare i contrafforti coi muri ai quali sono attaccati.*

Di più, fa d' uopo osservare che per istabilire i contrafforti solidamente bisogna che sieno posti sopra un massiccio di fondamento che abbia una larghezza continua capace di riceverli affine d'evitare l'abbassamento ineguale tanto del suolo che delle costruzioni; sono questi, come abbiamo già detto, gli effetti più pericolosi che sia mestieri prevedere. Alla poca attenzione che si usa nella costruzione di questi muri e dei loro fondamenti, fa d'uopo attribuire quasi sempre la cagione della ruina della maggior parte dei muri di rivestimento, piuttosto che al difetto di spessore; se il punto d' appoggio che riceve il più grande sforzo soffre appena un abbassamento più considerabile, trascina il muro e lo fa pendere all' esterno, malgrado i contrafforti. Nei muri costrutti verticali, questo effetto è tanto più sensibile quanto la loro altezza è più grande rapporto alla base, in guisa che un pollice di abbassamento ineguale può qualche volta produrre uno strappiombo di più d' un piede.

I muri a scarpa hanno il doppio vantaggio d' essere meno dispendiosi e d' ovviare all' effetto dell' abbassamento, allontanando il centro di gravità dal punto d' appoggio, in modo che la più grande ineguaglianza d' abbassamento non può che diminuire il pendio senza cagionare strappiombo. Questa considerazione deve far preferire i muri a scarpa ai muri verticali con contrafforti tanto per la solidità quanto per l' economia e per la facilità dell' esecuzione.

Della forma dei contrafforti.

Si danno ai contrafforti diverse forme che li rendono più o meno propri a sostenere i muri ai quali sono applicati. Quelli a base rettangolare, rappresentati dalle figure 11 e 13 sono i più usitati, e quasi sempre i più convenienti.

I contrafforti che hanno la base in forma di trapezio, fig. 17 e 19, più larga alla radice che alla coda, alla maniera di Vauban, essendo applicati all' interno, formano una costruzione più solida, ma si trova, dietro i principj di meccanica ed il calcolo, che devono opporre minor resistenza di quelli a base rettangolare, perchè in questa situazione il loro centro di gravità è più vicino al punto d' appoggio; ma ciò nella supposizione che questi contrafforti col loro rivestimento non sieno che posati sopra il fondamento senza esservi aderenti, mentre nelle costruzioni ben fatte, essi devono fare insieme un corpo solo, e non possono disunirsi che per una rottura, acciocchè succeda il rovesciamento.

Belidor propone di disporre la base dei contrafforti in senso contrario, come sono indicati dalla figura 16, in guisa che il loro spessore alla radice sia minore che alla coda. Ma questa disposizione che allontana il centro di gravità dal ponto d' appoggio, rende i contrafforti più suscettibili di distaccarsi dal muro pel menomo abbassamento o movimento irregolare, a motivo delle loro parti a coda di rondine impegnate nelle terre, che impedisce ad esse di seguire l'effetto del muro quando si assetta.

La figura 20 indica un mezzo impiegato dagli antichi Romani per fortificare i muri di rivestimento all' esterno, e praticare incavature all' interno, come si vede in molti muri di sostruzioni antiche, ed al muro del Pecile della villa Adriana, di cui si è altrove parlato, e nel Panteon di Roma. Questo mezzo ha il vantaggio di riunire la più grande solidità e la più forte resistenza, a volume eguale, e di presentare all' esterno una forma più piacevole che i contrafforti comuni. Tale disposizione è preferibile agli archi proposti da alcuni ingegneri per legare i contrafforti, perchè tutte le parti sono egualmente forti nella pianta e nell' elevazione, e non trovansi angoli rientranti. Del resto, questi mezzi di contrafforti, d' archi, di volte o di nicchie essendo sempre più dispendiosi di un muro semplice, non si deve farne uso che quando vi si è obbligati da qualche circostanza o motivo particolare.

Quanto al mezzo proposto da Vitruvio, da noi rappresentato colla figura 3 della Tavola CLXVI, non vi ha bisogno di calcolo per provare che è molto al di sopra dei più grandi sforzi che possano produrre le terre nei casi più svantaggiosi. Gli aumenti di peso e di volume che possono provare le terre quando sono penetrate d'acqua, non sono giammai abbastanza considerabili per esigere questi mezzi straordinarj. Risulta ancora dalle osservazioni e dalle sperienze fatte a questo oggetto, che le terre umettate o penetrate d'acqua scorrono meno di quelle che sono secche, in guisa che la parte spingente diminuisce in maggior ragione dell'aumento del peso.

Quanto al gonfiamento che l'umidità o l'acqua possono produrre, siccome si effettua in tutti i sensi, ed il suo effetto è limitato, non è giammai abbastanza considerabile per cagionare uno strappiombo pericoloso.

Non avviene già di questo effetto, come di quelli che si citano d'una fune o d'un cuneo di legno inumiditi, il primo de' quali è capace di far risalire un grandissimo peso attaccato ad essa, e l'altro di spaccare un pezzo di marmo o di granito.

Le terre essendo compressibili, il gonfiamento si porta piuttosto nel di sopra, ove non trova verun ostacolo, che lateralmente.

D'altronde la sua azione non essendo continua come quella della spinta, quando essa ha acquistato il grado di cui è suscettibile, questo gonfiamento non agisce più, e il suo maggior effetto non è giammai capace, come abbiamo già detto, di produrre uno strappiombo sensibile.

L'effetto più pericoloso è quello che risulta dalle acque che penetrano i muri e guastano le loro commessure, quando non si ha la precauzione di praticare un'uscita a queste acque. Tali sottrazioni, distruggendo la malta che unisce le pietre e fa che i muri non formino che un corpo solido, possono diminuire la resistenza di essi al punto di cagionarne la ruina, indipendentemente dalla spinta delle terre, la cui azione continua non trova più una forza sufficiente per sostenerla.

L'umidità e le acque, che non hanno uscita, sono anche in caso di decomporre col tempo certe specie di pietre che possono essere state impiegate nella costruzione di questi muri.

Il mezzo d'evitare tali inconvenienti, è di praticare a giuste distanze delle aperture ristrette chiamate scolatoj, sfiatatoj o sfogatoj per dare esito alle acque che penetrano le terre, oppure condurle all'esterno con qualche altro mezzo.

Quando si fa uso de' scolatoj, fa d' uopo ch' essi discendano fino al basso del rivestimento, e che il riempimento di dietro sia piuttosto di ghiaja o pietruzze, che di terre.

Io ho avuto occasione di far ristabilire in questa maniera il muro di un terrazzo che era caduto molte volte per l' effetto delle acque che danneggiavano lo spessore di questo muro, che sostiene 22 piedi di altezza di terra: esso è di 4 piedi al basso con un pendio d' un dodicesimo, che riduce il suo spessore superiormente a 26 pollici. Questo muro, costrutto già da trent' anni, è nel migliore stato possibile.

Ci resta d' esaminare l' effetto che può produrre sui muri di rivestimento la scossa cagionata dalle scariche dei pezzi d' artiglieria postivi sopra o dietro, oppure qualunque altra commozione violenta. Certamente questo effetto, capace di crollare le masse considerabili, sarebbe molto al di sopra di quello che occorrerebbe per rovesciare i baloardi più solidi, se non si facesse sentire nello stesso tempo alle parti che spingono ed a quelle che resistono, in guisa da produrre una reazione che modifica questo effetto; ma fa d' uopo che il rivestimento sia abbastanza solido per conservare durante il movimento una certa superiorità sullo sforzo della spinta, tanto più che quest' ultimo aumenta con questo effetto, ed anche in maggior ragione della resistenza.

Il maresciallo di Vauban, che aveva fatto lavorare a trecento piazze fortificate, e che ne ha fatto costruire trentatrè di nuove, avendo trovato (1) « che gli antichi ingegneri non erano d' accordo sulle dimen-
» sioni che bisognava dare ai rivestimenti di murazione, gli uni facen-
» doli d' uno spessore straordinario, e gli altri dando loro appena quello
» che farebbe d' uopo per sostenere il peso delle terre, ha stabilito un
» profilo generale adattato a tutte le altezze di baloardo con parapetti,
» dai 10 fino ad 80 piedi. »

In questo profilo rappresentato, dalla figura 18, che sembra essere il risultato dell'esperienza e delle osservazioni, che avea avuto occasione di fare nelle immense opere di questo genere che fece riparare o eseguire, si vede che lo spessore del rivestimento alla sommità è lo stesso qualunque sia la sua altezza. Sembra che Vauban pensasse che questi muri dovessero avere una certa solidità, indipendentemente da quella che fa d' uopo per resistere alla spinta delle terre; e perciò fissa tale

(1) Belidor, Scienza degl' Ingegneri, Libro I.°

spessore a 6 piedi, qualunque sia l' altezza del rivestimento con 1/5 di pendio: vi aggiugne contrafforti distanti 18 piedi da un mezzo all' altro, più grossi alla radice che alla coda, figura 19. Le dimensioni di questi contrafforti sono proporzionate all' altezza del rivestimento; così per 10 piedi, dà ad essi 4 piedi di lunghezza, e 18 piedi per 80 piedi, in guisa che questa lunghezza aumenta di 2 piedi per ciascuna decina di piedi di altezza. Quanto allo spessore dà ad essi un terzo di più alla radice che alla coda. Così per 10 piedi, dà ai contrafforti 3 piedi di spessore alla radice, e 2 piedi alla coda. Lo spessore alla radice aumenta d'un piede per ciascuna decina di piedi di altezza, in guisa che per 80 piedi di altezza questo spessore è 10 piedi alla radice e 6 piedi, 8 pollici alla coda.

Belidor, che dà una spiegazione di questo profilo, ha trovato applicandovi il suo metodo, che la sua resistenza era tanto minore quanto l'altezza di esso era più grande; così, secondo esso, l'altezza dei profili essendo

	10,	20,	30,	40,	50,	60,
gli sforzi della spinta sono	15,	41,	75,	117,	170,	233,
e le resistenze del profilo .	28,	51,	82,	124,	176,	237;

d' onde risulterebbe che per 10 piedi di altezza la resistenza del profilo sarebbe quasi doppia della spinta, mentre per 60 piedi sarebbe quasi in equilibrio con essa, il che sarebbe insufficiente.

Non ho osato però di riguardare questo profilo siccome tanto difettoso da non potersene servire, perchè l'esperienza prova il contrario; vorrebbe solamente che si desse meno di 5 piedi di spessore alla sommità dei piccioli rivestimenti, e più a quelli di maggiore altezza, cioè per quelli al di sopra di 25 piedi.

La Tavola seguente offre un parallelo di profilo di Vauban col metodo di Belidor, tratto da una tavola che trovasi nel 3.° Libro della *Scienza degl' Ingegneri.*

Questa Tavola è divisa in undici colonne; la prima comprende le altezze dei rivestimenti, o delle terre da sostenere. La seconda e la terza comprendono gli spessori alla sommità e alla base dei rivestimenti, secondo Vauban.

La quarta e la quinta contengono gli stessi spessori secondo il metodo di Belidor.

Le tre colonne seguenti indicano le dimensioni dei contrafforti, che sono le stesse pel profilo di Vauban e pel metodo di Belidor.

La nona colonna contiene gli sforzi della spinta espressi in piedi e centesimi di piede, calcolati secondo il nostro metodo.

Nella decima colonna si trova la resistenza dei profili di Vauban e nell' undecima quella dei profili di Belidor.

I.

Tavola delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rivestimento ed ai loro contrafforti, supponendoli distanti fra loro 18 piedi da un mezz. all' altro, colla loro resistenza paragonata allo sforzo della spinta che debbono sostenere.

Altezza dei muri	Per 1/5 di pendio, grossezza dei muri secondo Vauban		Per 1/5 di pendio, grossezza dei muri secondo Belidor		Dimensioni dei contrafforti per le due maniere			Sforzi della spinta delle terre in piedi e $\frac{1}{100}$ di piede	Resistenza del profilo di Vauban in piedi e $\frac{1}{100}$ di piede	Resistenza del profilo di Belidor in piedi e $\frac{1}{100}$ di piede
	alla sommità	alla base	alla sommità	alla base	lunghezza	spessore alla radice	spessore alla coda			
	piedi	p. pol.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol.	p. pol.	p. pol.			
10	5	7. 0	3. 5. 4	5. 5. 4	4. 0	3. 0	2. 0	76.15	287.59	182.19
15	5	8. 0	4. 1. 4	7. 1. 4	5. 0	3. 6	2. 4	180.62	582.01	472.95
20	5	9. 0	4. 8. 8	8. 8. 8	6. 0	4. 0	2. 8	352.72	1018.88	953.20
25	5	10. 0	5. 2. 0	10. 2. 0	7. 0	4. 6	3. 0	618.85	1629.50	1677.55
30	5	11. 0	5. 5. 9	11. 5. 9	8. 0	5. 0	3. 4	969.47	2453.55	2632.16
35	5	12. 0	5. 8. 3	12. 8. 3	9. 0	5. 6	3. 8	1445.00	3543.42	3893.10
40	5	13. 0	5. 10. 7	13. 10. 7	10. 0	6. 0	4. 0	2054.10	4916.33	5488.45
45	5	14. 0	6. 0. 6	15. 0. 6	11. 0	6. 6	4. 4	2819.61	6593.00	7489.00
50	5	15. 0	6. 1. 8	16. 1. 8	12. 0	7. 0	4. 8	3751.62	8797.21	9905.29
55	5	16. 0	6. 2. 9	17. 2. 9	13. 0	7. 6	5. 0	4876.37	11061.60	12489.30
60	5	17. 0	6. 3. 4	18. 3. 4	14. 0	8. 0	5. 4	6193.78	14551.48	16301.30
65	5	18. 0	6. 4. 6	19. 4. 6	15. 0	8. 6	5. 8	7739.09	18446.72	20550.00
70	5	19. 0	6. 5. 7	20. 5. 7	16. 0	9. 0	6. 0	9576.01	22699.51	25404.40
75	5	20. 0	6. 6. 6	21. 6. 6	17. 0	9. 6	6. 4	11560.00	27851.50	31116.57
80	5	21. 0	6. 7. 4	22. 7. 4	18. 0	10. 0	6. 8	13862.00	33826.60	37711.25

Siccome la lunghezza del braccio di leva della spinta dipende dallo spessore del muro al basso, che la sostiene, per trovare il valore di questo sforzo indicato nella nona colonna di questa tavola, abbiamo fatto uso della formola $x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16}$, la cui formazione è spiegata pagina 176 4.ª *applicazione*, che serve a trovare lo spessore d' un muro a piombo, tale che la sua resistenza sia eguale alla spinta, perchè questo mezzo ci è sembrato il meno complicato e il più facile. Questi due sforzi eguali sono espressi nell' equazione

$$\frac{pbf - pbc - pcx}{a} = \frac{dxx}{2},$$

pagine 172, 1.ª *applicazione*, il cui primo membro indica l' espressione della spinta moltiplicata pel suo braccio, di leva, e il secondo $\frac{dxx}{2}$, la resistenza che fa con essa equilibrio: in quest'ultima espressione d indica l' altezza del muro, o piuttosto quella delle terre da sostenere.

Quindi conoscendo il valore di x, col mezzo della formola

$$x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16},$$

si avrà il valore della spinta, che è eguale a $\frac{dxx}{2}$, moltiplicando il quadrato di questo valore per la metà dell'altezza delle terre da sostenere, cioè per $\frac{d}{2}$.

Allorchè si tratta d' un muro di rivestimento, come quello indicato dalle lettere a, b, c, d, e, B, figura 18, si trova che lo sforzo della spinta è, presso a poco, eguale alla resistenza di un muro a piombo, la cui altezza fosse 5 piedi più di quella compresa fra il di sopra del cordone B, e il di sotto del rivestimento marcato k. Così per avere la spinta delle terre contro un rivestimento di 35 piedi di altezza, fa d'uopo cercare la resistenza del muro a piombo di 40 piedi di altezza; sostituendo questa altezza al posto di d, si avrà

$$x = \sqrt{\frac{40 \times 40}{8} + \frac{40 \times 3}{16} \times \frac{40 \times 3}{16}} - \frac{40 \times 3}{16},$$

che dà, fatti i calcoli indicati, $x = 8\ 1/2$, e per $\frac{dxx}{2}$ che esprime uno sforzo eguale alla spinta $\frac{40 \times 8\ 1/2 \times 8\ 1/2}{2} = 1445$, e così degli altri.

Per trovare le resistenze dei profili, indicate nelle due ultime colonne, si è considerato ciascun profilo come un pezzo d' un piede di spessore, composto di due parti, l'una triangolare formante il pendio, e l'altra rettangolare, avente per larghezza lo spessore del muro alla sommità; si è moltiplicato il cubo di ciascuna pel loro braccio di leva o distanza dalla direzione del loro centro di gravità al punto d'appoggio. Per i contrafforti, siccome essi sono distanti 18 piedi da mezzo a mezzo, dopo aver moltiplicato il cubo d'un contrafforte pel suo braccio di leva, si è presa la diciottesima parte di questo prodotto, che si è aggiunto i due altri.

Così per un rivestimento di 40 piedi di altezza, secondo il profilo di Vauban, il pendio essendo di 1/5, il cubo del triangolo che lo forma sarà $\frac{40 \times 8 \times 1}{2} = 160$; il suo braccio di leva essendo eguale ai 2/3 della base, la sua resistenza sarà 160×5 piedi 1/3, che dà 853 1/3.

Il cubo del rettangolo formante il corpo del muro, sarà espresso da $40 \times 5 = 200$; il suo braccio di leva essendo eguale alla base del pendio, più la metà della larghezza del rettangolo, sarà 10 piedi 1/2, e la sua resistenza 160×10 1/2, che dà 2100.

I contrafforti avendo 10 piedi di lunghezza, sopra 6 piedi di spessore alla radice, e 4 piedi alla coda, la superficie della loro base sarà di 50 piedi, la quale essendo moltiplicata per 40 di altezza, dà un cubo di 2000. I loro bracci di leva essendo di 17 piedi 1/2, la sua resistenza sarà 35333 1/3, la quale divisa per 18, dà per quella corrispondente ad un piede, 1963; queste tre resistenze riunite daranno una resistenza totale di 4916 1/3 ovvero $\frac{33}{100}$, come quella indicata nella Tavola. Le altre sono state trovate con una operazione simile.

Fa d'uopo rimarcare che il profilo di Vauban dà per una altezza di 10 piedi una resistenza quasi quadrupla della spinta, mentre per 80 piedi, essa è meno di 2 volte 1/2.

Il profilo di Belidor dà per 10 piedi di altezza una resistenza che non giugne a due volte e mezza, mentre essa è quasi due volte e tre quarti per 80 piedi.

Quindi non bisogna essere sorpresi dell'esistenza di rivestimenti le cui dimensioni sono molto al di sotto del profilo di M. di Vauban, che Belidor trova troppo deboli pei rivestimenti al di sopra di 30 piedi. Questo avviene perchè il modo con cui è valutata la spinta delle terre,

dà riaultati molto più forti che non dà l'esperienza e la giusta applicazione dei principj di meccanica.

Fa d'uopo osservare che se le ipotesi sulle quali Belidor fonda le sne operazioni fossero giuste, una resistenza d'un quarto al di sopra della spinta non sarebbe sufficiente per dare ai rivestimenti il grado di solidità che ad essi conviene. Dopo tntte le ricerche e le osservazioni che si sono fatte a questo oggetto, io penso che, per porre i rivestimenti al di sopra di tutti gli sforzi ch'essi possano avere a sostenere, fa d'uopo che la loro resistenza sia il doppio della spinta.

La convinzione, che io ho della necessità di questa proporzione, mi ha determinato a calcolare le tre Tavole seguenti per 1/5, 1/6, e 1/8 di pendio. Ciascuna di queste Tavole è divisa in otto colonne.

La prima indica l'altezza delle terre da sostenere.

La seconda lo sforzo della spinta che risnlta da queste altezze.

La terza e quarta, lo spessore da dare alla sommità e alla base del mnro, in ragione del sno pendio.

La quinta e sesta comprendono le dimensioni da dare ai contrafforti, che suppongo a base rettangolare.

Nella settima, ho dato per ciascuna altezza il cubo della murazione, distinguendo le parti di muro, di pendio e del contrafforte.

Infine l'ottava colonna presenta la resistenza di ciascuna di queste parti e la resistenza totale.

Per formare queste Tavole, ho cercato dapprima di stabilire lo spessore necessario per dare ai muri uua solidità sufficiente, indipendentemente dalla resistenza che esige la spinta. Dietro i dati che mi sono procurato a questo oggetto, ho creduto poter fissarla, per 10 piedi di altezza, a 3 piedi per i muri il cui pendio è il quinto dell'altezza; a 3 piedi 6 pollici per quelli il cui pendio è un sesto, e a 4 piedi per quelli il cni pendio è nn ottavo; aumento questo spessore di 3 pollici per ciascun termine della progressione aritmetica, indicando le altezze, che aumentano di 5 piedi ciascuna.

Lo spessore della base del muro si deduce da quello alla sommità, aggiugnendovi il quinto, il sesto o l'ottavo dell'altezza per il pendio.

II.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rinforzo in pendio*, *con parapetti ed ai loro contrafforti distanti gli uni dagli altri* 18 *piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Per un quinto di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAFFORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	76. 1. 9	3.0	5.0	3.8	2. 6. 1	Muro .... 30. 0. 0 Pendio ... 10. 0. 0 Contrafforte. 3. 0. 0	45. 0. 0	Moro .... 105. 0. 0 Pendio ... 13. 4. 0 Contrafforte. 34. 0. 0	152. 4. 0
15	180. 7. 5	3.3	8.3	4.4	3. 0. 0	Muro .... 48. 9. 0 Pendio ... 22. 6. 0 Contrafforte. 14. 0. 0	85. 3. 0	Muro .... 223. 3. 7 Pendio ... 45. 6. 0 Contrafforte. 90. 9. 4	361. 2.11
20	352. 8. 7	3.6	7.8	5.0	3. 6. 4	Muro .... 70. 0. 0 Pendio ... 40. 0. 0 Contrafforte. 19. 7. 2	129. 7. 3	Moro .... 402. 8. 0 Pendio ... 106. 8. 0 Contrafforte. 196. 3. 4	705. 5. 4
25	608.10. 2	3.9	8.9	5.8	4. 0. 0	Muro .... 93. 9. 0 Pendio ... 62. 6. 0 Contrafforte. 31. 6. 0	187. 9. 0	Moro .... 644. 6. 4 Pendio ... 208. 4. 0 Contrafforte. 364.10. 0	1217. 8. 4
30	969. 5. 7	4.0	10.0	6.4	4. 5. 6	Mero .... 120. 0. 0 Pendio ... 90. 0. 0 Contrafforte. 47. 0. 8	257. 0. 8	Muro .... 960. 0. 0 Pendio ... 360. 0. 0 Contrafforte. 618.11. 3	1938.11. 3
35	1415. 0. 0	4.3	11.3	7.0	4. 9. 6	Muro .... 148. 9. 0 Pendio ... 122. 6. 0 Contrafforte. 65. 2. 8	336. 5. 8	Muro .... 1337. 4. 1 Pendio ... 371. 8. 0 Contrafforte. 961. 2. 5	2890. 2. 6
40	2054. 5. 4	4.6	12.6	7.3	5. 0. 9	Muro .... 180. 0. 0 Pendio ... 160. 0. 0 Contrafforte. 86. 3. 8	426. 3. 8	Muro .... 1843. 0. 0 Pendio ... 833. 4. 0 Cootrafforte. 1410. 6. 9	4108.10. 9
45	2819. 7. 3	4.9	13.9	8.4	3. 4. 0	Muro .... 213. 0. 0 Pendio ... 202. 6. 0 Contrafforte. 106. 8. 0	522. 2. 0	Muro .... 2431. 4. 8 Pendio ... 1213. 0. 0 Cootrafforte. 1992.10. 0	5639. 2. 8
50	3751. 7. 5	3.0	15.0	9.0	3. 6. 9	Muro .... 250. 0. 0 Pendio ... 250. 0. 0 Contrafforte. 139. 0. 8	639. 0. 8	Muro .... 3123. 0. 0 Pendio ... 1666. 8. 0 Contrafforte. 0711. 7. 0	7503. 3. 0
55	4876. 4. 5	5.3	16.3	9.8	3. 9. 4	Muro .... 288. 9. 0 Pendio ... 302. 6. 0 Contrafforte. 169.10. 0	761. 1. 0	Muro .... 3933. 2. 9 Pendio ... 2218. 4. 0 Contrafforte. 3601. 2. 3	9752. 9. 0
60	6193. 9. 4	5.6	17.6	10.4	5.11. 4	Mero .... 330. 0. 0 Pendio ... 360. 0. 0 Contrafforte. 204. 9. 0	894. 9. 0	Muro .... 4867. 6. 0 Pendio ... 2880. 0. 0 Contrafforte. 4640. 0. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	5.9	18.9	11.0	6. 1. 3	Muro .... 373. 9. 0 Pendio ... 422. 6. 0 Contrafforte. 242. 5. 7	1038. 8. 7	Muro .... 5933. 3. 0 Pendio ... 3661. 8. 0 Cootrafforte. 5883. 3. 2	15478. 2. 2
70	9576. 0. 1	6.0	20.0	11.8	6. 3. 3	Muro .... 420. 6. 0 Pendio ... 490. 0. 0 Contrafforte. 288. 3. 8	1198. 3. 6	Muro .... 7140. 0. 0 Pendio ... 4573. 4. 0 Contrafforte. 7438. 8. 4	19152. 0. 4
75	11560. 0. 0	6.3	21.3	12.4	6. 4. 7	Muro .... 468. 9. 0 Pendio ... 566. 6. 0 Contrafforte. 327.11. 8	1359. 2. 6	Muro .... 8496. 0. 0 Pendio... 5625. 0. 0 Contrafforte. 8999. 0. 0	23120. 0. 0
80	13862. 0. 0	6.6	22.6	13.0	6. 5.11	Muro .... 520. 0. 0 Pendio ... 640. 0. 0 Contrafforte. 375. 1.10	1535. 1.10	Muro .... 10010. 0. 0 Pendio ... 6826. 8. 0 Contrafforte. 10887. 4. 0	27724. 0. 0

III.

Tavola delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rinforso in pendio, con parapetti ed ai loro contrafforti distanti gli uni dagli altri 18 piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.

Per un sesto di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAF-FORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	76. 1. 9	5.6	5.2	4.0	1. 5. 8	Muro .... 35. 0. 0 Pendio ... 8. 4. 0 Contrafforte. 3. 3. 0	46. 7. 0	Moro .... 119. 7. 0 Pendio ... 9. 3. 1 Contrafforte. 23. 5. 6	152. 5. 7
15	180. 7. 5	5.9	6.3	4.9	2. 9. 2	Muro .... 48. 9. 0 Peodio ... 18. 9. 0 Contrafforte. 14.10. 9	82. 4. 9	Muro .... 202. 1. 1 Pendio ... 30. 5. 0 Contrafforte. 128. 9. 0	361. 5. 1
20	352. 8. 7	4.0	7.4	5.6	3. 4. 0	Muro .... 80. 0. 0 Pendio ... 33. 4. 8 Cootrafforte. 20. 4. 0	155. 8. 0	Muro .... 426. 8. 0 Peodio ... 74. 0.10 Contrafforte. 204. 8. 8	705. 5. 6
25	608.10. 2	4.3	8.5	6.3	4. 0. 5	Muro .... 106. 3. 0 Pendio ... 52. 1. 0 Contrafforte. 35. 5. 4	193. 7. 4	Muro .... 668. 5.10 Pendio ... 144. 7. 5 Contrafforte. 404. 7. 1	1217. 8. 4
30	969. 5. 7	4.6	9.6	7.0	4. 8. 2	Muro .... 135. 0. 0 Pendio ... 75. 0. 0 Contrafforte. 54. 7. 4	264. 7. 4	Muro .... 978. 9. 0 Pendio ... 250. 0. 0 Contrafforte. 710. 2. 5	1938.11. 5
35	1445. 0. 0	4.9	10.7	7.9	5. 2. 2	Muro .... 166. 3. 0 Pendio ... 102. 1. 0 Contrafforte. 78. 0. 9	346. 4. 9	Muro .... 1364. 7. 7 Pendio ... 396.11.10 Contrafforte. 1128. 6.11	2890. 2. 4
40	2054. 5. 4	5.0	11.8	8.6	5. 7. 2	Muro .... 200. 0. 0 Pendio ... 135. 4. 0 Contrafforte. 105. 9. 3	439. 1. 3	Muro .... 1833. 4. 0 Pendio ... 592. 7. 1 Contrafforte. 1682.11. 9	4108.10.10
45	2819. 7. 3	5.5	12.9	9.5	5.11. 9	Muro .... 236. 5. 0 Peodio ... 168. 9. 0 Contrafforte. 188. 3. 2	543. 3. 2	Muro .... 2392. 0. 4 Pendio ... 843. 9. 0 Contrafforte. 2405. 5. 4	5639. 2. 8
50	5751. 7. 5	5.6	13.10	10.0	6. 5. 7	Muro .... 275. 0. 0 Pendio ... 208. 4. 0 Contrafforte. 176. 8. 4	660. 0. 4	Muro .... 3047.11. 0 Pendio ... 1157. 4.10 Contrafforte. 5327.10.11	7553. 2. 9
55	4876. 4. 5	5.9	14.11	10.9	6. 7. 0	Muro .... 316. 5. 0 Pendio ... 252. 1. 0 Contrafforte. 232. 8. 0	801. 0. 0	Muro .... 3491.11. 1 Pendio ... 1540. 6. 1 Contrafforte. 4720. 4. 0	9752. 9. 2
60	6193. 9. 4	6.0	16.0	11.6	6.10. 2	Muro .... 360. 0. 0 Pendio ... 300. 0. 0 Contrafforte. 262. 5. 8	922. 5. 8	Muro .... 4680. 0. 0 Pendio ... 2000. 0. 0 Contrafforte. 5707. 6. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	6.5	17.1	12.3	7. 0.11	Muro .... 406. 5. 0 Pendio ... 352. 1. 0 Contrafforte. 312. 8. 8	1071. 0. 8	Moro .... 5670. 6.10 Peodio ... 2542. 9.10 Contrafforte. 7264. 9. 6	15478. 2. 0
70	9576. 0. 1	6.6	18.2	13.0	7. 4. 6	Moro .... 455. 0. 0 Pendio ... 408. 4. 0 Contrafforte. 372.10. 0	1236. 2. 7	Muro .... 6778. 9. 0 Pendio ... 3175.11. 1 Cootrafforte. 9197. 4. 3	19152. 0. 4
75	11560. 0. 0	6.9	19.3	13.9	7. 5. 7	Muro .... 506. 3. 0 Pendio ... 468. 9. 0 Contrafforte. 427. 8. 4	1402. 8. 4	Muro .... 8036. 9. 0 Peodio ... 3906. 3. 0 Contrafforte. 11177. 0. 0	23120. 0. 0
80	15862. 0. 0	7.0	20.4	14.6	7. 7. 6	Muro .... 560. 0. 0 Pendio ... 533. 4. 0 Contrafforte. 491. 3. 2	1584. 7. 2	Moro .... 9426. 8. 0 Peodio ... 4739.10.10 Cootrafforte. 13557. 5. 3	27724. 0. 1

IV.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rinforzo in pendio, con parapetti ed ai loro contrafforti distanti gli uni dagli altri* 18 *piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Per un ottavo di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAFFORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	76. 1. 9	4.0	5.3.0	4.0	0. 8.11	Muro . . . . 40. 0. 0 Pendio . . . 6. 3. 0 Contrafforte. 1. 7. 7	47.10. 7	Muro . . . . 130. 0. 0 Pendio . . . 10. 5. 0 Contrafforte. 11.10. 8	152. 3. 8
15	180. 7. 5	4.3	6.1.6	5.0	2. 5. 7	Muro . . . . 63. 9. 0 Pendio . . . 14. 0. 9 Contrafforte. 10. 3. 3	88. 1. 0	Muro . . . . 255. 0. 0 Pendio . . . 17. 6.11 Contrafforte. 88. 8. 0	361. 2.11
20	352. 8. 7	4.6	7.0.0	6.0	3. 6. 6	Muro . . . . 90. 0. 0 Pendio . . . 25. 0. 0 Contrafforte. 23. 7. 4	138. 7. 4	Muro . . . . 427. 6. 0 Pendio . . . 41. 8. 0 Contrafforte. 236. 3. 4	705. 5. 4
25	608.10. 2	4.9	7.10.6	7.0	4. 4. 5	Muro . . . . 118. 9. 0 Pendio . . . 39. 0. 9 Contrafforte. 39. 1. 7	196.11. 4	Muro . . . . 653. 1. 6 Pendio . . . 81. 4. 6 Contrafforte. 483. 2. 4	1217. 8. 4
30	969. 3. 7	5.0	8.9.0	8.0	5. 0. 9	Muro . . . . 150. 0. 0 Pendio . . . 56. 3. 0 Contrafforte. 67. 7. 1	273.10. 1	Muro . . . . 937. 6. 0 Pendio . . . 140. 7. 6 Contrafforte. 860. 9. 9	1938.11. 3
35	1445. 0. 0	5.3	9.7.6	9.0	5. 6. 4	Muro . . . . 183. 9. 0 Pendio . . . 76. 6. 9 Contrafforte. 96. 7. 6	356.11. 3	Muro . . . . 1286. 3. 0 Pendio . . . 226. 6. 0 Contrafforte. 1377. 5. 4	2890. 2. 4
40	2054. 5. 4	5.6	10.6.0	10.0	6. 0. 1	Muro . . . . 220. 0. 0 Pendio . . . 100. 0. 0 Contrafforte. 133. 4. 6	453. 4. 6	Muro . . . . 1705. 0. 0 Pendio . . . 333. 4. 0 Contrafforte. 2070. 6.10	4108.10.10
45	2819. 7. 3	5.9	11.4.6	11.0	6. 4. 8	Muro . . . . 258. 9. 0 Pendio . . . 126. 6. 9 Contrafforte. 176. 3. 2	561. 6.11	Muro . . . . 2199. 4. 6 Pendio . . . 474. 7. 3 Contrafforte. 2965. 2. 7	5639. 2. 4
50	3751. 7. 5	6.0	12.3.0	12.0	6. 8. 5	Muro . . . . 300. 0. 0 Pendio . . . 156. 3. 0 Contrafforte. 225. 0. 0	681. 3. 0	Muro . . . . 2775. 0. 0 Pendio . . . 651. 1. 6 Contrafforte. 4077. 1. 6	7503. 3. 0
55	4876. 4. 5	6.3	13.1.6	13.0	6.11.11	Muro . . . . 343. 9. 0 Pendio . . . 189. 0. 9 Contrafforte. 277. 6. 0	810. 3. 9	Muro . . . . 3437. 6. 0 Pendio . . . 866. 6. 5 Contrafforte. 5448. 8. 4	9752. 8. 9
60	6193. 9. 4	6.6	14.0.0	14.0	7 2. 6	Muro . . . . 390. 0. 0 Pendio . . . 225. 0. 0 Contrafforte. 336. 6. 0	951. 6. 0	Muro . . . . 4192. 6. 0 Pendio . . . 1125. 0. 0 Contrafforte. 7070. 11. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	6.9	15.1.6	15.0	7. 4. 3	Muro . . . . 438. 9. 0 Pendio . . . 264. 0. 9 Contrafforte. 398. 4. 2	1101. 1.11	Muro . . . . 5225. 7. 6 Pendio . . . 1430. 4. 0 Contrafforte. 9022. 2. 9	15478. 2. 3
70	9576. 0. 1	7.0	15.9.0	16.0	7. 8. 3	Muro . . . . 490. 0. 0 Pendio . . . 306. 3. 0 Contrafforte. 478. 4. 0	1274. 7. 0	Muro . . . . 6002. 6. 0 Pendio . . . 1786. 5. 6 Contrafforte. 11363. 0. 8	19152. 0. 2
75	11560. 0. 0	7.3	16.7.6	17.0	7. 9. 4	Muro . . . . 543. 9. 0 Pendio . . . 351. 6. 9 Contrafforte. 550.11. 1	1446. 2.10	Muro . . . . 7068. 9. 0 Pendio . . . 2197. 3. 2 Contrafforte. 13854. 0. 0	23120. 0. 2
80	13862. 0. 0	7.6	17.6.0	18.0	7.11. 1	Muro . . . . 600. 0. 0 Pendio . . . 400. 0. 0 Contrafforte. 633.10. 8	1633.10. 8	Muro . . . . 8250. 0. 0 Pendio . . . 2666. 8. 0 Contrafforte. 16807. 4. 0	27724. 0. 0

V.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rinforzo con pendio e parapetti e senza contrafforti, acciocchè la loro resistenza sia doppia della spinta.*

Altezza delle terre da sostenere	Grossezza dei muri per 1/5 di pendio		Cubo di muratura per un pezzo di un piede	Grossezza dei muri per 1/6 di pendio		Cubo di muratura per un pezzo di un piede	Grossezza dei muri per 1/8 di pendio		Cubo di muratura per un pezzo di un piede	Spinta	Resistenza
	alla sommità	alla base		alla sommità	alla base		alla sommità	alla base			
	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.
10	5. 7. 8	5. 7. 8	49. 8. 9	3. 11. 5	5. 7. 3	47. 8.10	4. 2. 8	5. 5. 8	48. 5. 8	76. 1. 9	152. 5. 6
15	4. 1. 9	7. 1. 9	89. 9. 0	4. 7. 2	7. 1. 2	87. 9. 0	5. 1.10	7. 0. 4	91. 4. 5	180. 7. 5	361. 2.10
20	4. 8. 6	8. 8. 6	134. 2. 0	5. 3. 1	8. 7. 1	138.11. 2	6. 0. 2	8. 6. 2	145. 5. 0	552. 8. 7	705. 5. 2
25	5. 5. 9	10. 5. 9	199. 5. 9	6. 0. 0	10. 2. 0	202. 1. 0	6. 11. 8	10. 1. 2	213. 4. 5	608.10. 2	1217. 5. 4
30	5. 10. 5	11. 10. 5	266. 0. 6	6. 8. 9	11. 8. 9	276.10. 0	7. 9. 0	11. 6. 0	288. 9. 0	969. 5. 7	1938.11. 2
35	8. 5. 7	15. 5. 7	348. 3. 5	7. 5. 4	13. 3. 4	362.10. 0	8. 6. 0	13. 10. 0	381. 7. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
40	7. 0. 9	15. 0. 9	442. 4. 9	8. 11. 0	14. 9. 0	456. 8. 0	9. 7. 2	14. 7. 2	483.10. 8	2054. 8. 4	4108.10. 8
45	7. 8. 0	16. 8. 0	547. 7. 9	8. 10. 6	16. 4. 6	568. 4. 2	10. 5. 7	16. 1. 1	597. 5.11	2819. 7. 3	5639. 2. 6
50	6. 3. 0	18. 5. 0	662. 6. 0	9. 8. 2	18. 0. 2	692. 4. 0	11. 5. 4	17. 8. 4	728. 7. 8	3751. 7. 5	7503. 2.10
55	8. 10. 5	19. 8. 5	790. 4. 2	10. 4. 9	19. 6. 9	824. 1. 0	12. 4. 6	19. 3. 0	869. 8. 5	4876. 4. 5	9752. 8.10
60	9. 5. 7	21. 5. 7	928. 2. 4	11. 1. 6	21. 1. 6	967. 9. 7	13. 3. 4	20. 9. 4	1021. 8. 0	6193. 9. 4	12387. 6. 8
65	10. 0.10	23. 0.10	1077. 0. 0	11. 10. 5	22. 6. 5	1123. 7. 6	14. 2. 4	22. 3.10	1186. 7. 9	7739. 1. 0	15478. 2. 0
70	10. 9. 0	24. 9. 0	1242. 6. 0	12. 8. 2	24. 4. 1	1295.11. 2	15. 1. 9	23. 10. 9	1366. 5. 8	9576. 0. 1	19152. 0. 2
75	11. 5. 7	26. 5. 7	1410. 0. 0	13. 5. 0	25. 11. 0	1475. 2. 0	16. 0. 3	25. 4. 9	1553. 1. 8	11562. 0. 0	23120. 0. 0
80	11. 10. 9	27. 10. 9	1592. 0. 0	14. 1. 2	27. 5. 1	1661. 1. 4	16. 10. 9	26. 10. 9	1751. 8. 0	15862. 0. 0	27724. 0. 0

VI.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base de' muri di terrapieno o di rinforzo, senza parapetti, con pendio e contrafforti, distanti* 18 *piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Per un quinto di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAFFORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	22. 6.11	2.0.0	4.0.0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 20. 0. 0 Pendio ... 10. 0. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	30. 0. 0	Muro .... 60. 0. 0 Pendio ... 13. 4. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	73. 4. 0
15	76. 1. 9	2.3.0	5.3.0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 33. 9. 0 Pendio ... 22. 6. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	56. 3. 0	Muro .... 139. 1. 6 Pendio ... 45. 0. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	184. 1. 6
20	180. 7. 5	2.6.0	6.6.0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 50. 0. 0 Pendio ... 40. 0. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	90. 0. 0	Muro .... 262. 6. 0 Pendio ... 106. 8. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	369. 2. 0
25	352. 8. 7	2.9.0	7.9.0	1.10.0	2. 9. 0	Muro .... 68. 9. 0 Pendio ... 62. 6. 0 Contrafforte. 7. 0. 0	133. 3. 2	Muro .... 438. 4. 6 Pendio ... 208. 4. 0 Contrafforte. 60. 8. 0	707. 4. 6
30	608.10 2.	3.0.0	9.0.0	3.5.0	3. 0. 0	Muro .... 90. 0. 0 Pendio ... 90. 0. 0 Contrafforte. 17. 1. 0	197. 1. 0	Muro .... 675. 0. 0 Pendio ... 360. 0. 0 Contrafforte. 182. 8. 4	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	3.3.0	10.3.0	4.10.3	3. 3. 0	Muro .... 113. 9. 0 Pendio ... 122. 6. 0 Contrafforte. 30. 8. 0	266.11. 0	Muro .... 981. 1. 1 Pendio ... 571. 8. 0 Contrafforte. 386. 2. 1	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	3.6.0	11.6.0	5.11.6	3. 6. 0	Muro .... 140. 0. 0 Pendio ... 160. 0. 0 Contrafforte. 46. 4. 2	346. 4. 2	Muro .... 1365. 0. 0 Pendio ... 853. 4. 0 Contrafforte. 671. 8. 0	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	3.9.0	12.9.0	6.11.6	3. 9. 0	Muro .... 168. 9. 0 Pendio ... 202. 6. 0 Contrafforte. 65. 2. 9	436. 5. 9	Muro .... 1835. 1.10 Pendio ... 1215. 0. 0 Contrafforte. 1058. 8.10	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	4.0.0	14.0.0	7.10.8	4. 0. 0	Muro .... 200. 0. 0 Pendio ... 250. 0. 0 Contrafforte. 87. 8. 0	537. 8. 0	Muro .... 2400. 0. 0 Pendio ... 1666. 8. 0 Contrafforte. 1572. 6. 6	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	4.3.0	15.3.0	8.8.4	4. 3. 0	Muro .... 233. 9. 0 Pendio ... 302. 6. 0 Contrafforte. 112.11. 7	649. 2. 7	Muro .... 3067.11. 3 Pendio ... 2218. 4. 0 Contrafforte. 2216.11. 7	7503. 2.10
60	4876. 4. 5	4.6.0	16.6.0	9.5.10	4. 6. 0	Muro .... 270. 0. 0 Pendio ... 360. 0. 0 Contrafforte. 142. 4. 2	772. 4. 2	Muro .... 3847. 6. 0 Pendio ... 2880. 0. 0 Contrafforte. 3025. 2.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	4.9.0	17.9.0	10.4.0	4. 9. 0	Muro .... 308. 9. 0 Pendio ... 422. 6. 0 Contrafforte. 177. 2. 1	908. 5. 1	Muro .... 4747. 0. 4 Pendio ... 3661. 8. 0 Contrafforte. 3978.10. 4	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	5.0.0	19.0.0	10.9.8	5. 0. 0	Muro .... 350. 0. 0 Pendio ... 490. 0. 0 Contrafforte. 210. 0. 5	1050. 0. 5	Muro .... 5775. 0. 0 Pendio ... 4573. 4. 0 Contrafforte. 5129.10. 0	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	5.3.0	20.3.0	11.6.10	5. 3. 0	Muro .... 393. 9. 0 Pendio ... 562. 6. 0 Contrafforte. 253. 1. 0	1209. 4. 0	Muro .... 6939.10. 1 Pendio ... 5625. 0. 0 Contrafforte. 6587. 1.11	19152. 0. 0
80	11560. 0. 0	5.6.0	21.6.0	11.11.7	5. 6. 0	Muro .... 440. 0. 0 Pendio ... 640. 0. 0 Contrafforte. 292. 7. 2	1372. 7. 2	Muro .... 8250. 0. 0 Pendio ... 6826. 8. 0 Contrafforte. 8043. 4. 0	23120. 0. 0

VII.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di terrapieno o di rinforzo, senza parapetti, con pendio e contrafforti, distanti* 18 *piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Per un sesto di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAFFORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	22. 6.11	2.6.0	4.2. 0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 25. 0. 0 Pendio ... 8. 4. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	33. 4. 0	Muro .... 72.11. 0 Pendio ... 9. 3. 1 Contrafforte. 0. 0. 0	82. 2. 1
15	76. 1. 9	2.9.0	5.3. 0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 41. 3. 0 Pendio ... 18. 9. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	60. 0. 0	Muro .... 159.10. 1 Pendio ... 30. 3. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	190. 3. 1
20	180. 7. 5	3.0.0	6.4. 0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 60. 0. 0 Pendio ... 33. 4. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	93. 4. 0	Muro .... 290. 0. 0 Pendio ... 74. 0.10 Contrafforte. 0. 0. 0	364. 0.10
25	352. 8. 7	3.3.0	7.5. 0	2.4.0	3. 3. 0	Muro .... 81. 3. 0 Pendio ... 52. 1. 0 Contrafforte. 10. 6. 4	143.10. 4	Muro .... 470. 6.10 Pendio ... 144. 7. 3 Contrafforte. 90. 4. 4	705. 6.17
30	608.10. 2	3.6.0	8.6. 0	4.2.3	3. 6. 0	Muro .... 105. 0. 0 Pendio ... 73. 0. 0 Contrafforte. 24. 4.11	204. 4.11	Muro .... 708. 0. 0 Pendio ... 250. 0. 0 Contrafforte. 258.11. 4	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	3.9.0	9.7. 0	3.10.2	3. 9. 0	Muro .... 131. 3. 0 Pendio ... 102. 1. 0 Contrafforte. 42. 7. 6	275.11. 6	Muro .... 1011. 8. 7 Pendio ... 396.11.10 Contrafforte. 530. 2. 9	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	4.0.0	10.8. 0	7.2.3	4. 0. 0	Muro .... 160. 0. 0 Pendio ... 133. 4. 0 Contrafforte. 63.10. 8	357. 2. 8	Muro .... 1386. 8. 0 Pendio ... 592. 7. 1 Contrafforte. 910. 8.11	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	4.3.0	11.9. 0	8.6.5	4. 3. 0	Muro .... 191. 3. 0 Pendio ... 168. 9. 0 Contrafforte. 90. 8. 1	450. 8. 1	Muro .... 1840. 9. 4 Pendio ... 843. 9. 0 Contrafforte. 1424. 4. 4	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	4.6.0	12.10.0	9.6.8	4. 6. 0	Muro .... 225. 0. 0 Pendio ... 208. 4. 0 Contrafforte. 119. 5. 3	552. 9. 3	Muro .... 2381. 3. 0 Pendio ... 1137. 4.10 Contrafforte. 2100. 6. 8	5639. 2. 6
55	3731. 7. 3	4.9.0	13.11.0	10.7.0	4. 9. 0	Muro .... 261. 3. 0 Pendio ... 252. 1. 0 Contrafforte. 153. 7. 2	666.11. 2	Muro .... 3013. 3. 1 Pendio ... 1540. 6. 1 Contrafforte. 2947. 5. 8	7503. 2.10
60	4876. 4. 5	5.0.0	15.0. 0	11.6.8	5. 0. 0	Muro .... 300. 0. 0 Pendio ... 300. 0. 0 Contrafforte. 192.10. 3	792.10. 5	Muro .... 3750. 0. 0 Pendio ... 2000. 0. 0 Contrafforte. 4002. 8.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	5.3.0	16.1. 0	12.5.0	5. 3. 0	Muro .... 341. 3. 0 Pendio ... 352. 1. 0 Contrafforte. 235. 4. 9	928. 8. 9	Muro .... 4592. 7.10 Pendio ... 2542. 9.10 Contrafforte. 3252. 1. 0	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	5.6.0	17.2. 0	13.3.2	5. 6. 0	Muro .... 385. 0. 0 Pendio ... 408. 4. 0 Contrafforte. 283. 8. 4	1077. 0. 4	Muro .... 3350. 5. 0 Pendio ... 3173.11. 1 Contrafforte. 6751. 9.11	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	3.9.0	18.3. 0	14.2.3	5. 9. 0	Muro .... 431. 3. 0 Pendio ... 468. 9. 0 Contrafforte. 339.10.10	1239.10.10	Muro .... 6630. 5. 7 Pendio ... 3906. 3. 0 Contrafforte. 8615. 3. 5	19132. 0. 0
80	11560. 0. 0	6.0.0	19.4. 0	14.9.5	6. 0. 0	Muro .... 480. 2. 0 Pendio ... 533. 4. 0 Contrafforte. 394. 3. 1	1407. 7. 1	Muro .... 7840. 0. 0 Pendio ... 4739.10.10 Contrafforte. 10540. 1. 2	23120. 0. 0

VIII.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base de' muri di terrapieno o di rinforzo, senza parapetti, con pendio e contrafforti, distanti* 18 *piedi da un mezzo all'altro, acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Per un ottavo di pendio

Altezza delle terre da sostenere	SPINTA	GROSSEZZA DEI MURI		CONTRAFFORTI		CUBO		RESISTENZA	
		alla sommità	alla base	lunghezza	larghezza				
10	22. 6.11	5.0.0	4.5.0	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 30. 0. 0 Pendio ... 6. 5. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	36. 3. 0	Muro .... 60. 9. 0 Pendio ... 10. 5. 0 Contrafforte. 0. 0. 0	71. 2. 0
15	76. 1. 9	5.3.0	5.1.6	0.0.0	0. 0. 0	Muro .... 48. 9. 0 Pendio ... 14. 0. 9 Contrafforte. 0. 0. 0	62. 9. 9	Muro .... 170. 7. 6 Pendio ... 17. 6. 1 Contrafforte. 0. 0. 0	188. 2. 5
20	180. 7. 5	3.6.0	6.0.0	0.10.6	5. 6. 0	Muro .... 70. 0. 0 Pendio ... 25. 0. 0 Contrafforte. 5. 4.10	98. 4.10	Muro .... 297. 6. 0 Pendio ... 41. 8. 0 Contrafforte. 22. 0.10	361. 2.10
25	352. 8. 7	3.9.0	6.10.6	3.5.7	3. 9. 6	Muro .... 93. 9. 0 Pendio ... 39. 0. 9 Contrafforte. 19. 5. 2	152. 2.11	Muro .... 468. 9. 0 Pendio ... 81. 4. 6 Contrafforte. 155. 5. 8	705. 5. 2
30	608.10 2.	4.0.0	7.9.0	5.6.2	4. 0. 0	Muro .... 120. 0. 0 Pendio ... 56. 5. 0 Contrafforte. 36.11. 2	213. 2. 2	Muro .... 690. 0. 0 Pendio ... 150. 7. 6 Contrafforte. 387. 0.10	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	4.3.0	8.7.6	7.4.0	4. 3. 0	Muro .... 148. 9. 0 Pendio ... 76. 6. 9 Contrafforte. 60. 7. 2	285.10.11	Muro .... 966.10. 6 Pendio ... 226. 6. 0 Contrafforte. 745. 6. 8	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	4.6.0	9.6.0	8.11.4	4. 6. 0	Muro .... 180. 0. 0 Pendio ... 100. 0. 0 Contrafforte. 89. 6. 0	369. 6. 0	Muro .... 1305. 0. 0 Pendio ... 333. 4. 0 Contrafforte. 1251. 6. 0	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	4.9.0	10.4.6	10.4.10	4. 9. 0	Muro .... 213. 9. 0 Pendio ... 126. 6. 9 Contrafforte. 123. 6. 8	463.10. 5	Muro .... 1710. 0. 0 Pendio ... 474. 7. 3 Contrafforte. 1924. 3. 5	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	5.0.0	11.5.0	11.9.2	5. 0. 0	Muro .... 250. 0. 0 Pendio ... 156. 5. 0 Contrafforte. 165. 5. 5	569. 8. 5	Muro .... 2187. 6. 0 Pendio ... 651. 1. 6 Contrafforte. 2800. 7. 0	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	5.5.0	12.1.6	15.0.3	5. 3. 0	Muro .... 288. 9. 0 Pendio ... 189. 0. 9 Contrafforte. 220. 0. 7	697.10. 4	Muro .... 2743. 1. 6 Pendio ... 866. 6. 5 Contrafforte. 3893. 6.11	7505. 2.10
60	4876. 4. 5	5.6.0	15.0.0	14.2.9	5. 6. 0	Muro .... 330. 0. 0 Pendio ... 225. 0. 0 Contrafforte. 261. 0. 7	816. 0. 7	Muro .... 3382. 6. 0 Pendio ... 1125. 0. 0 Contrafforte. 5245. 2.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	5.9.0	15.10.6	15.3.8	5. 9. 0	Muro .... 373. 9. 0 Pendio ... 264. 0. 9 Contrafforte. 317. 9. 4	955. 7. 1	Muro .... 4111. 3. 0 Pendio ... 1430. 4. 0 Contrafforte. 6845.11. 8	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	6.0.0	14.9.0	16.4.5	6. 0. 0	Muro .... 420. 0. 0 Pendio ... 306. 3. 0 Contrafforte. 381.11. 0	1108. 2. 0	Muro .... 4935. 0. 0 Pendio ... 1786. 5. 6 Contrafforte. 8756. 8. 6	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	6.3.0	15.7.6	17.5.9	6. 3. 0	Muro .... 468. 9. 0 Pendio ... 351. 6. 9 Contrafforte. 455. 2. 3	1275. 6. 0	Muro .... 5859. 4. 6 Pendio ... 2197. 3. 2 Contrafforte. 11095. 4. 4	19152. 0. 0
80	11560. 0. 0	6.6.0	16.6.0	18.3.5	6. 6. 0	Muro .... 520. 0. 0 Pendio ... 400. 0. 0 Contrafforte. 528. 2. 7	1448. 2. 7	Muro .... 6900. 0. 0 Pendio ... 2666. 8. 0 Contrafforte. 13553. 4. 0	23120. 0. 0

IX.

Tavola *delle grossezze da dare alla sommità ed alla base dei muri di rinforzo in pendio senza contrafforti, nè parapetti acciocchè la resistenza sia doppia della spinta.*

Altezza delle terre da sostenere	Grossezza dei muri per 1/5 di pendio		Cubo di muratura pec un pezzo di un piede	Grossezza dei muri per 1/6 di pendio		Cubo di muratura per un pezzo di un piede	Grossezza dei muri per 1/8 di pendio		Cubo di muratura per un pezzo di un piede	Spinta	Resistenza
	alla sommità	alla base		alla sommità	alla base		alla sommità	alla base			
	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.	p. pol. l.
10	2. 0. 0	4. 0. 0	30. 0. 0	2. 6. 0	4. 2. 0	33. 4. 0	3. 0. 0	4. 3. 0	36. 3. 0	22. 6.11	45. 1.10
15	2. 3. 0	5. 3. 0	56. 3. 0	2. 9. 0	5. 3. 0	60. 0. 0	3. 3. 0	5. 1. 6	62. 6. 0	76. 1. 9	152. 3. 6
20	2. 6. 0	6. 6. 0	90. 0. 0	3. 0. 0	6. 4. 0	93. 4. 0	3. 6. 0	6. 0. 0	95. 0. 0	180. 7. 5	361. 2.10
25	3. 0. 8	8. 0. 8	139 10. 8	3. 8. 8	7. 10. 6	145. 1. 8	4. 7.11	7. 8. 3	154. 4. 1	352. 8. 7	705. 5. 2
30	3. 7. 9	9. 7. 9	199. 4. 6	4. 5. 6	9. 5. 6	2.8. 9. 0	5. 6. 2	9. 3. 5	221.10. 6	608.10. 2	1217. 8. 4
35	4. 3. 4	11. 3. 4	272. 2. 6	5. 2. 9	11. 2. 9	286. 0. 3	6. 5. 3	10. 9. 5	301. 4. 8	969. 5. 7	1938.11. 2
40	4. 10. 6	12. 10. 6	355. 0. 0	5. 11. 6	12. 7. 5	371. 8. 0	7. 4. 3	12. 4. 3	394. 2. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
45	5. 5. 9	14. 3. 9	449. 0. 9	6. 8. 3	14. 2. 3	469. 8. 3	8. 2. 7	13. 10. 5	496.10. 6	2054. 5. 4	4108.10. 8
50	6. 1. 0	16. 1. 0	554. 2. 0	7. 5. 3	15. 9. 2	580. 2. 6	9. 2. 4	15. 5. 4	615.11. 8	2819. 7. 3	5639. 2. 6
55	6. 8. 4	17. 8. 4	670. 8. 4	8. 2. 9	17. 5. 4	701. 3. 0	10. 1.11	16. 11. 6	745. 6. 8	3751. 7. 3	7503. 2.10
60	7. 3. 7	19. 3. 7	797 11. 0	6. 11. 1	16. 11. 1	635. 5. 0	11. 0. 4	18. 6. 5	886. 8. 0	4876. 4. 5	9752. 6.10
65	7. 11. 0	20. 11. 0	937. 1. 0	9. 8. 1	20. 5. 9	979. 11. 7	12. 0. 1	20. 0. 4	1040. 5. 5	6193. 9. 4	12387. 6. 8
70	6. 6. 4	22. 6. 4	1086.11. 0	10. 5. 1	22. 1. 0	1137.11.10	12. 10. 6	21. 7. 6	1207. 6. 6	7739. 1. 0	15478. 2. 0
75	9. 2. 4	24. 2. 4	1252. 1. 0	11. 2. 7	25. 8. 5	1309. 4. 6	13. 10. 2	23. 5. 0	1391. 1. 9	9576. 0. 0	19152. 0. 0
80	9. 9. 8	25. 9. 8	1424. 5. 4	11. 11. 0	25. 5. 0	1486. 8. 0	14. 8. 5	24. 8. 5	1576. 1. 4	11560. 0. 0	23120. 0. 0

Per la lunghezza dei contrafforti, si è cominciato a stabilire quella per 10 piedi di altezza, in ragione del pendio, poi si è fissato il loro aumento per ogni altezza di 5 piedi,

ad 8 pollici per un quinto di pendio,
a 9 pollici per un sesto,
ad 1 piede per un ottavo.

In quanto alle larghezze indicate nella sesta colonna, siccome il mio oggetto era quello d'aver sempre una resistenza doppia della spinta, sono stato obbligato d'impiegare il calcolo per determinarle.

Il motivo che mi ha determinato nel fissare il primo termine partendo dal quale deve cominciare il complemento di misura necessario a produrre questa resistenza, fu la facilità che ne risulta per il calcolo.

Ci basterà di dare un esempio, per far conoscere la maniera di operare.

Così per un rivestimento di 30 piedi d'altezza, il cui pendio è fissato al sesto, si troverà nella terza tavola che lo spessore alla sommità deve essere di 4 piedi e 6 pollici, il che dà per la superficie della parte rettangolare del profilo 30 × 4. 6, cioè 135. Per avere la sua resistenza, fa d'uopo moltiplicare questa superficie pel suo braccio di leva, eguale alla base del triangolo formante il pendio, più la metà della larghezza del rettangolo, cioè a 5 + 2 1/4 ovvero 7 1/4, il che dà 978 3/4

A questo prodotto si aggiugne quello della superficie del triangolo formante il pendio pel suo braccio di leva, eguale ai due terzi della base, cioè $\frac{30 \times 5}{2} \times \frac{10}{3}$ che dà 250 0

E per queste due resistenze 1228 3/4

Per trovare quella dei contrafforti, ho sottratto questo totale dal doppio della spinta, che si trova per questa altezza = 1938,94, il residuo 710,19 è l'espressione della resistenza d'uno dei contrafforti divisa per 18, che è la distanza dei contrafforti da un mezzo all'altro. La lunghezza di questi contrafforti essendo data, ho potuto avere l'espressione della loro resistenza, indipendentemente dal loro spessore, moltiplicando la loro superficie 30 × 7 = 210, pel loro braccio di leva, che è eguale allo spessore del muro al basso, più la metà della lunghezza del contrafforte, cioè a 9 piedi 6 pollici, più 3 piedi 6 pollici che fanno insieme 13 piedi, il che darà 2730, che fa d'uopo dividere per 18, onde avere il quoziente 151 2/3; ma siccome la resistenza di

ciascun contrafforte deve essere di 710 $\frac{19}{100}$, acciò quella del rivestimento sia doppia della spinta, si dividerà 710,19 per 151,66 ed il quoziente darà lo spessore dei contrafforti di 4 piedi $\frac{6}{10}$, ovvero 4 piedi 8 pollici 2 linee, come è indicato nella sesta colonna della terza Tavola, sulla linea che corrisponde a 30 piedi di altezza. I cubi di murazione che si trovano nella settima colonna, e le loro resistenze che si trovano nell' ottava, sono state trovate colle stesse operazioni che abbiamo poc' anzi dettagliate parlando della resistenza dei profili di Vauban e Belidor. Ma affine di far conoscere quanto ciascuna parte contribuisce alla totalità della cubatura e della resistenza, abbiamo espressa separatamente la cubatura e la resistenza del muro, del pendio e dei contrafforti.

Queste tre parti sono state combinate in modo da produrre la più grande resistenza colla minor materia possibile; gli spessori del muro alla sommità e le dimensioni dei contrafforti sono in ragione inversa delle scarpe, cioè sono tanto più grandi quanto queste scarpe sono più picciole.

Si può anche osservare in ciascuna Tavola, che a misura che i muri sono più elevati, le cubature delle differenti parti producono una più grande resistenza; quindi nella terza Tavola, si vede che per 10 piedi di altezza, 35 piedi cubici di muro producono una resistenza di 119 piedi 7 pollici, cioè più di tre volte più grande, mentre per 80 piedi di altezza, 560 piedi cubici producono 9426 piedi 8 pollici, cioè una quantità 17 volte maggiore del cubo di materia: del pari un pendio producente 8 piedi 4 pollici cubici non forma per 10 piedi di altezza, che una resistenza di 9 piedi 3 pollici, mentre per 80, questo stesso pendio producendo un cubo di 533 piedi 4 pollici, forma una resistenza di 4739 piedi 10 pollici 10 linee, cioè quasi 9 volte più grande.

Finalmente il cubo dei contrafforti, che non è che di 3 piedi 3 pollici per 10 piedi, produce una resistenza di 23 piedi 5 pollici 6 linee, cioè 7 volte più grande; ma per 80 piedi di altezza, il cubo dei contrafforti essendo di 491 piedi 2 pollici 9 linee, produce una resistenza di 13557 piedi 5 pollici 3 linee, cioè più di 27 volte e mezza, d'onde risulta che a cubatura eguale, i contrafforti sono quelli che producono la più grande resistenza.

Questo risultato non distrugga ciò che abbiamo detto poc'anzi, cioè che il minor cubo di materia che sembrano esigere i contrafforti si compensa colla più grande spesa che produce lo sviluppo delle loro faccie e lo stabilimento d' un massiccio generale al di sotto. Per provarlo,

prenderemo ad esempio l' ultimo articolo delle tre Tavole precedenti, che indica le dimensioni d' un muro di rivestimento di 80 piedi di altezza, con un pendio all' esterno e contrafforti all' interno, distanti 18 piedi da un mezzo all' altro, come propone Vauban: così nella Tavola II.ª, calcolata per un quinto di pendio, si trova che per 80 piedi di altezza, il cubo generale del muro col suo pendio, co' suoi contrafforti ridotti per una sezione di profilo d'un piede di spessore, è 1535 piedi, un pollice 10 linee, formanti una resistenza di 27724 piedi, valutata della stessa materia del muro.

Ricercheremo quale dovrebbe essere lo spessore da dare alla parte rettangolare del muro, per produrre una resistenza eguale sopprimendo i contrafforti e conservando lo stesso pendio. La resistenza di questo pendio che è di 6826 2/3, restando la stessa, l'eccesso dello sforzo da sostenere non sarà più che 20897 1/3; chiamando R questo sforzo,

a la base del pendio conservato $= 16$ piedi,

d l' altezza del muro $= 80$ piedi,

x la larghezza della parte rettangolsre che si cerca, si avrà l' equazione $d\,x \left\{a + \frac{x}{2}\right\} = R$, che si riduce, facendo le operazioni poc'anzi spiegate, ad $x = \sqrt{\frac{2R}{d} + a\,a} - a$, nella quale sostituendo i valori conosciuti, si ha

$$x = \sqrt{\frac{20897\ 1/3 \times 2}{80} + 16 \times 16} - 16,$$

che dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $x = 11$ piedi $\frac{9}{10}$; quindi dando al rivestimento all'alto questo spessore ed un quinto di pendio all'esterno, avrà tanta resistenza come coi contrafforti di 13 piedi di lunghezza, per 6 piedi 5 pollici 11 linee di larghezza: ma in vece di 1535 piedi, un pollice 10 linee cubiche di murazione, ne occorreranno 1592, il che dà 57 piedi di più. È evidente che questo debole aumento non compenserebbe il massiccio indispensabile da stabilire sotto i muri e contrafforti, per procurare a loro una base comune, ed ovviare all' ineguialità dell' abbassamento capace di far distaccare questi contrafforti dal muro e renderli per conseguenza inutili, indipendentemente dalla più grande spesa che produce lo sviluppo delle superficie di questi contrafforti.

Per un sesto di pendio, si è trovato nella Tavola III.ª, che per 80 piedi di altezza il cubo totale del muro, pendio e contrafforti

ridotti ad un profilo d'un piede di spessore, sarebbe di 1584 piedi 7 pollici 2 linee, la cui resistenza è, come nel preeedente, di 27724 piedi. Quella del peudio essendo di 4739 piedi 10 pollici 10 linee, rimane per valore di R, 22984, quella di a essendo 13 piedi 4 polliei, e d, 80 piedi.

la formola $x = \sqrt{\frac{2R}{d} + a\,a} - a$, diviene

$x = \sqrt{\frac{22984 \times 2}{80} + 13\ 1/3 \times 13\ 1/3} - 13\ 1/3$ ehe dà, fatte le operazioni indieate $x = 14$ piedi $\frac{7}{10}$ per lo spcssore da dare alla sommità del muro il cui eubo, compresa la parte formante pendio, sarebbe di 1661, in vece di 1584 piedi 7 pollici 2 linee, che produce coi contrafforti, il che dà 76 piedi 3/4 di differenza, la quale è insufficente per compensare il massiccio dei fondamenti ed il maggior valore della mano d'opera.

Finalmente per un ottavo di pendio, si trova con operazioni eguali alle precedenti, $x = 16$ piedi $\frac{95}{100}$, il che produce un aumento di cubatura di 122 piedi, il cui valore sarebbe anche al di sotto di quello dei massicci e delle precauzioni che esigono i contrafforti.

La Tavola V indica gli apessori alla sommità e alla base dei rivestimenti, col parapetto senza contrafforti per le tre specie di pendio indieate nelle precedenti, colla loro cubatura e la loro resistenza paragonata alla spiuta.

Volendo conoscere la forma di rivestimento che oppone la più grande resistenza sotto il minor volume, indipendentemente dai principj della teoria e degli esempj tratti dalle costruzioni di questo genere, io ho fatto un gran numero d'esperienze, dalle qnali è risultato che se dal centro di gravità q della massa di terra triangolare che cagiona la spinta, si conduce una parallela q P, figure 1, 2 e 3, all'inelinazione che prende naturalmente la terra ohe si sperimenta, fino all'incontro della base prolungata in P, il triangolo P D F rappresenterà la figura del rivestimento che oppone la più grande resistenza. Così un rivestimento di legno, il eui profilo sia eguale a questo triangolo sostiene lo sforzo della spinta della polvere di grès, quantunque il suo peso specifico non sia che la metà di qnello di questa polvere.

Questa esperienza si accorda colla teoria, che prova che quando la direzione d'una potenza non passa sopra il punto della sua base, che forma il punto d'appoggio, essa non può rovesciarla, ma solamente farla scorrere.

Supponendo che il pendio naturale delle terre sia di 45 gradi, come nella figura 3, la base DP del triangolo diviene il terzo dell'altezza; ma siccome il profilo dei rivestimenti è quasi sempre un trapezio come FDHK, figura 5, ovvero un rettangolo, ne risulta che quando essi hanno per base il terzo dell'altezza, non possono giammai essere rovesciati dallo sforzo della spinta da sostenere, per quanto grande si possa supporla. Così gli spessori della Tavola precedente avrebbero potuto essere minori per le altezze al di sotto di 80 piedi, se non avessimo fatto conto che della spinta delle terre; ma abbiamo considerato che questi muri, invece d'essere d'un solo pezzo, non sono composti che di parti riunite pei loro pesi, per la loro forma e per la malta che non comincia a legarle fortemente che dopo un certo spazio di tempo, in guisa che per essere solide devono avere, indipendentemente dallo spessore necessario per resistere agli sforzi ch'esse hanno a sostenere, uno spessore che non potrebbesi fissare a meno di tre piedi. Perciò abbiamo considerato la resistenza indipendentemente dalla direzione della spinta, che rende il suo braccio di leva nullo, tosto che la base del muro ha più del terzo della sua altezza.

Le quattro ultime Tavole non sono differenti dalle quattro precedenti, se non perchè sono fatte per rivestimenti senza parapetti, ovvero muri di terrazzo comuni, terminati da un picciolo muro d'appoggio.

Fa d'uopo nondimeno notare che nelle Tavole II, III, IV, la lunghezza dei contrafforti essendo data, il loro spessore è quello che si devo cercare col calcolo; in vece che nelle Tavole VI, VII, VIII, la larghezza dei contrafforti era data, e si è cercata la loro lunghezza. Con quest'ultimo mezzo, la lunghezza dei contrafforti è eguale allo spessore del muro alla sommità, ciò che produce una resistenza più forte a massa eguale, ma l'altra è d'una applicazione più facile.

La formola per trovare la lunghezza dei contrafforti, quando tutte le altre dimensioni sono conosciute, è

$x = \sqrt{\frac{2Rf}{dc} + cc} - c$, nella quale

R indica il doppio della resistenza che deve avere ciascun contrafforte,

f, la distanza del mezzo d'un contrafforte all'altro,

d, l'altezza delle terre da sostenere,.

e, la larghezza del contrafforte

x, la sua lunghezza,

e c, lo spessore dei muri o rivestimenti alla base, cioè comprendendovi il pendio.

Così per un'altezza di 30 piedi ed un ottavo di pendio (Tavola VIII), la resistenza di ciascun contrafforte dovendo essere $387^p\ 0^p,\ 10^l = R$, 2 R sarà $774^p\ 1^p\ 8^l$, $f = 18$; $d = 30$; $e = 4$, e $c = 7^p\ 9^p$; questi valori sostituiti nella formola; daranno

$$x = \sqrt{\frac{774^p.\ 1^p.\ 8^l. \times 18}{30 \times 4} + 7^p.\ 9^p. \times 7^p.\ 9^p.}, - 7^p.\ 9^p.$$

che dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $x = 5$ piedi 6 pollici 2 linee, per la lunghezza del contrafforte.

Fa d'uopo ancora notare che per dare più spessore a questi muri per le piccole altezze non si è cominciato a dare ad essi i contrafforti che a 25 piedi d'elevazione, per 1/5 ovvero 1/6 di pendio, ed a 20 piedi per 1/3.

In quanto alla Tavola IX, non vi ha niente da aggiugnere a ciò che è stato detto riguardo alla Tavola V.

Metodo facile per trovare lo spessore dei muri di rivestimento.

Siccome i differenti metodi che abbiamo poc'anzi indicati possono sembrare troppo lunghi e troppo difficili a molti dei nostri lettori, termineremo questo articolo colle regole facili, che non esigano che la conoscenza dei primi principj di geometria e d'aritmetica. Queste regole semplici danno risultati abbastanza giusti perchè si possa servirsene con confidenza, essendo fondati sugli stessi principj de'metodi precedenti, e dando risultati un poco più forti, il che è vantaggioso per la solidità.

Prima regola. — Trovare con una costruzione geometrica lo spessore da dare ad un muro a piombo, acciò resista con una forza sufficiente alla spinta delle terre.

Avendo trovato con una esperienza qualunque l'inclinaziono naturale delle specie di terra da sostenere, si faranno i triangoli A E D ovvero A B D, figure 1 e 3, Tavola CLXXXXII, le cui altezze A E ovvero A B, sieno eguali a quella delle terre da sostenere, in guisa che

le linee E D e B D rappresentano l'inclinazione che prendono le terre, quando esse non sono sostenute; diviso E D ovvero B D in sei parti eguali, con una di queste parti per raggio, e fatto centro in D, si descriverà un arco di cerchio che taglierà la base A D, prolungata nel punto k, e D k sarà lo spessore cercato.

Seconda regola col calcolo.

Se si prendono 45 gradi per l'inclinazione naturale delle terre, come è l'uso, questa linea B D sarà la diagonale d'un quadrato, di cui si conosce sempre il lato A B indicante l'altezza delle terre da sostenere. Per avere la lunghezza di questa linea B D, basta conoscere il rapporto del lato del quadrato con la sua diagonale; benchè questo rapporto sia riconosciuto incommensurabile, si può non ostante, per l'uso comune, adoperare senza errore sensibile quello di 70 a 99 che dà, ad $\frac{1}{9800}$ circa, il quadrato della diagonale doppio di quello dei lati, le cui radici indicano il vero rapporto di queste due linee.

Così, supponendo l'altezza A B di 15 piedi si avrà $ED = \frac{15 \times 99}{70}$ che dà, facendo i calcoli indicati, 21 piedi 2 pollici 7 linee; dividendo questa grandezza per 6, il quoziente 3 piedi 6 pollici e 5 linee sarà lo spessore cercato, invece di 3 piedi 1 pollice e 9 linee come si vede nella 4.ª applicazione, pag. 175.

Volendosi una maggior resistenza, si prenderà il quinto in luogo del sesto, il che darà 4 piedi 3 pollici di spessore al muro e produrrà una resistenza quasi doppia della spinta, come nelle Tavole precedenti.

Terza regola.

Se in vece d'un muro appiombo si vuol fare un muro con un pendio di 1/6, non si darà allo spessore del muro all'alto, che è il nono della diagonale; così per 15 piedi di altezza, lo spessore all'alto sarà di 2 piedi 4 pollici 3 linee, ed al basso 4 piedi 10 pollici 3 linee.

Se non si vuol dare al pendio che un ottavo, farà duopo che lo spessore alla sommità sia l'ottavo della diagonale; così per 24 piedi di altezza, la diagonale essendo di 33 piedi 11 pollici e 3 linee, lo

spessore all'alto sarà di 4 piedi 2 pollici 10 linee, ed al basso 7 piedi 2 pollici 10 linee.

Quarta regola.

Per trovare lo spessore d'un muro appiombo, al quale si vogliono aggiugnere contrafforti dello stesso spessore del muro, distanti 18 piedi da mezzo a mezzo, si dividerà la linea d'inclinazione, ovvero diagonale, in dieci parti eguali; una di queste parti, sarà lo spessore ricercato. Esempio:

Supponendo questa inclinazione a 45 gradi per 40 piedi di altezza, la diagonale sarà di 56 piedi 6 pollici 10 linee, il cui decimo sarà 5 piedi 7 pollici 10 linee. La lunghezza dei contrafforti sarà il doppio; cioè di 11 piedi 3 pollici 8 linee, e il loro spessore, come quello del muro, di 5 piedi 7 pollici 10 linee. Facendo il calcolo che risulta da queste dimensioni, si troverà che la resistenza di questo muro con i contrafforti, sarebbe espressa da $2497^p\ 1^p\ 7^l$, mentre la spinta delle terre non è che di 1445.

Quinta regola.

Se il muro al quale si aggiungono contrafforti ha un pendio, per trovare lo spessore del muro alla sommità, fa d'uopo subito determinare il minore spessore per 10 piedi di altezza, affine d'avere una certa solidità, indipendentemente da quella necessaria per sostenere la spinta delle terre. Questo spessore può essere fissato a 2 piedi; per le altezze maggiori, si aggiugnerà per ciascun piede una quantità che deve essere tanto più grande quanto il pendio sarà minore.

Così per un pendio di 1/5 si aggiugneranno 5 linee
per 1/6 — 6 linee,
per 1/8 — 9 linee;
si darà ai contrafforti lo stesso spessore che al muro, e la loro lunghezza sarà doppia.

Esempio.

Per un quinto di pendio e 40 piedi di altezza, si aggiugnerà a 2 piedi 40 volte 5 linee, ciò che darà 3 piedi 4 pollici 6 linee per lo spessore del muro alla sommità, e per la larghezza dei contrafforti; la loro lunghezza sarà il doppio, cioè 6 piedi 9 pollici.

I calcoli fatti secondo queste dimensioni danno per la resistenza 2907, *in vece di* 2890 *indicato nella Tavola IV*, o *un poco più del doppio della spinta.*

Per un sesto del pendio e per la stessa altezza, moltiplicando l'altezza, per 6 linee, aggiugnendovi 2 piedi, si troverà per lo spessore alla sommità del muro e per la larghezza dei contrafforti, 3 piedi 8 pollici, sopra 7 piedi 4 polliei di lunghezza. *I calcoli fatti secondo queste dimensioni danno per la resistenza* 2926 *invece di* 2890 *indicato nella Tavola VII.*

In fine per un ottavo di pendio della stessa altezza, si troverà, moltiplicando l'altezza per 9 linee, lo spessore del muro alla sommità, di 4 piedi 6 pollici, e la lunghezza dei contrafforti di 9 piedi, producenti una resistenza di 2943 *in luogo di* 2890, *indicata nella Tavola* VIII, *contro una spinta di* 1445.

Fa d'uopo notare che, nei due primi esempi da noi citati, la quantità delle linee per le quali si moltiplica l'altezza erescono come i denominatori delle frazioni che indicano il pendio; ma esse non serbano la stessa progressione per i pendii al di sopra del primo esempio e al di sotto del terzo, perchè diviene zero quando il pendio è li 3/8 di altezza, mentre per $\frac{1}{12}$ di pendio essa è di 25 linee. Per un muro d'appiombo occorrerebbero 48 linee, per aver la stessa resistenza che i muri a scarpa di cui si è parlato, e che d'altronde sono più generalmente in uso.

SEZIONE SESTA

TEORIA DELLE VOLTE

Le volte in generale possono essere considerate sotto tre diversi punti di vista.

1.° Sotto il rapporto della loro forma;

2.° Rapporto al modo con cui sono costrutte;

3.° Relativamente alla spinta.

Sotto il primo rapporto, lo studio delle volte fu l'oggetto della I.ª Sezione del III.° Libro, che tratta della Stereotomia, nella quale si è parlato del tracciamento delle curve, che possono servire a formare le superficie interne delle volte. Considerato sotto il secondo rapporto, questo studio abbraccia le nozioni relative all'apparecchio ed alla costruzione delle volte, che sono state esposte coi maggiori dettagli nella III.ª IV.ª e V.ª Sezione del III.° Libro, come pure nella III.ª Sezione del IV.° che tratta della murazione. Lo studio delle volte, considerato sotto il rapporto della loro spinta, è appoggiato su conoscenze teoriche che spiegano le condizioni e i principj di Statica in virtù dei quali esse si sostengono, il che forma la teoria delle volte che esporremo in questa Sezione.

Non si è cominciato che tardissimo a sentire la necessità di sottomettere il problema dell'equilibrio delle volte alle leggi della Meccanica. Sembra che gli antichi architetti, come anche quelli dell'epoca del risorgimento, non fossero guidati da principj certi e geometrici nella ricerca dei mezzi impiegati per assicurare le solidità di diverse parti dei loro edificj, e particolarmente delle volte (1). L'esperienza, l'imitazione, e *una meccanica naturale* (2) servivano loro di guida. Infatti, benchè osservisi in generale in tutti i loro monumenti una grande

(1) Vedi le note addizionali sulle Tavole.

(2) Introduzione alla Statica delle volte di Bossut, con cui termina il suo Trattato di Meccanica, pubblicato a Parigi, nel 1802.

sicurezza nei mezzi d'esecuzione, e l'apparenza d'un ardimento straordinario in alcuni di essi, *questi risultati sembrano nondimeno dipendere assai più dall'arte che dalla scienza.*

Vitruvio, che fioriva sotto Augusto, e che ha riunito nella sua opera tutte le conoscenze che ei riguarda come necessarie a quelli che esercitano la professione d'architetto, noo parla in verun modo de'soccorsi che dovevano prendere dalla Meccanica per conoscere e scomporre le forze, e per rimandare le spinte sopra appoggi capaci di sostenerle. Così non dice nulla dell'arte del taglio delle pietre e dei legni. Verisimilmente gli antichi architetti, e quelli che hanno brillato nel quattordicesimo e quindicesimo secolo, occnpati troppo esclusivamente di tutto ciò che riguardava la decorazione esterna e la distribuzione interna dei loro edifici, abbaodonavano quasi del tutto agli apparecchiatori la parte dell'arte che ha per oggetto la solidità ed il dettaglio dei mezzi di costruziooe: nel che essi hanno avuto sgraziatamente anche troppi imitatori fra quelli che loro sooo succeduti.

Parent e de la Hire dell'Accademia reale delle Scienze, credonsi i primi matematici che si sieno occupati della teoria delle volte; le hanno dapprima cοosiderate come un'unione di peducci o pietre tagliate in forma di coneo, suscettibili di scorrere senza ostacolo le une sulle altre come corpi le cui superficie fossero infinitamente levigate. In questa ipotesi, de la Hire ha provato nel suo *Trattato di Meccanica*, stampato nel 1695, come, affinchè uua volta a tutto sesto, di cui totte le commessure tendano ad uno stesso centro, possa sostenersi, sia d'uopo che i pesi dei peducci che la formano sieno fra loro come le differenze delle taogeoti degli angoli formàti da ciascun pedncoio; ma siccome queste taogeoti aumeotano in una proporzione graodissima, ne risulta che i peducci formanti le origini dovrebbero avere un peso infinito per resistere allo sforzo dei superiori.

Dietro questa ipotesi, non solameote le volte a tutto sesto sarebbero impossibili, ma tutte le rialzate o ribassate, la cui curvatura si unisce con piediritti verticali e paralleli. Di modo che non sarebbero possibili che le volte la cui curvatura fosse formata da corve aperte, formauti angoli coi piedritti verticali, come sono la parabola, le iperbole e la catenaria. Giova notare a questo oggetto che, nelle volte paraboliche e iperboliche, il peduccio che forma la chiave è quello che deve essere il più pesante, e avere maggior altezza, e che il peso degli altri

deve andare diminnendo dalla chiave fino alle origini; finalmente che la catenaria è la sola curva che possa formare dalle volte estradossate parallelamente, cioè che abbiano dappertutto un eguale spessore, perchè è la sola i cui peducci, divisi egualmente, dieno differenze di tangenti eguali. Vedi le figure 8, 9, 10 e 11 della Tavola XXVII e la spiegazione relativa, nel Libro III.° Tomo II.°, Sezione III.°, ove si parla della forma dell' estradosso delle volte.

Nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze del 1729, Couplet ha pubblicato una prima Memoria sulla spinta delle volte, nella quale ha adottato l'ipotesi de' peducci levigati, ma avendo riconosciuto in seguito che questa ipotesi non poteva convenire alle materie di cui si forman la volte, le ha considerate nella sua seconda Memoria, stampata nel 1730, siccome corpi talmente granosi che non potessero scorrere; ipotesi cha si allontana dal vero tanto quanto la prima.

Daniay dell'Accademia di Mompellieri, non volendo adottare veruna di queste ipotesi, fece fare molti modelli di volte di diverse curvature per consultare l'esperienza. Questi modelli erano estradossati parallelamente e divisi in peducci eguali, con piedritti abbastanza grossi per sostenerne lo sforzo. Per conoscere i punti ove esse erano suscettibili di disunirsi, quando i piedritti fossero troppo deboli, li caricò di diversi pesi. Da molte esperienze ripetute nella Seduta Pubblica del 1732, dedusse una regola pratica per trovare lo spessore dei muri o piedritti d'una volta a tutto sesto, per resistere alla sua spinta (1).

Il padre Derand ne aveva già dato una nel suo trattato d'architettura delle volte; ma questa regola non pareva fondata su alcun principio. Pure fu adottata da Francesco Blondel, e dal padre Dechallea e in seguito da de la Rue.

Gautier, architetto e ingegnere di Ponti e Strade, ne ha proposto un'altra nel suo trattato dei ponti, che non è meglio fondata di quella del padre Derando.

Alla fine del trattato teorico e pratico del taglio delle pietre di M. Fezier, questo autore ha aggiunto un'appendice sulla spinta delle volte, che è un estratto di ciò che era stato pubblicato sino allora su questo oggetto, da de la Hire, Couplet, Bernouilli e Danisy, con applicazioni a diverse specie di volte a tutto sesto, ed un mezzo di applicarle

(1) Questa regola è citata da Frezier nel terzo volume del taglio delle pietre, pagina 370.

alle volte sferiche, sferoidiche, annulari, ed alle volte composte. Egli è il primo che abbia tentato di fare queste applicazioni.

Coulomb e Bossut, membri dell'Istituto, si sono pure occupati della teoria delle volte. Il primo ha presentato, nel 1773, all'Accademia delle Scienze, una Memoria sopra alcuni problemi relativi all'architettura, fra i quali se ne trova uno sull' equilibrio delle volte.

Bossut ha fatto stampare nelle Memorie di quest'Accademia, del 1774 e 1776, due Memorie sopra la teoria delle volte a botte e su quelle a cupola, nelle quali parla della cupola della nuova chiesa di Santa Genevieffa, la cui possibilità era allora, come abbiamo già fatto conoscere, l'oggetto d'una contesa animata fra gli ingegneri e gli architetti.

In Italia, Lorgna, ingegnere militare e direttore della Scuola di Verona, ha pure trattato questa parte in un' opera che ha per titolo: *Saggi di Statica e Meccanica applicate alle arti;* finalmente, Mascheroni di Bergamo ha pubblicato nel 1785, un'opera a questo oggetto, intitolata: *Nuove ricerche sull' equilibrio delle volte*, ove parla delle cupole a basi circolare, ovale e poligona.

CAPO PRIMO

DELLA SPINTA DELLE VOLTE SEMPLICI

ARTICOLO I.

Ricerche sulla valutazione degli attriti relativamente alla Teoria delle volte.

Il desiderio di studiare profondamente questa parte essenziale dell'arte di edificare, mi ha condotto a leggere con attenzione le diverse opere degli autori che abbiamo citate. Leggendole ho rifatto tutte le operazioni in esse, fatte o indicate; ho applicato le loro formole a molti esempj presi sugli edifici eseguiti, e su modelli fatti espressamente: ho ripetuto tutte le esperienze in essi citate e ne ho fatto di nuove, affine di giugnere a scoprire la vera maniera con cui le volte agissero, ed applicarvi i principj di Meccanica, in modo da ottenere risultati che si accordassero con l' esperienza.

Da tutte queste ricerche e dalle osservazioni che sono stato al caso di fare, esaminando e facendo eseguire opere di questo genere, ho dedotto la teoria che ora svilupperò, ove mi sono proposto di non impiegare che le proposizioni e le operazioni più facili del calcolo e della geometria.

Esperienze sull' attrito

Ho cominciato da queste esperienze, affine di non traviare nelle mie ricerche con false ipotesi. Riporterò quelle da me fatte sugli ostacoli che impediscono alle pietre meglio tagliate e di grana più fina lo scorrere le une sulle altre, onde giugnere a valutare quanto questa difficoltà, che si chiama attrito, possa diminuire la spinta in una volta in pietra di taglio composta di peducci disuniti.

Osservazioni.

1.° Per fare scorrere un parallelepido ABCD di pietra sopra un piano orizzontale FG, Figura 1. Tavola CLXXXXIII, fa duopo che la potenza P, che trae o spinge parallelamente a questo piano, non sia più elevata della lunghezza della sua base AB, perchè se questa potenza agisce ad un punto più alto, come C, il parallelepipedo si capovolgerà invece di scorrere.

Siccome gli sforzi della potenza P ed M sono in ragione inversa delle altezze alle quali esse agiscono, ne risulta che un parallelepipedo scorrerà ogni qual volta la forza che occorrerebbe per farlo capovolgere sarà più grande di quella per farlo scorrere, e che al contrario si capovolgerà quando sarà necessaria minor forza per produrre questo effetto che per farlo scorrere.

2.° Se il piano su cui posa il parallelepipedo è inclinato, esso scorrerà ogni qual volta la verticale QS, condotta dal suo centro di gravità non uscirà dalla base AA. Così, per conoscere se un parallelepipedo a base rettangolare, come ABCD, figura 2, deve scorrere o cadere, fa d'uopo dal punto B innalzare la perpendicolare BE: se passa fuori del centro di gravità Q, scorrerà; se al contrario questa linea BE passa per di dentro, esso cadrà.

Se le superficie di pietre fossero infinitamente levigate, come si suppone, per generalizzare l'applicazione dei principj di meccanica, esse comincierebbero a scorrere dal momento chè il piano sul quale posa, cessa di essere perfettamente orizzontale; ma, siccome le loro superficie sono piene di ineguaglianze chè s'insinuano reciprocamente quando si sovrappongono, ho trovato colle esperienze ripetute molte volte, che quelle le cui superficie sono meglio tagliate non cominciano a scorrere sopra piani ben retti e fatti della stessa specie di pietre, che quando questi piani sono inclinati dai 28 gradi sino ai 36; perchè fa d'uopo, per così dire, sollevarle, ovvero tôrre queste ineguaglianze per farle scorrere. Questa difficoltà di muovere le pietre le une sulle altre cresce in ragione della ruvidezza delle loro superficie e sino ad un certo punto in ragione del loro peso: perchè è evidente, 1.° che più le superficie sono ruvide, più sono considerevoli le ineguaglianze che s'impegnano le une nelle altre.

2.° Che più il loro peso è grande, maggiore sforzo occorre per disimpegnarle, ma; siccome queste ineguaglianze possono esser tolte, la

massima forza per annullare l'attrito deve essere eguale a quella che produce questo effetto, qualunque possa essere il peso della pietra.

3.° Che questa forza deve essere piuttosto in ragione della durezza della pietra che del suo peso.

Facendo scorrere parallelepipedi di pietre dure di diverse grandezze, pesanti da 2 libbre sino a 60, ho sperimentato che l'attrito, che era più della metà del peso per le prime, si riduceva a meno del terzo per le ultime.

Ho notato dietro ogni sperienza fatta con le più grosse pietre, che si staccava dalle superficie afregate l'una con l'altra una polvere proveniente da queste ineguaglianze tolte. Con esperienze fatte su pietre tenere ho riconosciuto che la polvere proveniente dal distruggimento delle ineguaglianze le faceva strisciare più agevolmente.

Queste considerazioni, che potrebbero influire assai in pietre d'un peso considerabile, non influiscono relativamente alle esperienze che or citerò; non essendo mio scopo che di verificare su pietre dure di picciolissimo volome il risultato delle operazioni indicate dalla teoria.

Da esperienze fatte e ripetute con molta precauzione, su parallelepipedi in pietra *liàis* bene *squadrati* e appianati a gres, ho riconosciuto 1.° che non comincisno a scorrere che quando il piano formato della stessa pietra e appianato del pari, è inclinato un poco più di 30 gradi.

2.° Che per trascinare su questa pietra un parallelepipedo della stessa materia, fa d'uopo un poco più della metà del suo peso. Così per trascinare sur un piano orizzontale un parallelepipedo di 6 pollici di lunghezza, 4 pollici di larghezza, e 2 pollici di spessore, che pesava 4 libbre 11 oncie, occorreva una potenza orizzontale eguale a 2 libbre 7 oncie 4 grossi.

3.° Che la grandezza della superficie che produce attrito non influisce poichè fa d'uopo precisamente la stessa forza per far muovere questo parallelepipedo sulla faccia di 2 pollici di larghezza, come su quella che ne ha 4.

Considerando poi che, coi principj di Meccanica, si prova che per far salire un corpo perfettamente levigato ovvero un corpo rotondo sopra un piano omogeneo inclinato 30 gradi, fa d'uopo una potenza parallela a questo piano, che agisca con una forza un poco più grande della metà del suo peso, ho dedotto questa conclusione, a parer mio fondata, che *fa d'uopo tanta forza per trascinare un parallelepipedo in*

pietra di liais, sopra un piano orizzontale d'egual materia, quanta ne occorre per far salire un corpo rotondo o infinitamente pulito sopra un piano inclinato di 30 gradi.

Quindi ho pensato che, per applicare i principj di Meccanica agli archi composti di peducci in pietre di *liais*, tagliati e drizzati come il parallelepipedo delle esperienze precedenti, si poteva considerare il piano di 30 gradi, sul quale questi peducci si sostengono in equilibrio, come un piano orizzontale.

Ecco un'altra prova fornita dall'esperienza, per stabilire quest'ipotesi. Se si pone un parallelepipedo C (figura 3) di questa pietra, fra due altri B D, R S, ciascuno dei quali sia doppio di volume, e posti sopra un piano della stessa pietra, il parallelepipedo C si sostiene pel solo attrito delle superficie verticali che si toccano. Questo effetto è una conseguenza della nostra ipotesi; perchè le ineguaglianze delle superficie di questi corpi trovandosi impegnate le une nelle altre, fa d'uopo perchè il parallelepidedo C cada, che respinga i due altri BD, RS, facendoli scorrere sul piano orizzontale della stessa materia, e per ciò fa d'uopo che impieghi una forza eguale al doppio del peso sostenuto.

Se si applicano a questa esperienza i principj di Meccanica, prendendo il piano di 30 gradi per piano orizzontale, le faccie verticali E D, F R potranno essere considerate come piani inclinati di 60 gradi. Secondo questa ipotesi, si dimostra in Meccanica, che per sostenere un corpo fra due piani formanti un angolo di 60 gradi (figura 4) fa d'uopo che la resistenza di ciascuno di questi piani stia alla metà del peso da sostenere, come H D a D G, come il seno totale al seno di 30 gradi, ovvero come 1 a 2.

La resistenza di ciascun parallelepipedo rappresentata dal prisma A D B E, figura 3, essendo eguale alla metà del peso di essi, ne risulta che il peso da sostenersi dai due prismi deve essere eguale al quarto dei due parallelepipedi, presi insieme, o alla metà d'uno, il che conferma l'esperienza. Questo accordo mi ha determinato a fare l'applicazione di questa ipotesi a modelli di volte composti di peducci e di chiavi disunite, fatti in pietra di *liais* con tutta l'esattezza possibile; le commessure, e le pareti sono appianate a gres, come i parallelepipedi delle esperienze precedenti.

Il primo modello è un arco a tutto sesto di 9 pollici di diametro, compreso fra due semicirconferenze di cerchio concentriche, distanti

21 linee, ed è diviso in 9 peducci eguali. *Quest'arco, che ha 17 linee di spessore, si sostiene su piediritti di 2 pollici 7 linee di larghezza. Si è provato, diminuendo a poco a poco questi piediritti, aventi dapprima 2 pollici 10 linee, che questa era la minor larghezza che potessero avere per resistere allo sforzo dei peducci.*

Prima applicazione.

Sia questo modello di volta rappresentato dalla figura 5 (1); osserveremo, 1.° che il primo peduccio I, essendo posto sopra una commessura di livello, non solamente si sosterrà solo, ma potrebbe anche resistere, per l'attrito, ad uno sforzo eguale alla metà del suo peso.

2.° Che il secondo peduccio M, essendo sopra una commessura inclinata di 20 gradi, si sosterrà pure a motivo dell'attrito e che di più questi due peducci riuniti resisteranno, prima di rinculare sulla commessura A B, ad uno sforzo orizzontale eguale alla metà del loro peso.

3.° Che il terzo peduccio N, essendo posto sopra una commessura inclinata di 40 gradi, scorrerebbe, se non fosse ritenuto da una potenza P N che agisce in senso contrario.

4.° Che prendendo, dietro la nostra ipotesi, il piano di 30 gradi sul quale queste pietre si sostengono in equilibrio, per piano orizzontale, questa commessura inclinata di 40 gradi potrà essere considerata come un piano inclinato di 10 gradi supponendo i peducci levigati.

5.° Si troverà che lo sforzo della potenza orizzontale, che tratterrebbe questo peduccio in equilibrio su la sua commessura starà al suo peso come il seno di 10 gradi al suo coseno, come già si è dimostrato.

Il modello di volta di cui si tratta, avendo 9 pollici, ovvero 108 linee di diametro, per 21 linee di larghezza fra le due circonferenze concentriche formanti il suo spessore, la sua superficie intera sarà di 4257 linee quadrate, la quale divisa per 9, darà per quella di ciascun peduccio 473 linee. Così, indicando il peso di ciascun peduccio con la sua superficie, e chiamando P la potenza orizzontale, si avrà la proporzione P : 473 : : sen. 10.° : cos. 10.°

ovvero $P : 473 :: 17365 : 98481$, che dà $P = 83 \frac{4}{10}$.

(1) Il modello di cui si è parlato, e quelli di tutte le applicazioni che seguono, ora fanno parte della galleria dei modelli della Scuola Reale d' Architettura.

Il quarto peduccio O, essendo posto sopra una commessura di 60 gradi, sarà considerato come se fosse un piano inclinato di 30 gradi; il che darà, chiamando Q la potenza orizzontale che lo riterrebbe sulla sua commessura, Q : 473 :: sen. 30° : cos. 30° :: 50000 : 86603, cioè $Q = 273 \frac{3}{10}$.

La mezza chiave S, posta sopra una commessura inclinata 80 gradi, sarà considerata come se fusse sopra un piano inclinato di 50. La superficie di questa mezza chiave, che rappresenta il suo peso, essendo 236 1/2, se si chiama R la potenza orizzontale che la trattiene su la sua commessura, si avrà la proporzione R : 236 1/2 :: sen. 30° : cos. 30° :: 76604 : 64279, che dà $R = 281 \frac{9}{10}$.

Volendo conoscere se la somma degli sforzi orizzontali che occorrono per mantenere sulle loro commessure i due peducci N, O e la mezza chiave fosse capace di far rinculare il primo peduccio sulla sua commessura orizzontale AB, ho posto la mezza volta sopra un piano orizzontale della stessa pietra senza piedritti, ed ho sperimentato che, per farla rinculare, farebbe d'uopo uno sforzo orizzontale di più di 16 oncie, mentre non occorrono che 10 oncie per sostenere la mezza chiave e i due peducci N, O. Le due metà di volta riunite sostengono un peso di 5 libbre 2 oncie prima che i primi peducci rinculino.

Per trovare lo sforzo di ciascuno di questi peducci, quando la volta è elevata sopra i piedritti, ho abbassato dai centri di gravità N, O, S di questi peducci, le verticali Nn, Oo, Ss, per aver i bracci di leva delle potenze P, Q, R, che li sostengono sulle loro commessure, tendendo a far girare il piedritto che porta la mezza volta, sopra il suo punto d'appoggio T, il che darà pel loro sforzo

$$P \times Nn + Q \times Oo + R \times Ss.$$

L'altezza del piedritto essendo di 195 linee

si troverà Nn di 244, 94

Oo di 256, 26

ed Ss di 260, 50

Così si avrà

lo sforzo	$P \times Nn = 83,4 \times 244,94$, che dà	20427,996
	$Q \times Oo = 273,3 \times 256,26$, che dà	70035,858
	$R \times Ss = 281,9 \times 260,50$, che dà	73434,950
per l'effetto totale, rapporto al punto d'appoggio . . .		163898,804

Il piedritto resisterà a questo sforzo 1.° pel suo peso o per la sua superficie moltiplicata pel suo braccio di leva, determinato dalla distanza T u, dal punto d'appoggio T alla verticale abbassata dal centro di gravità G, sulla base del piedritto.

2.° Pel peso della mezza volta, moltiplicato pel suo braccio di leva V Y, determinato dalla verticale L Y' abbassata dal centro di gravità L, che diviene, rapporto al punto d'appoggio comune, T = T t ovvero VB — BY, affine di distinguere BY, che indica la distanza del centro di gravità della mezza volta, che si ritiene cognita, perchè lo può essere dietro le operazioni indicate alla pagina 13 della larghezza VB che deve avere il piedritto per resistere allo sforzo della mezza volta che si cerca.

Per giugnere a trovarla, chiamo p lo sforzo della volta che abbiamo trovato = 163898, 804.

L' altezza del piedritto	a,
La sua larghezza cercata	x,
Il peso della mezza volta	b,
La parte B Y del suo braccio di leva . . .	c,

La superficie del piedritto che rappresenta il suo peso, moltiplicata pel suo braccio di leva, sarà $ax \times \frac{x}{2} = \frac{axx}{2}$.

Quella della mezza volta moltiplicata pel proprio, indicato da VB × BY, ovvero $x + c$, sarà $bx + bc$

il che darà l' equazione $p = \frac{axx}{2} + bx + bc$,

$$\text{ossia } x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{2b}{a}c - \frac{2p}{a} = 0$$

$$\text{e quindi } x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$

I valori di queste quantità essendo sostituiti alle lettere che li rappresentano daranno l' equazione

$$x = \sqrt{\frac{163898,804 \times 2 - 2128 \times 2 \times 12\ 1/2}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

che dà, fatte tutte le operazioni indicate, x = 28 linee 1/4, *invece di 2 pollici 7 linee che si sono conservate a questi piedritti, acciò si sostengano con una stabilità un poco al di sopra dell' equilibrio.*

Altra applicazione, secondo un altro modo di valutare gli attriti.

Per avere una nuova prova delle verità di questa ipotesi, applicheremo allo stesso modello il metodo proposto da Bossut, membro dell' Istituto, nel suo Trattato di Meccanica, articoli 329 e 330 dell' edizione del 1775, e 272 e 273 dell' edizione del 1802.

Sia, figura 6, il peduccio N posto sopra un piano inclinato e sostenuto da una potenza Q, che agisce orizzontalmente. Dal centro di gravità abbasso la verticale N *n*, che prendo per esprimere il peso del peduccio. Questo peso si decompone in due sforzi, di cui uno N *c*, parallelo alla commessura, e l' altro N *a*, perpendicolare ad essa. Decompongo parimenti la potenza Q, espressa dalla parte Q N della sua direzione, in due sforzi, uno N *f*, parallelo alla commessura, e l'altro N *d* perpendicolare ad essa.

Avendo poi prolungato la linea della commessura H G, condotta l' orizzontale G I, ed abbassata la verticale H I, considereremo la linea H G come un piano inclinato, la di cui altezza è H I, e la base I G: ciò posto la forza N *c* con la quale il peduccio tende a discendere, starà al peso, come l'altezza H I del piano inclinato alla sua lunghezza H G: così chiamando *p* il peso del peduccio, si avrà la forza $N\,c = p \times \frac{HG}{HI}$, e la forza N *a* che preme sul piano, come la base del piano I G è alla sua lunghezza, il che dà la forza $N\,a = p \times \frac{IG}{HG}$.

Considerando del pari i due sforzi della potenza Q, che ritiene il peduccio sulla commessura inclinata, si troverà lo sforzo parallelo

$$N\,f = Q \times \frac{IG}{GH},$$

e lo sforzo perpendicolare $N\,d = Q \times \frac{IH}{HG}$. Lo sforzo risultante dalle due forze N *a*, N *d*, che premono la commessura, sarà espresso da

$$p \times \frac{IG}{HG} + Q \times \frac{H}{GH},$$

e siccome questo peduccio non comincia a scorrere che sopra un piano al di sopra di 30 gradi, l'attrito starà alla pressione come sen. 30 gradi è al suo cos., presso a poco, come 500 è a 866, ovvero $\frac{500}{866}$ della sua espressione: chiamando questo rapporto *n*, si avrà, per l'espressione dell' attrito.

$$\left\{p \times \frac{IG}{GH} + Q \times \frac{IG}{GH}\right\} n.$$

Siccome l'attrito impedisce al peduccio di scorrere sulla sua commessura, si avrà, nello stato d'equilibrio, la forza Nf eguale alla forza Nc, meno l'attrito: il che darà l'equazione,

$$Q \times \frac{IG}{HG} = p \times \frac{HI}{HG} - \left\{p \times \frac{IG}{GH} - Q \times \frac{IH}{HG}\right\} \times n.$$

d'onde si trae $Q = p \times \frac{HI - n \times IG}{IG + n \times IH}$, che servirà di formola per ciascun peduccio, sostituendo alle lettere il loro valore numerico.

Così per il terzo peduccio N, della figura 5, che è posto sopra un piano inclinato di 40 gradi, HI che rappresenta il seno di questa inclinazione, sarà 643, ed il suo coseno rappresentato da IG, 766; l'espressione dell'attrito indicato da n, sarà $\frac{500}{866}$, che si riduce a $\frac{15}{26}$; il peso del peduccio espresso dalla sua superficie sarà 473: tutti questi valori essendo sostituiti nella formola si avrà $Q = 473 \times \frac{643 - \frac{15}{26} \times 766}{766 + \frac{15}{26} \times 643}$, che dà, fatti i calcoli indicati, $Q = 83{,}6$, per l'espressione dello sforzo della potenza orizzontale P, che terrebbe il peduccio N in equilibrio sulla sua commessura, invece di 83,4, trovato coll'operazione precedente, che ha il vantaggio d'essere meno complicata.

La stessa formola $Q = p \times \frac{IH - n \times IG}{IG + n \times IH}$, dà per il peduccio M posto sopra una commessura inclinata di 60 gradi, il cui seno HI è 866, ed il coseno IG, 500, $Q = 473 \times \frac{866 - \frac{15}{26} \times 500}{500 + \frac{15}{26} \times 866}$, il cui risultato, dopo aver fatte le operazioni indicate, è 273,4, invece di 273,3, trovato coll'operazione precedente.

Per la mezza chiave, il seno HI essendo di 80 gradi, sarà espresso da 985, ed il suo coseno IG da 174; la mezza chiave da 236 1/2, e l'espressione dell'attrito da $\frac{15}{26}$.

La formola diverrà $Q = 236\ 1/2 \times \frac{985 - \frac{15}{26} \times 174}{174 + \frac{15}{26} \times 985}$, che dà, fatti i calcoli indicati, $Q = 282{,}2$, invece di $281\ \frac{9}{10}$, trovato coll'altro metodo:

queste leggiere differenze possono dipendere dall'aver soppresso le due ultime cifre dei seni e da alcuni residui di frazioni trasurati.

Moltiplicando questi valori delle potenze che tengono i peducci in equilibrio sui loro letti pel loro braccio di leva, che sono eguali a quelli dell' operazione precedente, si avrà la loro energia:

Pel peducio . . . . N, $83,6 \times 244,94 = 20476,98$;
Pel peduccio . . . . O, $273,4 \times 256,26 = 70061,48$;
E per la mezza chiave . . . S, $282,2 \times 260,50 = 73313,10$;

E per lo sforzo totale, rapporto al punto d' appoggio T 163851,56, che sarà il valore di p, il quale sostituito nella formola

$$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a}} + \frac{bb}{aa} - \frac{b}{a},$$

come pure il valore delle altre lettere, che è lo stesso dell' esempio precedente, si avrà

$$x = \sqrt{\frac{163851,56 \times 2 - 2128 \times 2 \times 12\ 1/2}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

che dà, fatte le operazioni indicate, $x = 28$ lince 16 per la larghezza dei piedritti, invece di 28 linee 1/4 trovate coll' operazione precedente.

Terza applicazione ad un modello di volta a piattabanda.

Il secondo modello sul quale abbiamo fatto l'applicazione dei due metodi precedenti, è una piattabanda della stessa pietra, figura 7 di 9 pollici di larghezza fra i piedritti. Questa piattabanda ha 21 linee di altezza per 18 linee di spessore; è divisa in 9 chiavi, le cui commessure tendono ad uno stesso centro. Per determinare la sezione delle commessure si è condotta sulla faccia della mezza piattabanda la diagonale F G, e dalla sua estremità F, che tocca il piedritto, la perpendicolare FO, fino all' incontro O della verticale che passa pel mezzo della larghezza fra i piedritti: a questo punto O tendono tutte le sezioni. I tagli dei piedritti che sostengono la piattabanda formano ognuno un angolo di 21 gradi 15 minuti colla verticale del mezzo, e 68 gradi 45 minuti con l' orizzontale F N.

Operandó per ciascuna chiave della mezza piattabanda, come abbiamo fatto pei peducci dell' arco precedente, abbiamo trovato che per ritenere la prima chiave A sulla commessura I F del piedritto, che

forma coll' orizzontale N F un angolo di 68 gradi 45 minuti, occorreva uno sforzo orizzontale di 217,50;

Pel secondo B	254,33;
Pel terzo C	298,75;
Pel quarto D	354,66;
Per la mezza chiave . .	212,83;

In tutto 1338,07.

L' altezza dei piedritti essendo di 195 linee, fino sotto la piattabanda, e di 216 linee fino al di sopra dell' estradosso, ne risulta che il braccio di leva, che è eguale per tutte le chiavi, è di 206 1/3, il che dà per lo sforzo della spinta, espressa da p nella formola

$$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{a}{b},$$

sarà 1338,07 × 206,33, cioè 276084.

b che esprime la superficie della mezza piattabanda, è di 1219 1/9;

c esprimente la distanza del suo centro di gravità alla verticale F $n = 24$, e l' altezza del piedritto, $a = 216$: sostituendo questi valori nella formola, diviene

$$x = \sqrt{\frac{276084 \times 2 - 2439 \times 24}{216} + \frac{1219\ 1/2 \times 1219\ 1/2}{216 \times 216}} - \frac{1219\ 1/2}{216},$$

che darà per il valore di x, dopo aver fatti i calcoli indicati, 42 linee 1/2. L'esperienza dà 44 linee per la minor larghezza dei piedritti, sui quali questo modello possa sostenersi; ma fa d' uopo richiamare ciò che abbiamo detto, Tomo II., Capo II. parlando dell' apparecchio di queste specie di volte, cioè, che le commessure delle sezioni non potendo essere perpendicolari alla superficie inferiore, ne risulta che gli sforzi delle chiavi non possono corrispondersi, e che spingono in falso gli uni contro gli altri, come si vede dalle linee Fa, 1c, 2e, e 3g, perpendicolari alle commessure contro le quali si portano questi sforzi, di modo che una simile volta non può sostenersi quando la perpendicolare FG non si trova entro lo spessore della volta. Queste volte non sono solide che quando esse possono comprendere un arco il di cui spessore sia eguale alla sezione sui piedritti IF, come si vede dalla figura 7 *bis*.

ARTICOLO II.

NUOVE OSSERVAZIONI SULLA MANIERA CON CUI LE PIETRE COMPONENTI LE VOLTE AGISCONO PER SOSTENERSI.

Sia, figura 10, una mezza volta circolare AHCDNB, composta d'una infinità di peducci che possano agire senza attrito, e che non si sostengano che per gli sforzi scambievoli ch'essi fanno gli uni sugli altri; deve risultarne 1.° che il primo peduccio rappresentato dalla linea AB, avendo le sue commessure sensibilmente parallele e orizzontali, agirà con tutto il suo peso, secondo la direzione verticale IE per consolidare il piedritto.

2.° Che il peduccio verticale CD, che rappresenta la chiave, avendo pure le sue commessure sensibilmente parallele, agirà con tutto il suo peso, secondo le direzioni orizzontali, per rovesciare le due mezze volte ed i piedritti che le sostengono.

3.° Che tutti gli altri peducci posti fra questi due estremi, agirebbero con sforzi misti G*n*, *nm*, *ml*, *l*K, K*h*, *hg*, *gf*, *f*T, che si approssimano ai due precedenti, e che possono scomporsi ciascuno in due altri, uno verticale e l'altro orizzontale: così lo sforzo misto K*h* può essere considerato come il risultato d'uno sforzo verticale 4*h*, e d'un altro orizzontale 4K.

4.° Che lo sforzo verticale di ciascun peduccio va diminuendo da T a G, ove diviene nullo per la chiave o peduccio CD, mentre gli sforzi orizzontali vanno aumentando in ragione inversa, di modo che il peduccio HN, che è al centro, ha uno sforzo verticale eguale al suo sforzo orizzontale.

5.° Che nelle volte, la cui curvatura è formata da una mezza circonferenza di cerchio, e che sono estradossate e di uniforme spessore, la circonferenza passante pel centro di gravità dei peducci, può rappresentare la somma di tutti gli sforzi misti che i peducci fanno gli uni sugli altri per sostenersi, agendo senza ostacoli col loro peso.

6.° Che se dai punti T e G si conduce da una parte la verticale TF, e dall'altra l'orizzontale GF, che s'incontrano al punto F, la linea TF potrà rappresentare la somma degli sforzi verticali che contribuiscono a

consolidare il piedritto, e F G la somma degli sforzi orizzontali che tendono a rovesciarlo.

7.° Che se dal punto K si conduce l'orizzontale I K L, fra le parallele F T e C O, la parte I K potrà rappresentare la somma degli sforzi orizzontali della parte inferiore della volta A H N B, e K L quella degli orizzontali della parte superiore H C D N.

8.° I peducci inferiori compresi fra T e K, essendo dominati dai loro sforzi verticali, la parte di volta A H N B tenderà a cadere internamente, rotando intorno al punto B, mentre i peducci compresi fra K e G, essendo dominati dagli sforzi orizzontali, la parte di volta H C D N respingerà la parte inferiore tendendo a farla rotare intorno al punto A.

9.° Gli sforzi orizzontali della parte superiore della volta, indicati da K L, agendo da L in K, e quelli della parte inferiore indicati da I K, in senso contrario dei primi, cioè da I in K, questi sforzi essendo direttamente opposti si distruggeranno se sono eguali, e la volta non avrà spinta; ma siccome essi sono sempre ineguali, la differenza di questi sforzi è quella che produce la spinta, e che agisce secondo la direzione della potenza più forte.

10.° Se si immagina che la larghezza B O d'una mezza volta diminuisce continuamente, mentre la sua altezza rimane la stessa, la somma degli sforzi orizzontali diminuirà nella stessa ragione; in guisa che se il punto B si confonde col punto O, lo sforzo orizzontale essendo annullato, non resterebbe più che lo sforzo verticale che agirebbe solo sul piedritto e contribuirebbe a consolidarlo, e non vi sarebbe nessuna spinta, poichè questa non sarebbe più una volta, ma un semplice piedritto continuato.

11.° Se al contrario diminuisce l'altezza O D, mentre la larghezza B O resta eguale, avverrà finalmente che la curva B D si confonderà colla linea retta B O e la volta diverrà un soffitto, o una volta piatta orizzontale. In questo caso, gli sforzi verticali che consolidano il piedritto essendo nulli, non resteranno più a questa volta per sostenersi che gli sforzi orizzontali, che agiranno soli con tutto il peso della volta; d'onde risulta che queste specie di volte devono essere quelle che spingono di più, e che le volte a botte circolare stanno tra le volte che non avrebbero spinta, e le volte piatte tra quelle la cui spinta sarebbe infinita, se le pietre di cui sono formate potessero scorrere liberamente le une sulle altre, e se le commessure fossero perpendicolari alla loro superficie inferiore come nelle altre volte.

12.° Abbiamo poc'anzi parlato degl'inconvenienti che risultano dalla necessità di far sì che le commessure delle volte piatte tendano ad un centro; perchè se le pietre potessero scorrere liberamente, siccome esse non potrebbero agire che in falso, le une contro le altre, i loro sforzi non potrebbero mai equilibrarsi nè distruggersi.

13.° Un'infinità d'esperienze fatte sopra cinquantaquattro modelli di volte di varie forme di curvature e d'estradosso, divise egualmente o inegualmente in un numero di peducci pari o dispari, mi hanno fatto conoscere che le pietre o peducci che compongono le volte agiscono piuttosto come leve, che come cunei o corpi che tendono a scorrere gli uni sugli altri.

14.° Che quando i piedritti sono troppo deboli per resistere agli sforzi dei peducci, molti di questi si uniscono insieme e non formano che una massa che tende a rotare intorno al punto opposto alla parte ove si apre la commessura.

15.° Le volte divise in numeri pari di peducci hanno più spinta di quelle divise in numeri dispari.

16.° In quelle divise in numero dispari e inegualmente, più la chiave è grande, minore è la spinta di esse; in guisa che il caso della spinta maggiore è quando si trova una commessura nel centro invece della chiave, come nelle volte divise in numeri pari.

17.° Una volta a tutto sesto divisa in quattro parti eguali ha più spinta che un'altra divisa in 9 peducci eguali.

18.° Le volte rialzate spingono meno di quelle a tutto sesto dello stesso diametro di eguale forma d'estradosso e divise del pari.

19.° La spinta non aumenta in ragione dello spessore delle volte; in guisa che, a condizione d'altronde eguale, una volta che abbia doppio spessore non ha già doppia spinta.

20.° Una volta a tutto sesto estradossata egualmente in tutta la sua estensione, essendo divisa in quattro parti eguali, non può sostenersi quando il suo spessore è minore della diciottesima parte del suo diametro; qualunque possa essere la resistenza dei piedritti ed anche senza piedritti.

21.° Ogniqualvolta nella grossezza d'una semivolta estradossata d'eguale spessore, si può condurre una linea retta dal suo punto d'appoggio esterno al centro dell'estradosso della chiave, figura 9, non si forma rottura nel mezzo dei reni, se i piedritti hanno lo stesso spessore che la volta al basso.

22.° Le volte, il cui spessore diminuisce dall'origine alla sommità, hanno minore spinta di quelle il cui spessore è dappertutto eguale.

23.° Le volte a tutto sesto ribassate, coll' estradosso orizzontale, hanno minore spinta di qualunque altra.

24.° Quando i piedritti d' un modello di volta sono troppo deboli per sostenerne la spinta, essi possono essere ritenuti da un peso doppio della differenza fra la spinta e la resistenza d' un piedritto, sospeso da un filo che passa per le commessure poste in mezzo dei reni o da un peso eguale a questa differenza, posto al di sotto di ciascuna commessura del mezzo dei reni, come si vede dalla figura 9. *Su questa proprietà è fondato il sistema d' armatura della piattabande del portico della chiesa di Santa Genevieffa, come si è detto nel* VII.° *Libro del Tomo* III.

Dietro l' esperienze da noi citate, e un gran numero d' altre che sarebbe troppo lungo riferire, da cui queste risultano, abbiamo stabilito una formola generale per determinare lo spessore dei piedritti di tutte le specie di volte a tutto sesto, estradossate d'egual spessore, qualunque sia la forma della loro curvatura.

Operazione.

Descritta la loro circonferenza media GKT, fig. 10, 12, 13, 14, 15 ec., dai punti G e T, si condurranno delle tangenti a questa curva che s'incontreranno nel punto F. Da questo punto, si condurrà alla circonferenza una perpendicolare FO, che la taglierà nel punto K; questo punto indicherà il sito ove si fa lo sforzo, più grande e la disunione che ne consegue, quando lo spessore dei piedritti è troppo debole per resistere allo sforzo della loro spinta.

Dal punto K, si condurrà fra le parallele TF e GO l' orizzontale IKL, che rappresenterà la somma degli sforzi orizzontali, e la verticale TF, che esprimerà quella degli sforzi verticali; la circonferenza media GKT indicherà quella degli sforzi misti.

Queste volte avendo dappertutto uno spessore eguale, la parte IK dell'orizzontale IKL moltiplicata per lo spessore della volta, esprimerà lo sforzo orizzontale della parte inferiore di ciascuna volta, e KL moltiplicata per lo stesso spessore sarà l'espressione di quello della parte superiore.

Questi due sforzi agendo in senso contrario, ed essendo direttamente opposti, si distruggeranno in parte; così portando IK da K in *m*, la

differenza mL, moltiplicata per lo spessore della volta, sarà l'espressione della spinta.

Questo sforzo agendo al punto K secondo la direzione orizzontale K H, il suo braccio di leva sarà determinato dalla perpendicolare P H, elevata dal punto d'appoggio P del piedritto a questa direzione, che è quella della spinta, di modo che la sua energia sarà espressa da

$$mL \times AB \times PH.$$

Il piedritto resisterà a questo sforzo,

1.° Col proprio peso, rappresentato dalla sua superficie $EP \times PR$, moltiplicata pel suo braccio di leva P S, determinato da una verticale abbassata dal centro di gravità Q; il che darà per espressione della resistenza del piedritto $EP \times PR \times PS$.

2.° Colla somma degli sforzi verticali della parte superiore di ciascuna volta rappresentata da $MK \times AB$, agendo questi sforzi al punto K, il loro braccio di leva, rapporto al ponto d'appoggio del piedritto P, sarà K H.

3.° Colla somma degli sforzi verticali della parte inferiore rappresentata da I T moltiplicato per A B, questa somma agendo al punto T, avrà T E per braccio di leva; così nel caso d'equilibrio, si avrà

$$(ML \times AB)\,PH = (PE \times PR)\,PS + (MK \times AB)\,KH + (IT \times AB)\,TE;$$

ma siccome in questa equazione non si conosce nè $PR = BE$, nè P S, nè K H, nè T E, fa d'uopo ricorrere ad una equazione algebraica, nella quale indicheremo lo sforzo della spinta espressa da

$mL \times AB$, con . . . . p
l'altezza del piedritto P E con . . . . a
$EH = TI = KL = KV$, con . . . . a
P H con . . . . $a + d$
$EB = PR$ con x
P S con . . . . $\frac{x}{2}$

la somma degli sforzi verticali della parte superiore $MK \times AB$ con m
quella degli sforzi della parte inferiore $IT \times AB$ con . . . . n
la parte iK dell'orizzontale I K L con c
T B eguale alla metà dello spessore dell'arco, con . . . . e
il braccio di leva K H con . . . . $c \times x$
il braccio T E con . . . . $x - e$

L'equazione precedente diverrà

$$pa + pd = \frac{axx}{2} + m(c+x) + n(x-e),$$ od anche

$$xx + \frac{2(m+n)x}{a} = 2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a},$$

e finalmente

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

in cui $m + n = b$.

Quest'ultima equazione sarà una formola per trovare lo spessore dei piedritti di tutte le specie d'archi e di volte a botte estradossate d'eguale spessore. Per farne l'applicazione, prenderemo per primo esempio un modello di un arco a tutto sesto, interamente estradossato d'eguale spessore, rappresentato dalla figura 12.

Quest'arco ha 36 pollici 3 linee di diametro e 3 pollici di spessore, rinchiuso fra due circonferenze concentriche; è diviso in quattro parti eguali da una commessura verticale in mezzo, e due altre inclinate di 45 gradi.

I piedritti sui quali è elevato hanno 40 pollici 4 linee di altezza. Segnando sul disegno di questo modello le linee poc'anzi indicate, prendendo, per maggior esattezza, i millesimi di pollice si troverà che il valore di PE descritto nella formola con a è di 40,333
Quello di EH = TI = KL = KV, indicato con d, è di 13,876
ML × AB, che esprime la spinta indicata con p essendo
8,127 × 3, sarà 24,381
$2p$ 48,762
$2pd$, che indica 48,762 × 13,876, sarà 676,621
2 MK × AB × KH, espresso da $2mc$, sarà 5,749 × 3 × 4,249. 73,282
$2ne$, che rappresenta IT × AB × AB sarà 13,876 × 3 × 3 124,824
$b = m + n =$ (MK + IT) × AB = 19,625 × 3 sarà . . 58,875
a = EP, che esprime l'altezza del piedritto che è
40,333, $\frac{b}{a}$ sarà $\frac{58,875}{40,333}$ che si riduce a 1,459
E $\frac{bb}{aa}$ 2,128

Sostituendo questi valori nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$$

si avrà

$$x = \sqrt{48,762 + \frac{676,621 + 124,824 - 73,282}{40,333} + 2,128} - 1,459$$

che dà, fatti i calcoli indicati, $x = 5,8$ ovvero 5 pollici 9 linee 1/2, per la grossezza dei piedritti, la cui resistenza fosse in equilibrio con la spinta di quest'arco, supponendolo d'esecuzione perfetta, *ma siccome non è possibile toccare a questo grado di perfezione, benchè questo modello sia fatto con molta precisione, non comincia a sostenersi se non quando lo spessore dei piedritti è di 6 pollici e 3 linee.*

Quando questo spessore è di 7 pollici 1/2, l'arco sostiene alla sua sommità, al di sopra della commessura verticale che lo divide in due, un peso di 3 libbre equivalente ad 8 pollici di superficie dell'arco in aumento sulle parti superiori che cagionano la spinta, il che dà, per valore di $2p$, della formola 56,762, invece di 48,762, onde l'equazione diviene

$$x = \sqrt{56,762 + \frac{787,629 + 124,828 - 86,458}{40,333} + 2,430} - 1,55$$

che dà, fatte le operazioni, $x = 7,366$ *ovvero 7 pollici 3 linee 1/21 non è possibile ottenere un accordo più perfetto della teoria con l'esperienza.*

Altro metodo per servire di prova al precedente.

Avendo notato che nei modelli d' arco divisi in numero pari di peducci, quando i piedritti sono troppo deboli per resistere alla loro spinta, la commessura di mezzo si apre nel di sotto, e quelle nel mezzo dei reni al di sopra, come si vede rappresentata dalla figura 11, ho voluto applicare a questo effetto la teoria dei prismi che tendono a cadere o ad essere rovesciati da una potenza.

Così, prendendo per esempio il modello precedente, considero dapprima il mezzo arco unito al suo piedritto, e non formante che un solo pezzo: è evidente in questa supposizione, che la mezza volta essendo posta sopra un piano orizzontale, se la verticale abbassata dal suo centro di gravità passa fuori del punto d' appoggio R, essa non potrà sostenersi che col mezzo d' una potenza G, che le impedisce di cadere rotando intorno al punto R. Ma se si congiungono due mezze volte simili ed opposte, gli sforzi coi quali esse agiranno essendo eguali e direttamente opposti, si distruggeranno, e la volta intera si sosterrà.

Considerando poscia la volta divisa in quattro parti posate su piedritti, è certo ch'essa non potrà sostenersi che nel caso in cui lo sforzo delle parti superiori non sia più grande di quello che tende a far rotare ciascun mezz' arco, considerato da un pezzo solo, intorno al suo punto d' appoggio R: ciò posto, se dal centro di gravità G del peduccio superiore, si abbassa la verticale Gg, e dal punto N, considerato come un appoggio, si conduce l' orizzontale Ng e la verticale Nn, si potrà considerare questo peduccio come tendente a capovolgersi, e sostenuto da una potenza orizzontale P, agente all' estremità del braccio di leva Nn. Abbiamo già fatto vedere che nel caso d' equilibrio, il prodotto del peso del peduccio pel braccio di leva Ng deve essere eguale a quello della potenza P per l' altro braccio di leva Nn; di modo che indicando il peso del peduccio con Q, si deve avere $Q \times Ng = P \times Nn$, d' onde si ha $P = \frac{Q \times Ng}{Nn}$.

Per avere questo valore di P, fa d' uopo indipendentemente dalla superficie di questo peduccio, che rappresenta il suo peso, conoscere la posizione del suo centro di gravità, che si troverà operando, come abbiamo già indicato, cioè, fa d'uopo, 1.° Cercare il centro di gravità del grande settore C H O, nel quale il peduccio è compreso.

2.° Quello del picciolo settore D N O.

3.° Moltiplicare la superficie di ciascuno di questi settori, per la distanza del loro centro di gravità al centro comune O.

4.° Sottrarre il più picciolo prodotto dal più grande, e dividere il resto per la superficie del peduccio: il quoziente darà la distanza del centro di gravità del pedoccio allo stesso centro O.

Si è detto che per trovare il centro di gravità d'un settore, fa d'uopo moltiplicare il doppio raggio per la corda, e dividere questo prodotto per tre volte la circonferenza.

In questo caso, il raggio del grande settore sarà . . . 21,125
la corda . . . 16,168
e la circonferenza . . . 16,600

Così l' operazione sarà $\frac{21,125 \times 2 \times 16,168}{16,60 \times 3}$, che darà, dopo essere stata eseguita, la distanza del suo centro O = 13,72.

Il raggio del picciolo settore essendo 18,125
la corda 13,870
e la circonferenza 14,240

l' operaziooe sarà $\frac{18,125 \times 2 \times 13,87}{14,24 \times 3}$ che da 11,77 per la distanza del suo centro di gravità al centro O.

Il prodotto della superficie del grande settore, per la distanza del suo ceotro di gravità al centro O, sarà espresso da

$\frac{16,60 \times 21,125}{2} \times 13,72$ . . . . $= 2404,63$

E per il picciolo settore

$\frac{14,24 \times 18,125}{2} \times 11,77$ . . . . $= 1518,98$

Il che darà per la differenza 885,71

Questa differenza esprimerà il momento del peduecio, cioè il prodotto della sua superficie per la distanza dal suo eentro di gravità al centro O.

Questa superficie, essendo eguala alla differenza dei due settori, sarà 46,29; si avrà la distanza del ceotro di gravità di questo peduccio dividendo 885,71 per 46,29, di cui il quoziente darà 19,13 per questa distanza.

Per avere la distanza della verticale abbassata da questo centro di gravità al punto d'appoggio N, si eercherà dapprima la sua distanza alla verticale CO, con questa analogia: il seno totale stà al seno dall' angolo HOC, ehe si troverà di 22 gradi 30', come 19,13 ad un quarto termine, che darà per questa distanza 7,32.

Si eercherà poi la distaoza del punto N alla stessa verticale CO con questa analogia: sen. tot.: sen. 45° :: 18,25 ad un quarto termine che sarà 12,81; da eui togliendo 7,32 il residoo 5,49 sarà la distanza cercata Ng, ehe è il braccio di leva del peso del peduccio riunito nel suo centro di gravità.

Così esprimeodo questo peso colla superficie del peduecio, si avrà per la sua energia $46,29 \times 5,49 = 254,13$. Ma siccome la potenza deve agire al punto C, si avrà la sua espressione rapporto a questo punto, dividendo 254,13 per $Nn = 8,315$, che darà per questa espressione 30,56. Siccome essa agisce al punto C, il suo braccio di leva sarà $40,333 \times 21,125 = 61,458$, e la sua energia $30,56 + 61,458 \times 1878,156$. Il piedritto caricato della mezza volta resisterà a questo effetto, 1.° pel proprio peso espresso dalla superficie moltiplicata pel suo braccio di leva, più ool

peso della mezza volta, espresso pure dalla superficie di essa moltiplicata pel suo braccio di leva, il quale sarà espresso dalla verticale abbassata dal suo centro di gravità al punto B. Per ottenerla, si opererà per questa mezza volta come abbiamo fatto per il peduccio superiore, e si troverà per questa distanza 7,135; la superficie della mezza volta essendo 92,575, questo sforzo sarà 661,236.

Per trovare lo spessore del piedritto, bisognerà prendere la formola,

$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, nella quale p esprime l'energia della spinta che abbiamo trovato . . . . $=$ 1878,156

$b =$ 95,575

e $bc =$ 631,236

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà

$$x = \sqrt{\frac{3756,313 - 1322,472}{40,333}} + 5,24 - 2,29,$$

che darà, fatte le operazioni indicate, $x = 5,80$, cioè precisamente lo stesso risultato che dà il metodo precedente; ciò prova la certezza del primo, che ha il vantaggio d' essere meno complicato, e che non esige le operazioni per trovare i centri di gravità che rendono quest'ultima più lunga e più difficile. Nullameno essa è qualche volta la sola di cui si possa far uso per le volte non estradossate d'eguale spessore, o che sono irregolari, come faremo vedere in seguito.

Seconda applicazione.

Prenderemo ad esempio il modello d'arco in pietra di *liais*, rappresentato dalla figura 5, di cui si è poc'anzi parlato, diviso in 9 peducci eguali, estradossati a 21 linee di spessore, il cui diametro interno è di 9 pollici.

Avendo tirato le linee poc'anzi indicate si troverà mL × AB, indicate nella formola con

$p = 26,7 \times 21$, che dà 560,70

e per $2p$ 1121,40

EH = TI = KL = KV, indicato da d, sarà 45,60

il che darà per $2pd$ 5113,584

$2ne$, indicante il doppio dello sforzo verticale della parte inferiore dell'arco moltiplicato per la metà di AB, sarà
$45,6 \times 21 \times 21$ che dà 20109,60
$2mc$, che indica il doppio dello sforzo verticale della parte superiore, moltiplicato per iK, sarà $\overline{18,9 \times 21 \times 2 \times 8,4}$ che dà, fatti i calcoli indicati 6667,92
a, che indica l'altezza dei piedritti, essendo 195, e $b = m + n = 64,5 \times 21 = 1354,5$:

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{1354,5}{195} =$ 6,94

e $\frac{bb}{aa}$ 48,163

Tutti questi valori sostituiti nella formola daono

$$x = \sqrt{1121,40 + \frac{5113,584 + 20109,6 - 6667,92}{195} + 48,163} - 694,$$

che dà, fatti i calcoli indicati, $x = 28,62$, cioè 28 linee 2/3, invece di 28 linee 1/4, che abbiamo trovato coi metodi precedenti.

Fatti due mezzi peducci, e fissati gli altri insieme, affine d'avere un arco diviso in quattro parti eguali, esso non ha potuto sostenersi che sopra piedritti di 30 linee di spessore; il che prova che questa maniera di dividere le volte è quella che produce la maggiore spiota, come abbiamo già osservato, pagina 230 N. 17.

Terza applicazione.

Il modello, figura 12, sul quale abbiamo fatto questa applicazione, è in pietra di Conflaos; esso fa parte della collezione d'archi dello stesso diametro, spessore, e della stessa altezza de'piedritti, ma di diverse curvature e forme d'estradosso, che feci fare, affine di poter paragonare in modo più immediato i loro sforzi e la maniera con cui essi agiscono.

Questo modello a tutto sesto, ha 9 pollici, ovvero 108 linee di diametro, sopra 9 linee di spessore; è diviso in quattro parti eguali; i piedritti hanno 10 pollici ovvero 120 linee di altezza.

Tirate le linee poc'anzi indicate, si troverà pel valore della spinta, indicato da $mL \times AB$, e da p nella formola $24,22 \times 9$,
che dà 217,98
e per $2p$ 435,96

$EH = TI = KL = KV$, indicato da d, sarà 41,36
il che dà per $2pd$ 18031,30
n, che indica $TI \times AB$, sarà $41,36 \times 9 =$ 372,24
$e = \frac{AB}{2}$ essendo 4,5, $2ne$ sarà $372,24 \times 9 =$ 3350,16
m, che indica $KM \times AB$, sarà $17,14 \times 9 =$ 154,26
e c, che rappresenta iK, essendo 12,64, si avrà
$2mc = 308,5 \times 12,64$ che dà 3899,69
a, che indica l'altezza dei piedritti, essendo 120, e
$b = m + n = 372,24 + 154,26 = 526,5$, si avrà
$\frac{b}{a} = \frac{526,5}{120}$, che si riduce a 4,387, e $\frac{bb}{aa}$ sarà $=$ 19,245

Questi valori sostituiti nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$ daranno

$$x = \sqrt{\frac{435,96 + 3350,16 - 3899,69}{120} + 19,245} - 4,387,$$

cioè, fatti i calcoli indicati $x = 20,123$, ovvero 20 linee 1/8 per lo spessore dei piedritti, che farebbe equilibrio colla spinta di quest'arco, perfettamente eseguito: ma siccome abbiamo già rimarcato che questa perfezione è impossibile, come pure il calcolo rigoroso degli sforzi, a motivo delle irregolarità insensibili ed inevitabili che trovansi sempre, qualunque precauzione che si prenda, ed a motivo della natura della pietra di cui è formato, che non conserva così bene i suoi spigoli come la pietra di liais (questi spigoli essendo essenziali ai punti d'appoggio P, N e C, intorno ai quali si fanno gli sforzi); ne risulta che questo modello, recentemente tagliato e accomodato, si sostiene su piedritti di 20 linee 3/4 di spessore, ma non può più sostenersi che sopra piedritti di 21 linee 1/2, quando questi spigoli sono scantonati.

Fa d'uopo anche osservare che nell'applicazione testè fatta, abbiamo considerato l'arco ridotto alla sua circonferenza media TKG, e come tendente a rotare intorno al punto T, mentre a cagione del suo spessore, non può girare realmente che sul punto B.

Così, nell'applicazione della nostra formola, invece di portare IK da K in m, basterà portare iK; il che darà, pel valore di p, $mL \times AB = 28,72 \times 9$, cioè 258,48, e per $2p$ . . . 516,96
d essendo sempre 41,36, $2pd$ sarà 21381,46

Considerando la parte inferiore dell' arco come tendente a rotare sul punto B, lo sforzo verticale IT sarà trasportato in iB; allora TB rappresentato da e diverrà zero, come pure $2ne$.

$2me$ sarà sempre	3899,69
$\frac{b}{a}$ sarà sempre	4,387
e $\frac{bb}{aa}$	19,245

Con questa modificazione, $2ne$, non avendo più valore, la formola si riduce ad $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, che darà l'equazione

$$x = \sqrt{516{,}96 + \frac{2138{,}46 - 3899{,}69}{120} + 19{,}245} - 4{,}387,$$

la quale dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $x = 20{,}14$, cioè 20 linee 1/7 circa. Questa maniera di far l'applicazione, che dà un risultato un poco più forte, è preferibile in pratica.

Queste applicazioni non sono divenute così complicate, se non perchè abbiamo voluto trovare uno spessore di piedritto, che faccia precisamente equilibrio colla spinta; ma siccome è indispensabile, per la solidità, che la resistenza sia più forte, basta, per avere lo spessore dei piedritti, prendere la radice quadrata del primo termine $2p$ del secondo membro della formola, che esprime il doppio della spinta, indicata da $mL \times AB$, che dà per quest' ultimo esempio $28{,}72 \times 9 = 258{,}48$ pel valore di p, e per quello di $2p$, 516,96, la cui radice quadrata 22,73, ovvero 22 linee 3/4, indicherà lo spessore che conviene dare ai piedritti per procurare ad essi la solidità conveniente.

È bene osservare che questo spessore è sufficiente, qualunque sia l'altezza dei piedritti; perchè esaminando con attenzione l'ultima formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$

si vedrà che le quantità espresse da $2pd - 2mc + bb - b$, essendo tutte divise per a, che indica l'altezza dei piedritti, deve risultarne che se questa altezza fosse infinita, queste quantità diventerebbero zero, di modo che non resterebbe della formola precedente che $x = \sqrt{2p}$. *Dunque, la radice quadrata del doppio della spinta dà uno spessore sufficiente, qualunque possa essere l'altezza dei piedritti.*

Qoesto risultato è confermato, quant'è possibile dall'esperienza; perchè sperimentando quest' ultimo modello d' arco su piedritti di 10, 15, 20 e sino a 25 pollici di altezza, ho trovato che si sosteneva sopra questi piedritti, benchè il loro spessore non fosse che 21 linee 1/2, invece di 22 linee 3/4, che dà la formola: così qoest' ultimo spessore deve bastare per gli archi estradossati del tutto, l'altezza de' quali non oltrepassi tre volte il diametro, che è la più grande proporzione che i Goti abbiano dato alle navate delle loro chiese.

Benchè l' estrazione della radice quadrata non sia un' operazione difficile, soprattutto servendosi dei logaritmi, o delle tavole che molti autori hanno fatto stampare, e fra le altre quelle fatte da Seguin maggiore, appaltatore de' fabbricati, daremo un metodo geometrico semplicissimo per trovare lo spessore da dare ai piedritti di tutte le specie di volte estradossate d' eguale spessore.

Metodo geometrico.

Qualunque sia la curvatura della volta, dopo aver tracciata la curva media T K G (Figure 12, 13, 14, 15, ecc.), la secante F O perpendicolarmente alla curvatura della volta, e dal punto K ove questa secante taglia la curva media, condotta l'orizzontale I K L, ed elevata dal punto B una verticale che incontra l'orizzontale I K L nel punto *i*, si porterà *i*K da K in *m*, e la parte *m*L da B in *h*, e il doppio dello spessore della volta da B in *n*. Si dividerà quindi *hn* in due parti eguali al punto *d*, dal quale, come centro, e con un raggio eguale alla metà di *hn*, si descriverà una mezza circonferenza di cerchio che taglierà in E l'orizzontale B A prolungata. La parte B E indicherà lo spessore che si dovrà dare ai piedritti di ciascuna di queste volte, perchè possa resistere con una solidità conveniente allo sforzo della spinta di esse.

Questa operazione darà per il modello grande di volta in pietra di Conflans di 36 pollici 3 linee di diametro, 7 pollici 1/2 ovvero 90 linee.

Per quello in pietra di liais di 9 pollici di diametro, 39 linee 1/2.

E per quello dell' esempio precedente 22 linee 3/4.

È facile assicurarsi del rigore matematico di qnesta operazione, e della certezza dei risultati ch'essa deve dare, rimarcando che la costruzione ch'essa esige si riduce alla soluzione grafica del problema seguente: Trovare il lato B E d' un quadrato che sia eguale ad una superficie

data $mL \times 2e$. Espressione, che non è altro che $2p$, ed abbiamo veduto precedentemente che $x = \sqrt{2p}$ era un limite più che sufficiente; quindi si può concludere che lo spessore BE, ottenuto dal metodo geometrico, sarà sufficiente in tutti i casi, in cui la nostra formola è applicabile. La cassinoide, che non si impiega comunemente nelle costruzioni, è la sola curva per la quale la formola grafica dà lo spessore BE minore di quello indicato dall' esperienza; come vedremo.

Quarta applicazione. Volte rialzate.

Desiderando conoscere la più vantaggiosa curvatura per le volte rialzate, ho fatto fare della stessa pietra tre modelli d' archi rappresentati dalle figure 13, 14 e 15, dello stesso diametro del precedente, la cui elevazione di curvatura era di 81 linee. Quello su cui faremo l'applicazione, ha la sua curva interna formata da una mezza elisse, e divisa in quattro parti da una commessura verticale nel mezzo, e due altre verso la metà dei reni determinate dalla secante FO, perpendicolare alla curvatura interna.

Descritta la circonferenza media GKT, condotte l'orizzontale IKL e la verticale B i, si troverà $KL = 36\ 3/4$
$IK = 21\ 3/4$
$iK = 17\ 1/4$
$IT = 66\ 1/2$
$MK = 19 = d$.

Lo sforzo della spinta indicato da $KL - iK = mL$, sarà $19\ 1/2 \times 9$, che darà per l' espressione p della formola, 175,5.
e per $2p$, 351.

d essendo 66,5, $2pd$ sarà $351 \times 66{,}5$ che dà 23341,5
m, che indica $KM \times AB$, sarà 19×9, che dà 171,0
c, che indica iK essendo $17\ 1/4$, si avrà
$2mc = 171 \times 17\ 1/4 \times 2$, che dà 5899,50
L' altezza dei piedritti indicati da $a =$ 120,00
b, che esprime la somma degli sforzi verticali $m + n$ sarà eguale a $MK + IT \times AB$, ovvero $19 + 66\ 1/2 \times 9$, che dà 769,50

Così $\frac{b}{a}$ sarà $\frac{769{,}5}{120}$, che si riduce a 6,41

Finalmente $\frac{bb}{aa}$ sarà 41,11

Sostituendo questi valori nella formola

$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, si avrà l'equazione

$x = \sqrt{351 + \frac{23341,5 - 5899,5}{120} + 41,11} - 6,41$, che dà, dopo aver fatti i calcoli indicati, $x = 16,77$, cioè un poco più di 16 linee 3/4.

Questo modello di volta non comincia a sostenersi che su piedritti di 17 linee.

Non prendendo che la radice del doppio della spinta, che è, in questo caso, 351, si troverà 18 linee 3/4 come pel metodo geometrico.

Quinta applicazione.

Il modello, figura 14, sul quale or faremo l'applicazione della formola qui sopra, ha la stessa altezza di curvatura, lo stesso spessore, lo stesso diametro e la stessa altezza dei piedritti del precedente; ma la curva interna che forma la sua curvatura, invece d'essere una elisse, è formata dalla cassinoide, specie di curva più aperta dell'elisse, e di cui si è già parlato al Tomo II.°, Libro III.°

Tracciata al solito, la curva media G K T, le tangenti T F e G F, la secante F O, l'orizzontale I K L, le verticali M K e B i, si troverà

K L =	39 lin.
i K =	15,00
T I = B i	67,67
M K	17,83
e M L = K L — i K sarà 39 — 15 =	24,00
e m L × A B, indicato da p nella formola, =	216,00
$2p$ =	432,00
T I, rappresentato da d, essendo 67,67, $2pd$ sarà	29233,44
m, che indica K M × A B, sarà 17,83 × 9, che dà	160,47
c, che indica iK, essendo 15, si avrà $2mc$ = 160,47 × 15 × 2, che dà	4814,10
l'altezza dei piedritti indicata da a, essendo	120,00
e b, che esprime la somma degli sforzi verticali $m + n$, sarà, come poc'anzi, 85,5 × 9, che dà	769,50
e $\frac{b}{a}$ =	61,41
$\frac{bb}{aa}$ =	41,11

Questi valori sostituiti nella formola daranno l'equazione

$x = \sqrt{432 + \frac{29233,44 - 4814,10}{120} + 41,11} - 6,41$, che dà, fatte le operazioni indicate, $x = 19,62$ ovvero 19 linee 2/3: non prendendo che la radice $2p = 432$, si trova 20,79; ovvero un poco più di 20 linee 3/4, come col metodo geometrico.

L'esperienza fa conoscere che questo modello non può sostenersi che quando le parti inferiori dell'arco sono unite ai piedritti, o quando i piedritti sono prolungati fino in e; allora la volta si sostiene quasi in equilibrio sopra piedritti di 20 linee di spessore.

OSSERVAZIONE.

Abbiamo poc'anzi detto, che una volta od arco a tutto sesto, estradossato d'eguale spessore, non può sostenersi, qualunque sia lo spessore dei suoi piedritti, se lo spessore di questa volta ad arco ha meno della diciottesima parte del suo diametro: nelle volte rialzate che hanno per curvatura la cassinoide, fa d'uopo, perchè esse si sostengano, che il loro spessore sia più della nona parte del diametro; così quella di cui si è parlato non comincia a sostenersi senza piedritti che quando il suo spessore è più di 12 linee 1/2, d'onde risulta che questa curva non potrebbe convenir per archi o volte che dovessero essere intieramente estradossate d'eguale spessore.

Sesta applicazione.

Il modello, figura 15, sul quale abbiamo fatto questa applicazione, ha le stesse dimensioni del precedente; ma la sua curvatura è formata da due mezze cicloidi con una commessura verticale nel mezzo, e due altre verso il mezzo dei reni, determinate, come nell'esempio precedente, con una perpendicolare F O, alla curva condotta dal punto F, ove s'incontrano le tangenti condotte dai punti G e T della circonferenza media G K T: condotta dal punto K l'orizzontale I K L, si troverà K L = 35 1/4

iK = 18 3/4

T I = 65 1/2

M K = 20, 00

La spinta p, indicata da m L × A B, sarà 16 1/2 × 9 . . = 148 1/2

il che dà per $2p$ 297,00
T I, rappresentato da d, essendo 65,5 si avrà $2pd$ . . = 19453,50
m, che rappresenta K M × A B, sarà 20 × 9, che dà . 180,00
c, che rappresenta i K, essendo 18,75, si avrà $2mc$. = 6750,00
b, che esprime la somma degli sforzi verticali $m+n$, sarà,
come nell' esempio precedente, ... 769,50
ed $a = 120$; di modo che $\frac{a}{b}$ sarà ancora 6,41

e $\frac{bb}{aa}$ 41,11

Questi valori sostituiti nella formola danno

$$x = \sqrt{297 + \frac{19453,5 - 6750}{120} + 41,11} - 6,41,$$

che dà, fatte le operazioni, $x = 14,66$ ovvero 14 linee 2/3: *questo modello comincia a sostenersi sui piedritti di un poco più di 15 linee.*

Non prendendo che la radice di $2p = 297$ esprimente il doppio della spinta, si trova 17 linee $\frac{24}{100}$, come col metodo geometrico.

Non è già necessario, come nell' esempio precedente, attaccare i peducci inferiori coi piedritti. Il calcolo e l' esperienza provano ch'essa può sostenersi essendo egualmente estradossate con uno spessore un poco più forte della diciottesima parte del suo diametro, come gli archi a tutto sesto.

Paragonando gli spessori 16, 77, 19, 62 e 14, 96, *trovati pei tre precedenti modelli di volta, si vede che la curvatura più vantaggiosa è quella formata dalla cicloide, e quella formata dalla cassinoide è la più svantaggiosa*, e *che l' elisse stando fra esse deve essere preferita.*

Veramente i costruttori non impiegano mai la cicloide nè la cassinoide; ma le curvature ch' essi formano con archi di cerchio possono però avvicinarsi più o meno a queste curve.

Settima applicazione ad un arco gottico.

Il modello, figura 16, sul quale abbiamo fatto questa applicazione, ha le stesse dimensioni dei precedenti, estradossato d'eguale spessore, e diviso in quattro parti.

Descritta la circonferenza media e le altre linee come negli esempj

precedenti, si troverà iK indicato nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}, \text{ da } C = \quad 20,$$

KL = 34
mL = 14
IT, indicato da d, = 63
MK = 23
AB = 9
mL × AB, indicato da p nella formola, sarà 14 × 9 = 126
e $2p$ = 252
$2pd$ sarà 252 × 63, che dà . . . . = 15876
m, che indica KM × AB, sarà 23 × 9 . . . . = 207
e $2m$ = 414; $2mc$ = 414 × 20, che dà 8280

L'altezza del piedritto indicata da a essendo 120, si avrà

$$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{15876 - 8220}{120}$$

che si riduce a 63, 8; b, che indica FT × AB, sarà 86 × 9, che dà 774: così $\frac{b}{a}$ sarà $\frac{774}{120}$, che si riduce a 6,45, e $\frac{bb}{aa}$ a 41,60. Sostituendo questi valori nella formola, si avrà $x = \sqrt{252} + 63,8 + 41,6 - 6,45$, che dà, fatte le operazioni, $x = 12$ linee $\frac{46}{100}$ per lo spessore dei piedritti in equilibrio con la spinta di questa specie d'arco.

Non prendendo che la radice del doppio della spinta, si trovano 15 linee $\frac{88}{100}$, come col metodo geometrico.

Il più piccolo spessore dei piedritti sui quali questo modello possa sostenersi, è di 14 linee.

Ottava applicazione,
ad un arco la cui curvatura è formata dalla parabola.

Questo modello, figura 17, ha le stesse dimensioni del precedente, diviso pure in quattro parti, ed elevato su piedritti della stessa altezza.

Condotte le tangenti FG, FT alla circonferenza media, e la secante FO, si condurrà, come al solito, dal punto K, l'orizzontale IKL: si osserverà che la parte KL, che rappresenta lo sforzo orizzontale della parte di volta superiore, essendo più piccola di IK, che rappresenta quello della parte inferiore, ne risulta che le parti inferiori sono

quelle che tenderebbero a sollevare le parti superiori, se i peducci potessero agire senza ostacolo; perciò, parlando della forma d'estradosso di questa specie di volta, al III.° Libro, Tomo II.°, abbiamo fatto vedere che il suo spessore doveva essere maggiore alla sommità, come si vede nella figura 14 della Tavola XXVII. Siccome l'attrito impedisce ai peducci d'agire, non si faranno disunioni nel punto K; di modo che se la tangente T F fosse verticale, come negli esempi precedenti, non vi sarebbe spinta contro i piedritti; ma questa linea T F essendo inclinata, la volta intera agirà secondo questa direzione, che potrà essere considerata come quella d'uno sforzo misto, che può scomporsi in due altri, uno verticale Tf tendente a consolidare il piedritto, e l'altro orizzontale Tm, a rovesciarlo. Quest'ultimo sforzo, che cagiona la spinta, sarebbe espresso da $Tm \times AB$, se la volta fosse senza spessore, e ridotta alla sua circonferenza media; ma siccome essa ha uno spessore, questa espressione sarà $Bm \times AB$ ovvero $25\ 1/4 \times 9$, che dà $227\ 1/4$ per il valore di p della formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}; \quad \text{così } 2p \text{ sarà } 454\ 1/2.$$

Siccome in questa volta la spinta si esercitò al diritto delle origini, ne risulta che d, il quale nelle applicazioni precedenti rappresentava T I, diventerà zero, come anche $2pd$.

Inoltre, siccome la parte superiore della volta non può cagionare disunione, ne risulta che $2mc$ diviene nullo. Così per questa specie di volta, la formola precedente si ridurrà ad

$$x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

b, che rappresenta $Tf \times AB$, sarà $85\ 1/2 \times 9$, che dà $769{,}5$, e

$$\frac{b}{a} = \frac{769{,}5}{120}, \text{ che si riduce a } 6{,}41, \text{ e } \frac{bb}{aa} \text{ a } 41{,}11.$$

Sostituendo questi valori nell'ultima formola, si avrà

$$x = \sqrt{454{,}5 \times 41{,}11} - 641,$$

che dà, dopo aver fatto i calcoli indicati, $x = 15$ linee $\frac{85}{100}$.

Il minore spessore di piedritti sui quali questa volta possa sostenersi è circa 17 linee.

Non prendendo che la radice del doppio della spinta, si trova col calcolo o col metodo geometrico, 21 linee $\frac{3}{10}$.

Nona applicazione
ad un modello d'arco rialzato, la cui curvatura è formata colla catenaria.

Descritta, come nell' esempio precedente, la circonferenza media TKG, e condotte le tangenti TF, FG, e la verticale Tf, si vedrà in questo modello, figura 18, Tavola CLXXXIV, come nel precedente, che essendo IK più grande di KL, non si farà disunione, e la volta intiera agirà contro i piedritti secondo la direzione obbliqua FT, che si decompone in due altre Tf e Tm; la formola si ridurrà come poc' anzi ad

$$x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a};$$

così, avendo trovato Bm = 22 1/3, si avrà il valore di p = 22 1/3 × 9 che dà 201, e per 2 p, 402.

Questo modello avendo la stessa altezza di curvatura, lo stesso spessore e la stessa altezza di piedritto del precedente, b che rappresenta Tf × AB sarà pure 769,5, e $\frac{bb}{aa} = 41{,}11$, e $\frac{b}{a} = 6{,}41$.

Questi valori sostituiti nella formola daranno $x = \sqrt{_{64}\,402 + 41{,}11} - 6{,}41$, che diviene, fatte le operazioni, x = 14 linee $\frac{\ }{100}$, ovvero 2/3. Prendendo soltanto la radice del doppio della spinta, si trova col calcolo o coll' operazione geometrica, x = 20 linee $\frac{5}{100}$; *l'esperienza dà 16 linee.*

Paragonando i risultati delle sei applicazioni precedenti, si vede che l'arco gottico spinge meno, e che quello la cui curvatura è formata colla cassinoide, ha maggiore spinta.

Si sono raccolti nella piccola Tavola seguente, i risultati della formola e dell'esperienza, per far conoscere in un sol colpo d'occhio il rapporto della spinta di queste diverse curvature a dimensioni eguali.

MODELLI D'ARCHI	GROSSEZZA dei piedritti secondo		
	La formola	L'esperienza	La formola semplificata e la costruzione grafica
			linee
Formato d'una curvatura gottica	12 46	14	15 88
Formato da una catenaria .	14 64	15	20 05
Formato dalla cicloide . . .	14 66	15	17 24
Parabolico	15 85	16 50	21 30
Elittico	16 77	17	18 75
Formato dalla cassinoide . .	19 62	21	20 79

Questo quadro serve a far conoscere che nella pratica, per la costruzione delle volte rialzate, il limite $x = \sqrt{2p}$, ovvero lo spessore dato dalla costruzione grafica, è più che sufficiente, poichè si trova sempre al di sopra dei risultati dati dall'esperienza, *eccettuando però il caso della cassinoide*, ed anche nel caso di questa curva, *la costruzione grafica si avvicina più all'esperienza che il risultato della prima formola.*

Si vede inoltre, da questo avvicinamento, che la forma di curvatura più vantaggiosa per le volte rialzate è quella delle volte gottiche composte di due archi di cerchio, formanti un angolo alla sommità, che non è spiacevole all'occhio nell'architettura di questo genere.

Le volte gottiche costrutte dagli architetti del decimo e duodecimo secolo sono in generale rimarcabili per la loro eleganza, pel loro ardire apparente, e pel sistema con cui sono combinate.

Le volte gottiche sono adattatissime per formare i tetti degli edificj ove non si vuole impiegare legname, affine di preservarli dagli incendi, perchè la forma della loro curvatura si presta meglio di ogni altra a

formare i tetti a doppia inclinazione, col minor carico, colla maggiore solidità ed economia.

Dopo la curvatura gottica, quella formata colla catenaria conviene meglio alle volte rialzate.

Abbiamo già parlato delle proprietà di questa curva, e della maniera di disegnarla al III.° Libro, Tomo II.° Egli è certo che, se non si ha in vista che la solidità e l'economia, questa è la curva più opportuna per formare la curvatura delle volte, soprattutto quando esse debbono essere estradossate d'eguale spessore. Questa curvatura non sarebbe disaggradevole, se potesse accordarsi coi piedritti verticali; ma si può fare sparire questo lieve difetto, ponendo una cornice alle origini, ovvero riunendo il basso della curva coi piedritti per mezzo d'un arco di cerchio.

Questa specie di volta ha pure una particolarità che si è riconosciuta sperimentando un modello d'arco a catenaria, di 16 pollici di diametro e di 11 pollici d'altezza di curvatura, estradossato egualmente ad 1 pollice di spessore, e diviso in 29 peducci.

Questo modello essendo in equilibrio sui suoi piedritti, se si aggiugne sul mezzo della chiave un peso capace di cagionare delle disunioni, levando subitamente questo peso, *la volta si rialza ed oscilla per qualche tempo elevandosi ed abbassandosi successivamente.*

Le volte paraboliche hanno una curvatura meno spiacevole di quelle la cui curvatura è formata dalla catenaria; esse spingono di più; ed hanno pure l'inconveniente di formare un angolo coi piedritti verticali, e non hanno la stessa flessibilità: quando si toglie il peso di cui si aggravano per cagionare delle disunioni, si rialzano tosto senza far oscillazioni. Nullameno, siccome queste volte hanno molta fermezza, si potrebbero impiegare con buon successo per volte o archi di costruzione che avessero grandi pesi da sostenere, procurando ed esse sufficienti rinforzi.

Relativamente alle tre altre specie di curve che si accordano coi piedritti verticali, abbiamo già detto che la cicloide, che produce minore spinta è quella la cui curvatura è meno gradevole all'occhio; e che la cassinoide che produce miglior effetto, ha il difetto d'aver molta spinta e d'esigere uno spessore di volta e di piedritti considerevole, d'onde risulta che l'elisse la quale ha una curvatura media, e i di cui diametri non sono determinati in un rapporto invariabile, è preferibile alle due altre.

Decima applicazione. Volte ribassate.

Affine di giugnere a conoscere le curve che convengono meglio alle volte ribassate, ho fatto fare tre modelli d' archi, figure 19, 20 e 21, d' egual diametro e spessore dei precedenti, sopra 35 linee d'elevazione di curvatura, formate coll' elisse, la cassinoide e la cicloide. Quello su cui or or faremo l' applicazione della formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$

ha la sua curvatura formata da una mezza elisse: tracciate al solito le linee poc' anzi indicate, si trova KL = 45,5

iK = 8,5

I T, indicato da d nella formola, ... = 24,84

MK = 14,66

mL × AB, che indica la spinta da 37 × 9 che dà pel valore di p 333,00

e per quello di $2p$ 666,00

TI, rappresentato da d, essendo 24,84, si avrà $2pd$ . . 16543,44

m rappresentando KM × AB, sarà 14,66 × 9, che dà . . 131,94

c, che rappresenta iK, essendo 8,5, si avrà $2mc$ = 2242,94

b, che esprime la somma degli sforzi verticali $m + n$, sarà 39,5 × 9 che dà 355,50

x, essendo sempre 120, $\frac{b}{a}$ sarà $\frac{355,5}{120}$, che si riduce a . . 2,96

finalmente $\frac{aa}{bb}$ sarà 8,76

Sostituendo questi valori nella formola si trova

$$x = \sqrt{666 + \frac{16543,44 - 2242,94}{120} + 8,76} - 2,96,$$

che dà, fatte le operazioni, $x = 25,22$, cioè un poco meno di 25 linee 1/4.

Questo modello non comincia a sostenersi che sui piedritti di 26 linee; ma fa d' uopo che i peducci inferiori sieno congiunti ai piedritti.

Prendendo soltanto la radice del doppio della spinta, cioè di 666, si trova 25,81, o un poco più di 25 linee 3/4, come col metodo geometrico.

Perchè quest' arco si sostenga senza dover attaccare i peducci inferiori ai piedritti, fa d' uopo che il suo spessore sia un poco più della decima parte del suo diametro.

Undecima applicazione.

Il modello, figura 20, sul quale abbiamo fatto questa applicazione, ha le stesse dimensioni del precedente, ma la sua curvatura interna è formata da una mezza cassinoide.

Tracciate le linee poc' anzi indicate, si trova K L = 47
i K = 7
T I = 26,5
K M = 13
m L = 40
il che dà, per la spinta espressa nella formola da p, 40×9, che dà 360
e per $2p$ 720
T I, rappresentato da d, essendo 26,5, si avrà $2pd =$ 19080,00
m, rappresentando K M × A B, sarà 13×9, che dà 117,00
c, che rappresenta iK, essendo 7, si avrà $2mc = 234 \times 7$, che dà 1638,00
b, che esprime la somma degli sforzi verticali $m + n$, sarà come nell' esempio precedente 355,5
$\frac{b}{a}$ 2,96
e $\frac{bb}{aa}$ 8,76

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà

$$x = \sqrt{720 + \frac{19080 - 1638}{120} + 8,76} - 2,96,$$

che dà, fatti i calcoli, $x = 26,61$, cioè un poco meno di 26 linee 2/3.

Questo modello non comincia a sostenersi che su piedritti di 27 linee 1/2, ma fa d' uopo che i peducci inferiori sieno attaccati ai piedritti.

Non prendendo che la radice del doppio della spinta, cioè di 720, si trova 26,84, cioè un poco meno di 27 linee, come col metodo geometrico.

Perchè quest' arco si sostenga senza che si debbano attaccare i peducci inferiori ai piedritti, fa d' uopo che il suo spessore sia più della nona parte del diametro.

Fa d' uopo rimarcare che nelle volte ribassate gli sforzi verticali che si sopprimono, non prendendo che la radice del doppio della spinta, non essendo tanto considerabili come nelle volte a tutto sesto e rialzate, lo spessore che si trova è quello dei piedritti sui quali esse cominciano a sostenersi.

Duodecima applicazione.

Il modello, figura 21, sul quale abbiamo fatto questa applicazione, è d'egual dimensione del precedente, ma la sua curvatura interna è formata da una cicloide.

Tracciate le linee indicate, si trova . . . . . KL = 45,25
iK = 8,75
TI = 23,50
KM = 16,00

mL × AB, che esprime la spinta indicata da p nella formola, sarà 36,5 × 9, che dà 328,50
e per $2p$ 657,40

TI, rappresentato da d, essendo 23,60, si avrà $2pd$. . 15439,50

m, rappresentando KM × AB, sarà 16 × 9, che dà 144, e per $2m$ 288,00

c, che rappresenta iK, essendo 8,75, si avrà $2mc$ . . = 2520,00

b, che esprime la somma degli sforzi verticali, sarà ancora 355,50

$\frac{b}{a}$ = 2,96

e $\frac{bb}{aa}$ 8,76

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà

$x = \sqrt{657 + \frac{15439,5 - 2520}{120} + 8,76} - 2,96$, che dà, fatti i calcoli indicati, $x = 24,85$, cioè meno di 25 linee.

Questo modello comincia a sostenersi sui piedritti di 26 *linee.* Prendendo la radice del doppio della spinta 657, si trova 25,64 ovvero 25 linee 2/3, come col metodo geometrico.

Risulta dalle sei ultime applicazioni, e dai modelli sui quali esse sono state fatte, che nelle volte d'egual diametro, d'egual altezza di curvatura ed egual spessore, quelle che hanno maggior curvatura all'alto, e che danno maggiore aggetto iK, hanno minore spinta: così nelle volte ribassate, quella la cui curvatura è formata dalla cicloide,

la parte iK = 18 3/4 e la spinta 148 1/2
nell'elittica iK = 17 1/4 e la spinta 175 1/2
nella cassinoide iK = 15 216

Per le volte ribassate.

La cicloide dà iK = 8 3/4, e la spinta 328 1/2
l'elisse . . . . = 8 1/2 333
e la cassinoide . = 7 360.

Aggiugneremo a ciò che abbiamo detto al III.° Libro, Tomo II, come pure in questo libro, che la cassiuoide è quella di queste tre curve che rinchiude lo spazio più grande, e quella che, inscritta in un rettangolo formato dal diametro e dall'altezza della volta, produce miglior effetto; ma oltre che questa curva non può servire per tutti i casi, è quella che produce la più grande spinta. Quando essa è intieramente estradossata d'eguale spessore, e divisa in quattro parti, essa non può sostenersi, essendo posta sopra un piano orizzontale e senza piedritti, quando il suo spessore è meno della nona parte del suo diametro.

La cicloide, che rinchiude il minore spazio è quella che produce la minore spinta, ma essa non si adatta tanto bene nel rettangolo formato col diametro e l'altezza di curvatura della volta; essa ha pure l'inconveniente di non poter servire che in un sol caso, cioè quando il rapporto della larghezza sta all'altezza della corvatura, come 22 a 7 per le volte ribassate, e per le volte rialzate, come 14 a 11.

Il minore spessore che esigono le volte formate da questa curva per sostenersi, quando essa è posta su un piano senza piedritti, è un poco più della diciottesima parte del diametro, come nelle volte la cui curvatura è formata da una mezza circonferenza di cerchio.

L'elisse, la cui curvatura è media fra le due precedenti, ha il vantaggio di poter servire in ogni altezza di curvatura; inscritta in un rettangolo, produce un miglior effetto della cicloide, ma ha maggiore spinta di quest'ultima, e minore della cassinoide.

Siccome i costruttori preferiscono di formare le curvatore delle volte ribassate con aggregati d'archi di cerchio che producono una curva che si avvicina più alla cassinoide che all'elisse, fa d'uopo che sieno prevenuti che queste specie di volte non devono mai essere interamente estradossate d'eguale spessore, e di più che i loro muri o piedritti devono essere continuati, al meno fino al punto in cui la linea del piedritto prolungata incontra l'estradosso al punto ove si stacca dai muri:

come si vede, figura 24, il loro spessore in questo punto può avere la dodicesima parte del diametro, e da quel punto diminuendolo sino al mezzo della chiave, ove tale spessore può essere ridotto al ventiquattresimo.

È molto essenziale osservare che una volta troppo sottile, estradossata egualmente, può cadere, qualunque sia la resistenza dei muri o punti d'appoggio che la sostengono, soprattutto quando essa è ribassata, perchè rotta per un accidente qualunque, lo sforzo delle parti superiori può far rialzare le parti inferiori senza che i muri si allontanino.

Tredicesima applicazione.

Sia A C A' il modello d'un arco rampante, figura 22, d'egual diametro e spessore dei precedenti estradossato egualmente, elevato su piedritti d'ineguale altezza, di cui il più basso ha 10 pollici ovvero 120 linee, ed il più alto 14 pollici 1/2, ovvero 174 linee: abbiamo detto al III.° Libro, Tomo II, parlando della maniera di tracciare le curvature di queste specie d'archi, ch'essa dipendeva dalla linea di sommità che poteva essere inclinata ovvero orizzontale. In questa applicazione, la linea di sommità è supposta parallela alla linea di rampa B, B'.

Questa volta essendo composta di due metà d'archi differenti, si traccierà su ciascuna la circonferenza media e le altre linee, come si è poc'anzi indicato; poi si prolungherà indefinitamente l'orizzontale K L del picciolo arco che taglierà la circonferenza media dell'altra in S, e la linea interna del suo piedritto in *g*.

La parte K L S indicherà lo sforzo orizzontale della parte di volta K G S comune ai due mezzi archi, di modo che se si suppone una commessura in S, la parte L K indicherà lo sforzo che agisce contro la parte inferiore del picciolo arco, ed L S quello della parte inferiore del grande. Queste parti resisteranno a tali sforzi, cioè: il picciolo arco, con una forza indicata da *i* K; e il grande con una forza indicata da *g* S. Ma siccome *g* S è più grande di L S, si porterà L S da *g* in *f* per avere la differenza *f* S, che esprimerà quante volte L S deve essere aumentato per resistere allo sforzo del semi-arco grande, cioè che lo sforzo picciolo deve essere eguale ad L *f*; ma siccome quest'ultimo ha bisogno per sostenersi che il grande agisca contro esso con uno sforzo eguale a K L, la differenza di questi due sforzi opposti sarà quella che cagionerà la spinta contro la parte inferiore del picciolo arco e il piedritto che lo sostiene: così, portata la grandezza *f* L da L in *g*, si prenderà la metà

di iq, che si porterà da L in h; la parte hK moltiplicata per lo apessore AB, sarà l'espressione della spinta indicata da p nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

Avendo trovato $hK = 30\ 1/2$ e $AB = 9$, si avrà pel valore di p, $30\ 1/2 \times 9 = 274\ 1/2$; e per quello di $2p$, 549; essendo d che rappresenta IT, $29\ 1/2$, si avrà $2pd = 16195\ 1/2$ in $2mc$; m che indica $MK \times AB$, sarà $12\ 1/3 \times 9 = 111$, e $2m = 222$; c che indica iK essendo 8, si avrà $2mc = 222 \times 8$, che dà 1776.

L'altezza del piedritto indicata da a essendo 174, si avrà

$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{16195\ 1/2 - 1776}{174}$, che si riduce a 82,81

Lo sforzo verticale indicato da b, espresso da $TF \times AB$,

sarà $41\ 2/3 \times 9 = 375$, e $\frac{b}{a} = \frac{375}{174}$, che si riduce a . . . 2,15

e $\frac{bb}{aa}$ 4,64

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà

$x = \sqrt{549 + 82,81 + 4,64} - 2,15$, che dà, dopo aver fatto i calcoli indicati, $x = 38,08$, cioè un poco più di 23 linee per lo spessore del piedritto grande che sostiene il mezzo picciolo arco.

Pel mezzo grand' arco farà d'uopo, dopo aver prolungata indefinitamente l'orizzontale IK'L', portare la grandezza VL' da K' in r, e dividere rL' in due parti eguali al punto t; la linea K't indicherà lo sforzo col quale il picciolo mezz' arco agirà contro il grande, che gli resisterà con una forza indicata da i'K': così, portando i'K' da K' in q', lo sforzo della spinta sarà indicato da $q't \times AB$, il cui valore indicato nella formola da p,

sarà $20 \times 9 = 180$, e per $2p$ 360

d che indica TI essendo $69\ 2/3$, $2pd$ sarà 25080

In $2mc$, m essendo $26 \times 9 = 234$ e $c = 23\ 1/6$, $2mc$ sarà 10842

a, che indica l'altezza del picciolo piedritto, essendo . . . 120

si avrà $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{25080 - 10842}{120}$, che si riduce a . . 118,65

b, che rappresenta $TF \times AB$ sarà $95\ 2/3 \times 9$, che dà . 861

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{861}{120}$, che si riduce a 7,175, e $\frac{bb}{aa}$ a 51,48

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà
$x = \sqrt{360 + 118,65 + 51,48} - 7,175$, che darà, fatti i calcoli, $x = 15,855$, cioè quasi 16 linee per lo spessore del piccolo piedritto che porta il mezzo grand' arco.

Prendendo la radice quadrata soltanto del doppio della spinta, si trova pel grande piedritto 23 linee $\frac{44}{100}$, e per il picciolo 19 linee.

Per l' operazione geometrica farà duopo, per il grande piedritto, portare hK da B in u, ed il doppio di AB da B in n; quindi sopra un, come diametro, descrivere una mezza circonferenza di cerchio che taglierà in E l'orizzontale BA prolungata; BE, che si troverà di 23 linee 1/2, sarà lo spessore da dare a questo piedritto.

Pel picciolo piedritto, si porterà $q't$ da B' in u', ed il doppio di A'B' da B' in n'; la mezza circonferenza descritta sopra un come diametro, darà 19 linee pel suo spessore.

Questo modello di volta, sperimentato prima che gli spigoli fossero scantonati, si è sostenuto su piedritti de' quali il grande era di 22 linee, ed il picciolo di 18 linee.

Quattordicesima applicazione.

Per l' altro modello d'arco rampante, figura 23, dopo aver fatte le stesse operazioni del precedente, si trova pel picciolo arco $hK \times AB = 30\ 1/2 \times 9$, che dà

$p = 273$ e $2p =$ 546

d, essendo 22 2/3, si avrà $pd =$ 12376

m, che rappresenta $MK \times AB$, sarà $9\ 1/6 \times 9$, che dà 82 1/2, e per $2m$, 165

c, che rappresenta iK, essendo 4 2/3, $2mc$ sarà $165 \times 4\ 2/3 =$ 770

L' altezza del grande piedritto, indicata da a nella formola, essendo 174, si avrà pel valore di $\frac{2pd - 2mc}{a}$, $\frac{12376 - 770}{174}$

che si riduce a 66,70

La somma degli sforzi verticali indicata nella formola da b, che rappresenta $TE \times AB$, sarà $31\ 5/6 \times 9$, che dà

286 1/2, e per $\frac{b}{a}$, $\frac{280\ 1/2}{174}$ . . . . = 1,65

e per $\frac{bb}{aa}$ 2,71

Sostituendo questi valori nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2p - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$$

si trova $x = \sqrt{546 + 66,7 + 2,71} - 1,65$ che dà, fatte le operazioni, $x = 23$ linee $\frac{25}{100}$ per lo spessore del grande piedritto.

Per aver quello del picciolo, dopo aver operato come per l'esempio precedente, si troverà $q't \times A'B'$, indicato nella formola da $p = 25 \times 9$, che dà 225 e per $2p$ 450
d, che indica IT, essendo 60 1/6, si avrà $2pd$ . . . = 27075
m, indicando $M'K' \times A'B$, sarà 25×9, che dà 225, e $2m$ 450
, indicato da iK, essendo 20 1/2, si avrà $2mc$ . . . = 9225
L'altezza del piedritto, indicata da a, essendo 120, si avrà

$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{27075 - 9225}{120}$, che si riduce a 148,75

b, che rappresenta $TF \times AB$, sarà 85 1/6 $\times$ 9, che dà . 766,05

e $\frac{b}{a} = \frac{766,5}{120}$, che si riduce a 6,387 e $\frac{bb}{aa}$ a 40,80

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà $x = \sqrt{450 + 148,75 + 40,80} - 6,387$, che dà, dopo aver fatte le operazioni indicate, $x = 18$ linee $\frac{9}{10}$, per lo spessore del piedritto.

Non prendendo che la radice quadrata del doppio della spinta, si trova per il grande piedritto 23 linee $\frac{37}{100}$, e per il picciolo 21 linee $\frac{22}{100}$.

L'operazione geometrica dà gli stessi risultati.

L'esperienza dà 22 linee per il grande piedritto, e 19 linee per il picciolo.

Consegue da queste due applicazioni e dal loro risultato confermato dall'esperienza, che più è picciolo l'arco sostenuto dal grande piedritto, rapporto al grande arco sostenuto dal picciolo piedritto, più è considerevole la spinta, contro il grande piedritto. *D'onde si può concludere che quando si tratta di controspingere un muro, è meglio determinare la curva con una linea di sommità orizzontale, che con una linea di sommità rampante, e che il caso più vantaggioso è quando non si forma che un mezz' arco.*

Quindicesima applicazione.

Nelle applicazioni precedenti, il nostro oggetto era quello di far conoscere le curvature che convengono più alle volte rialzate, ribassate e

rampanti; perciò le abbiamo considerate come interamente estradossate d'eguale spessore, il che non avviene quasi mai, perchè questo è il caso più sfavorevole. Nelle applicazioni seguenti, le consideriamo come si usa costruirle, e come debbono essere per avere tutta la solidità di cui sono suscettibili.

L'oggetto di questa applicazione è un modello di volta, a tutto sesto, figura 24, i cui piedritti sono continuati fino dove la linea della loro faccia interna prolungata incontra quella dell'estradosso della volta. D'altronde le altre dimensioni di questo modello sono eguali a quelle sul quale abbiamo fatto la tredicesima applicazione, figura 12.

Questa disposizione dà per l'altezza del piedritto indicata da a, 152,5, invece di 120 nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

Lo sforzo della spinta, espresso da $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB}$, indicato da p nella formola, sarà sempre 217,98 e $2p$ . . . . = 435,96
d, che rappresenta EK, sarà 8,86; il che darà per $2pd$ 3862,60
$2mc$ sarà come poc'anzi 3899,69
$\frac{2pd - 2mc}{a}$ sarà $\frac{3862,60 - 3899,69}{152,5}$, che si riduce a 37,09
b, che rappresenta $t\mathrm{F} \times \mathrm{AB}$, sarà 36×9, che dà . . 324,00
$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{324}{152,5}$ che si riduce a 2,124, e $\frac{bb}{aa}$ a 4,51

Questi valori sostituiti nella formola daranno
$x = \sqrt{435,96 - 37,09 + 4,51} - 2,124$, che si riduce ad $x = 17,934$, cioè un poco meno di 18 linee, *in luogo di 20 linee 1/8, che esigono i piedritti della stessa volta quando è intieramente estradossata.*

Prendendo la radice soltanto del doppio della spinta, si trova col calcolo, o col metodo geometrico 20 linee $\frac{88}{100}$, invece di 22 linee 3/4, che dà la stessa operazione, quando la volta è intieramente estradossata. Questo risultato prova che è vantaggioso il non estradossare interamente le volte.

Il minore spessore dei piedritti sui quali questo modello comincia a sostenersi, è di 19 linee 1/2.

Sedicesima applicazione.

Il modello d'arco, figura 26, sul quale faremo questa applicazione, ha lo stesso diametro dei precedenti; ma è estradossato in linea retta orizzontale, come per formare il suolo d'un piano superiore. Lo spessore nel mezzo della chiave è di 9 linee. Per trovare il punto ove si farebbe la rottura, ovvero lo sforzo maggiore, bisogna, dopo aver elevata dal punto B la verticale BF fino all'incontro della linea d'estradosso, condurre la secante FO che taglia perpendicolarmente la circonferenza interna al punto K: per questo punto, si condurrà l'orizzontale IKL e la verticale HKM.

La parte CDKF sarà quella che cagiona la spinta con uno sforzo indicato da KL, che si troverà = 35,14
FH = IK, indicato da c nella formola, sarà 18,86
l'arco o circonferenza KD di 40°, 36' = 38,28
l'arco KB 46,57
l'arco DKB 84,85
KH indicato da d 22
la verticale HKM 63
l'altezza del piedritto, indicata da a nella formola, è di . . 183

La superficie del peduccio superiore, indicata da FKCD, è 667,44; ma siccome il peso dei reni si porta sul peduccio inferiore, bisognerà dedurne il triangolo $FKH = \frac{18,26 \times 22}{2} = 207,46$: il di più 459,98, moltiplicato per KD e diviso per l'arco KD, cioè $\frac{459,98 \times 35,14}{38,28}$, che si riduce a 422,24, indicherà lo sforzo della parte superiore.

Quello della parte inferiore, indicato da $\frac{FBKH \times IK}{KB}$ sarà $\frac{651,07 \times 18,86}{46,57}$ che si riduce a 263,67: la differenza di questi due sforzi = 158,57 sarà l'espressione della spinta indicata da p nella formola, e si avrà allora $2p = 317,14$.

I piedritti considerandosi continuati fino alla linea d'estradosso EC, saranno più grandi del braccio di leva della spinta, la quale agisce al punto K. Così l'espressione di questo braccio di leva, invece d'essere $a + d$, come negli esempi precedenti, sarà $a - d$, indicando

con d la loro differenza, il che farà cangiare il segno di $\frac{2pd}{a}$, ed il valore numerico di questa espressione essendo $\frac{317,14 \times 22}{183} = 38,19$, bisognerà nella formola rimpiazzare $+\frac{2pd}{a}$, con $-38,12$; $2mc$ che, nelle applicazioni precedenti, indicava il doppio dello sforzo verticale del peduccio superiore, moltiplicato pel suo braccio di leva, diviene nullo, perchè si trova compreso nell'addizione fatta al peduccio inferiore, in guisa che la formola diviene

$$x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a};$$

b che indica sempre lo sforzo verticale della mezza volta sarà

$$\frac{1111,05 \times 63}{84,85}, \text{ che dà } 824,94 \text{ e per } \frac{b}{a}, \frac{824,94}{183},$$

che si riduce a 4,51, e per $\frac{bb}{aa}$ a 20,25.

Questi valori sostituiti nell'ultima formola daranno

$$x = \sqrt{319,14 - 28,12 + 20,25} - 4,5,$$

che si riduce ad $x = 12,80\ \frac{8}{10}$. Prendendo la radice del doppio della spinta, si trovano 17 linee $\frac{8}{10}$: *l'esperienza dà 14 linee per il minore spessore dei piedritti sui quali questa volta può sostenersi.*

Per trovare questo spessore col metodo geometrico, si porterà I K da K in m, m L da B in h, il doppio dello spessore C D da B in n, e sopra nh, come diametro, si descriverà una mezza circonferenza di cerchio, che taglierà l'orizzontale O B prolungata nel punto A; il che darà lo spessore cercato B A = 17 1/4.

Altra soluzione col metodo dei centri di gravità,
per servire di prova alla precedente.

Facendo l'applicazione di questo metodo al modello grande delle volte estradossate d'eguale spessore, abbiamo detto, che esso conveniva particolarmente a quelle che non sono estradossate d'eguale spessore.

Si cercherà dapprima la posizione del centro di gravità della parte di volta superiore F C D K, e da questo centro G si abbasserà una verticale indefinita; considerando poi il punto K come un punto d'appoggio, si

tirerà da questo punto una perpendicolare Kg a questa direzione, ed un' altra K H a quella della potenza indicata da C F: ciò fatto, considerando H Kg come una leva angolare, il cui appoggio è in K, sostenendo all'estremità del braccio Kg il peso del peducció col mezzo d'una potenza orizzontale posta all' estremità H dell' altro braccio, si avrà, chiamando p questa potenza, e Q il peso, $p : Q :: Kg : KH$, che dà

$$p = \frac{Q \times Kg}{KH}.$$

Q, che indica la superficie della parte superiore della volta, essendo 667,44

KG = 8,34

e KH = 22,00

si avrà $p = \frac{667,44 \times 8,34}{22}$, d'onde $2p = \frac{667,44 \times 8,34}{11} = 505,86$.

b, che indica la superficie della mezza volta, sarà $= 1111,05$ e $2b = 2222,10$.

c, che indica la distanza dal punto B alla verticale abbassata dal centro di gravità di questa mezza volta, sarà 18,57.

a, che indica l' altezza del piedritto, sarà come poc' anzi 183.

Così $\frac{2bc}{a}$ sarà $\frac{2222,1 \times 18,57}{183}$, che si riduce a . . . 225,48

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{1111,05}{183}$, che si riduce a 6,07

e $\frac{bb}{aa}$ a 36,84

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà l' equazione

$$x = \sqrt{505,86 - 225,48 + 36,84} - 6,07,$$

che si riduce a $x = 11,74$, invece di 11,8 trovato col metodo precedente.

Fa d' uopo convenire che quest' ultimo metodo è più giusto del precedente; ma le operazioni che bisogna fare per trovare la posizione dei centri di gravità e le distanze delle loro direzioni ai punti d'appoggio K e B, lo rendono molto più lungo e più difficile.

D' altronde, siccome si deve aver in vista piuttosto la stabilità che l' equilibrio in queste ricerche, non vi ha nessun inconveniente se i risultati sono piuttosto alquanto più forti che più deboli; basta prendere la radice del doppio della spinta, o il risultato dell'operazione geometrica.

Il minore spessore dei piedritti sui quali questo modello abbia potuto sostenersi, quando era tagliato di fresco e gli spigoli erano ancora vivi, è stato 14 linee.

Diciasettesima applicazione.

Il modello, figura 27, comprende una volta simile alla precedente, un piano al di sopra formato da due muri la cui altezza è 100, ed un tetto di legname. Si tratta di sapere quale cangiamento questa addizione deve apportare allo spessore dei piedritti, a motivo del peso di queste costruzioni che tendono ad assodarli.

Il mezzo più semplice è di ridurre queste costruzioni in superficie della stessa materia, e di considerarle come un prolungamento dei piedritti.

In questo modello, l'altezza dei muri prolungati è 100 linee; invece d'essere in pietra di Conflans, come la parte inferiore, essi sono in gesso, il di cui peso specifico non è che 3/4 di quello della pietra di Conflans.

Il tetto al di sopra col legname pesa 12 oncie. È facile veder subito che l'altezza E G dei muri, che è 100, non equivarrà, a motivo del loro minor peso, che a 75. In quanto al legname, che pesa 12 oncie, avendo sperimentato che 576 linee di superficie di pietra di Conflans per lo stesso spessore del modello pesano 5 oncie, si troverà, con una semplice regola di proporzione, che 12 oncie corrispondono ad una superficie di 13,82, la cui metà 6,91 deve essere aggiunta a quella degli sforzi verticali indicati da b in $\frac{b}{a}$ e $\frac{bb}{aa}$. Indicheremo questi termini con $\frac{h}{a}$ e $\frac{hh}{aa}$, e la formola diverrà

$$x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{hh}{aa}} - \frac{h}{a},$$

L'altezza dei piedritti indicata da a in questa formola sarà in tale caso $183 + 75 = 258$.

p, non cangiando valore, si avrà, come nella *quindicesima applicazione*, $2p = 265,86$.

d, che rappresenta la differenza dell'altezza del piedritto col braccio di leva, sarà 75; il che darà il valore di

$$\frac{2pd}{a} = \frac{565,85 \times 75}{258}, \text{ che si riduce a } 77,28,$$

h sarà $750{,}69 + 691 = 1441{,}69$.

Ed $\frac{h}{a} \frac{1441{,}69}{358}$, che si riduce a 5,58

ed $\frac{hh}{aa}$ diventa 31,22.

Sostituendo questi valori nella formola, si ha

$x = \sqrt{265{,}86 - 77{,}28 + 31{,}22} - 5{,}58$ che dà $x = 9{,}15$.

Questo modello si sostiene su piedritti di 11 linee.

Prendendo la radice solamente del doppio della spinta, si trovano 13 linee.

Pel metodo geometrico, dopo aver operato, come abbiamo poc'anzi indicato alla pagina 261, si leverà dal risultato 17 linee 1/4, il valore di $\frac{h}{a}$, cioè 5,58; il residuo, 11 linee 2/3, sarà lo spessore che si cerca.

Giova far osservare che avanzando i muri superiori d'una linea all'indentro della verticale B F *in* h f, *basta che essi abbiano* 6 *linee di spessore, acciò il modello si sostenga, perchè questa specie di poggiamento in falso aumenta la resistenza dei piedritti.* Questo mezzo è stato sovente usato con successo nell'architettura gottica, *come pure quello di far portare l'origine* degli archi diagonali sopra degli sporti, onde evitare di dare uno spessore troppo grande ai muri o piedritti che li sostengono. Vedi Tavola CLXXIX, figura 1, 3 e 5.

Diciottesima applicazione.

Il modello, figura 28, rappresenta un arco composto di 11 peducci, di cui 10 con risalti per riunirsi colle corsie orizzontali, e l'undecimo formante chiave. Il suo diametro è di 9 pollici, ovvero 108 linee, come i precedenti.

Condotte le linee B F, F C, la secante F O, e l'orizzontale I K L, considerando questo modello, indipendentemente dai cinque ranghi di corsie aggiunti al di sopra della linea d'estradosso F C, si troverà K L = 30,73

I K = 23,27

O C = B F = 78

l'arco K D = 32,70

l'arco K B = 52,15

K G = 33,59

a, che indica l'altezza del piedritto, 198.

La superficie della parte di volta superiore KFCD, sarà 1223,1, da cui togliendo quella del triangolo FKG, che è di 590,82, il residuo 832,28, essendo moltiplicato per 30,73, e diviso per 32,7, darà per lo sforzo di questa parte 782,44.

La superficie della parte inferiore sarà di 697,95, alla quale aggiugnendo il triangolo FKG = 390,82, si avrà 1088,77, che moltiplicato per 23,27, e diviso per 52,15, dà 485,82 pel suo sforzo.

L'espressione della spinta indicata da p nella formola

$x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, essendo eguale alla differenza di questi due sforzi, sarà 296,62 e $2p$ . . . . = 593,24

d, che rappresenta KG, essendo 33,59

si avrà $2pd = 19926,93$; $\frac{2pd}{a}$ sarà 100,64

b, rappresentando la somma degli sforzi della mezza volta,

sarà $\frac{1921 \times 78}{85}$, che si riduce a 1762,08

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{1762,8}{198}$ che si riduce a 8,9 e $\frac{bb}{aa}$, a . . . . . . 79,21.

Sostituendo questi valori nella formola, si avrà l'equazione

$x = \sqrt{593,24 - 100,64 + 79,21} - 8,9$, che si riduce ad $x = 15,01$.

Prendendo soltanto la radice del doppio della spinta, si trova 23,91; ma questo spessore è un poco troppo forte, perchè la somma degli sforzi verticali di cui si fa astrazione, è considerabile.

Col metodo geometrico, si trova 19 linee.

Il minore spessore dei piedritti sui quali questo modello possa sostenersi è 16 linee.

Altra soluzione col metodo dei centri di gravità.

Considereremo il peduccio N, aderente alla mezza chiave, come formante un solo peduccio, la cui superficie è di 791,79; trovato il centro di gravità di questo peduccio, si troverà che la distanza del punto d'appoggio f alla verticale abbassata dal suo centro di gravità è di 15,73; così, considerando nfd come una leva angolare, si avrà per l'espressione dello sforzo che sostiene questo peduccio sulla commessura hf,

$\frac{791,79 \times 15,73}{28,88}$, che dà 431,26 pel valore di p, nella formola

$$x = \sqrt{2p - \frac{2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$

b, che indica la superficie della mezza volta, essendo 1921,14, e c, che esprime la distanza del punto alla verticale abbassata dal suo centro di gravità 22,14, si troverà $bc = 42534{,}0396$, e $2bc = 85068{,}08$; il che dà $\frac{2bc}{a} = \frac{85068{,}08}{198}$, che si riduce a 429,13.

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{1921{,}14}{198} = 9{,}7$, e $\frac{bb}{aa} = 94{,}09$.

Sostituendo questi valori nella formola, si trova $x = \sqrt{862{,}52 - 429{,}13 + 94{,}09} - 9{,}7$, che dà $x = 13{,}26$, invece di 15, o 1 trovati coll' altro metodo.

Per trovare lo spessore dei piedritti col metodo geometrico, dopo aver portato I K da K in m, si porterà, come si è detto poc'anzi, m L, da B in h, ed il doppio di C D, da B in n; poi sopra $n\,h$, come diametro, si descriverà una mezza circonferenza che taglierà l'orizzontale O B, prolungata in E, e B E, che si troverà di 18 linee 3/4, sarà lo spessore che converrà a quest' arco, o ai piedritti d' una volta, di cui questa figura può rappresentare la sezione che sarebbe estradossata orizzontalmente secondo la linea F G.

Giova notare che se si pongono al di sopra di quest'arco molte corsie di pietre quadrate, come per formare un muro in pietra di taglio, ben lungi dall' aumentare lo sforzo della spinta contro i piedritti, si aumenta anzi la loro resistenza, in guisa che l'arco si sostiene con più solidità, ed anche su piedritti di minore spessore di quello indicato dai due metodi per lo stato d' equilibrio; tre corsie bastano per distruggere lo sforzo della spinta, e quando ve ne sono cinque, si può togliere la chiave dell' arco, e la pietra al di sopra. *Il che prova che i muri costrutti al di sopra delle arcate distruggono sovente la loro spinta invece di aumentarla, perchè si forma una volta naturale cogli sporti*, come si vede dalla figura 28, e nella figura 1 della Tavola XVI, e figura 9, Tavola CLXXV.

Relativamente all' apparecchio a risalti impiegato in questi esempi, è essenziale osservare che non potrebbe mai convenire che per archi di picciole dimensioni, e solamente quando le teste dei peducci possono disegnare uno sporto completo nelle corsie del muro, in modo che queste due costruzioni divengano quasi indipendenti l' una dall' altra. In

questo caso il loro ufficio si riduce a prevenire lo strisciamento dei peducci nel movimento inevitabile che ha luogo nell'insieme quando tutte le parti prendono il proprio assettamento; ma nei grandi archi, questo mezzo non potrebbe che impedire alla volta di prendere la sua curvatura naturale, dopo il disarmamento, se però la pietra è abbastanza forte da non rompersi al punto della piegatura dei peducci; perciò l'apparecchio detto dai Francesi a *tas de charge*, deve sempre essere preferito per gli archi di grande apertura.

Decimanona applicazione della formola.

Il modello di volta sul quale faremo questa applicazione, figura 25, è estradossato da una circonferenza di cerchio, che non è concentrica con quella che forma la curvatura interna, in guisa che lo spessore di essa va diminuendo da basso fino al mezzo della chiave; il suo diametro è come quelli dei modelli precedenti, di 9 pollici ovvero 108 linee. Il suo spessore alla sommità è di 4 linee; verso il mezzo de' reni, di 7 linee 1/2, ed alla sua origine di 14 linee 1/2.

La curva dell'estradosso è formata con un arco di cerchio, la cui curvatura è al di sotto di quello della curva interna di un sesto della corda A O, in guisa che il raggio D N è di 68,05

K L	38,18
I K	15,82
l'arco B K = K C	42,43

La superficie della parte superiore di volta K H D C è di 258,75.

Quella della parte inferiore B A H K, di 486,5.

Dietro questi valori, si avrà per l'espressione dello sforzo della parte superiore $\frac{258,75 \times 38,18}{42,43}$, che si riduce a 232,47.

Il mezzo segmento A B e essendo supposto unito al piedritto, non vi sarà che la parte B e H K, la cui superficie è 178, che possa equilibrare lo sforzo superiore: la sua espressione sarà $\frac{178 \times 15,82}{42,43}$, che darà 66,24.

La differenza di questi due sforzi, 166,23, sarà l'espressione della spinta indicata da p nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$$

così $2p$ sarà . . . 332,46

I B = K L, indicato da d, sarà . . . 38,18

Il che dà il valore di $2pd$ . . . = 12693,92

Lo sforzo verticale della parte superiore indicato da m, sarà

$$\frac{258,75 \times 15,82}{42,43} = 96,30$$

e per $2m$ 192,60

Il valore di c, essendo 15,82, si avrà $2mc$ . . . = 3046,50

L' altezza dei piedritti essendo sempre 120 si troverà

$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{12693,92 - 3046,5}{120}$ che si riduce a . . . 80,39

b, che indica lo sforzo verticale della mezza volta, rappresentato da F B, sarà $\frac{745,26 \times 54}{84,85}$ che dà . . . 473,48

$\frac{b}{a}$ sarà $\frac{473,48}{120}$ che si riduce a . . . 3,95

e $\frac{bb}{aa}$ a . . . 15,56

Questi valori sostituiti nella formola daranno

$$x = \sqrt{332,46 + 80,39 + 15,56} - 3,95,$$

che dà, fatte le operazioni, $x = 16,74$.

Il minore spessore dei piedritti sui quali questo modello possa sostenersi, è di 17 linee 1/2.

Per trovare lo spessore col metodo geometrico, invece del doppio di C D, fa d'uopo portare il doppio dello spessore medio H K da B in h, ed m L da B in n, e descrivere al solito sopra nh, come diametro, una mezza circonferenza che taglierà O B prolungata in E, ed E B sarà lo spessore cercato che si troverà di 18 linee 1/3.

Se il piedritto è continuato sino al punto e, ove lo spessore della volta si stacca dal piedritto, l' altezza di questo indicata nella formola da a, sarà di 151,5 in vece di 120, e la differenza b, invece d' essere $\frac{745,26 \times 54}{85}$ non sarà che $\frac{436,75 \times 54}{85}$, cioè 277,46.

d, espresso da I e, sarà 6,5. Tutti gli altri valori restando eguali come nell' esempio precedente, l' equazione si ridurrà ad

$$x = \sqrt{332,46 - 5,91 + 4} - 2,$$

che darà, fatte le operazioni indicate, $x = 16,21$.

Col metodo de' centri di gravità, si trova 15,84 *e coll' esperienza* 16 1/4.

ARTICOLO III.

SOLUZIONI TROVATE PER GLI ARCHI SEMPLICI, APPLICATE ALLE VOLTE CONTINUATE.

Nelle applicazioni precedenti, abbiamo considerato le volte piuttosto come archi sostenuti dai piedritti, che come volte sostenute dai muri d' una certa lunghezza; dobbiamo considerarle attualmente sotto quest' ultimo punto di vista, e siccome adoperate a coprire uno spazio rinchiuso da' muri.

Rapporto alle volte a botte sostennte da' mnri paralleli è evidente che la resistenza di questi muri non aumenta in ragione della loro lunghezza, come lo sforzo della volta; perchè se si suppone la lunghezza di questa volta divisa in una infinità di pezzi come C, D, E, figura 30, Tavola CLXXXXV, si troverà per ciascuno di questi pezzi uno stesso spessore di piedritti, in guisa che tutti questi piedritti riuniti insieme formeranno un muro d'eguale spessore. Perciò noi non abbiamo considerato, negli esempj precedenti, che la superficie di questi archi e dei loro piedritti, che può essere considerata come la sezione o il profilo d' una volta, d' una lunghezza qualunque. Così si può dire che lo spessore d'un muro trovato pel profilo o sezione d'una volta, conviene a questa stessa volta prolungata all' infinito, supponendo isolati i due muri che la sostengono e che non sia terminata da altri muri alle sue estremità.

Quando le volte a botte sono terminate alle loro estremità da'muri, che si chiamano muri di frontispizio, contro i quali la volta si profila, è facile di concepire che meno distanti saranno questi muri, maggiore sforzo occorrerà alle volte per rovesciare quelli che le sostengono, quindi si può applicare a questi ultimi muri la regola che abbiamo poc'anzi indicata per quelli che rinchiodono uno spazio, la quale consiste nel portare la loro lunghezza da B in T, figura 24, Tavola CLXXXXIV; e dopo aver condotta la linea obbliqua TB, prolungata indefinitamente, portare su questa linea lo spessore trovato pel profilo, da B in a; dal punto a, abbassare una verticale, che darà lo spessore eB, sufficiente a questi muri, a motivo della maggiore resistenza che ad essi procurano i muri di frontespizio, coi quali sono legati. Fa d' uopo ancora far

attenzione che collegando le volte con questi muri di frontespizio, si può diminuire molto lo sforzo della loro spinta, specialmente quando essi sono poco distanti. Quando esistono de' vani nei muri fa d'uopo aggiugnere alla loro lunghezza il doppio di queste aperture, come pure di quelle praticate nei muri di frontespizio.

La figura 11 della Tavola CLXXXXII, fa vedere, che quando i muri non hanno bastante spessore per resistere alla spinta delle volte, esse si aprono al di sotto verso la sommità e nel di sopra verso il mezzo dei reni, d'onde risulta che si perverrebbe a sopprimere la spinta d'una volta in pietra di taglio, attaccando con arpioni i peducci presso la chiave al di sotto, e quelli del mezzo dei reni al di sopra. Questo mezzo sarebbe preferibile alle catene o tiranti di ferro che si pongono sull' estradosso delle volte, perchè questi tiranti non possono impedire che avvenga uno spostamento nel di sotto, abbastanza considerabile, perchè i cunei possano sfuggire, quando i loro spigoli superiori sono già rotti dallo sforzo della spinta.

Le catene poste alle origini, quantunque più vantaggiose, non possono però impedire anch'esse, che le volte estradossate d'eguale spessore, si rompano, e cadano quando sono troppo sottili, perchè non potrebbero opporsi al gonfiamento che si fa in mezzo ai reni simile a quello che soffre un mezzo cerchio di cui due estremità sono fisse, quando si preme sul mezzo. *La posizione più vantaggiosa d'una catena orizzontale per opporsi allo sforzo d'una volta, sarebbe di passare pel punto* K, *ove succede la riunione dei due sforzi.*

Parallelo del nostro metodo con quello del P. Deran, di Gauthier, di Belidor e i risultati dell' esperienza.

Il metodo del padre Deran consiste nel dividere la curva della semicurvatura interna d'una volta qualunque in tre parti eguali, figure 1, 2 e 3, Tavola CLXXXXIV *bis.* Condotta poi la corda A 2, prolungata indefinitamente, si porta la lunghezza A 2 da A in 4, e da quest'ultimo punto si conduce una verticale D 4 F, che determina con AE lo spessore da dare al muro.

Si vede che con questo processo, che non sembra fondato sopra alcun principio, non si ha punto riguardo allo spessore della volta, nè alla forma dell'estradosso; perciò ci dà pel secondo modello uno spessore troppo debole, ed uno troppo grande per tutti gli altri, soprattutto pel modello della volta gottica e quello a tutto sesto con estradosso.

orizzontale, in cui questa regola dà uno spessore quasi doppio dell'esperienza. Si ha motivo d'essere sorpresi che questo metodo sia stato adottato da Francesco Blondel e dal padre Dechalles, che erano geometri. Questo metodo è tuttavia meno vizioso di quello di Gauthier, che ha preteso di correggerlo. In quest'ultimo, non si ha riguardo che al diametro ed alla altezza della curvatura.

Così, qualunque sia la curvatura della volta, il suo spessore e la sua forma esterna, si comincia dal condurre dalla sua origine al mezzo della chiave, la linea B C; poi dal punto B come centro, e colla linea B C, per raggio, si descrive un quarto di circonferenza di cerchio D C G, di cui si tira la corda D G, che taglia B C in un punto I, pel quale condotta una orizzontale indefinita, si porta I L da L in K, e si abbassa da questo ultimo punto una verticale K R, che forma colla parallela B P lo spessore del muro o piedritto. Questo metodo, fondato sopra un falso principio, dà spessori molto più considerabili dei precedenti, e che sono quasi gli stessi per tutte le specie di volte. Lo spessore per le volte gotiche e per quelle a totto sesto estradossate orizzontalmente, è quasi triplo di quello che indica l'esperienza.

Abbiamo riunito, nella Tavola seguente, i risultati dei diversi metodi di cui abbiamo parlato, come pure quelli del metodo analitico di Belidor.

Rapporto a quest' ultimo si vede che, sebbene esso sia fondato su veri principj di meccanica, dà nullameno risultati più forti che l' esperienza, ma ciò avviene perchè l'ipotesi sulla quale i calcoli sono stabiliti è esagerata; del resto si può rimarcare che questi risultati sono più proporzionati all' esperienza che quelli dei metodi pratici del Padre Deran e di Gauthier. Alla fine poi vi sarebbe donque questo vantaggio nel far uso della formola di Belidor, che in verun caso non potrebbe avervi nulla da aggiugnere allo spessore ch' essa dà.

Questa tavola serve anche a far conoscere che il metodo analitico che io propongo è quello che si accorda meglio con l' esperienza, che non dà risultati un poco più forti, se non perchè è impossibile eseguire dei modelli con abbastanza precisione e di trovare materie abbastanza perfette, acciò il loro effetto coincida coi risultati matematici. Perciò fa d' uopo, per avere tutta la solidità cercata, aggiugnere un sesto a ciò che dà la formola.

Siccome il mio metodo geometrico dà risultati più forti, basta di aggiognervi un ottavo; e siccome lo sforzo delle volte è altrettanto più

grande, quanto esse sono meno elevate di curvatura, si porterà questo aumento sul prolungamento d' una linea condotta dal mezzo della chiave alle origini.

Tavola delle grossezze dei muri per modelli di volte a tutto sesto, di varie curvature, trovate coi metodi del padre Deran, di Gauthier e colla formola di Belidor, paragonate a quelle che danno per gli stessi modelli, i metodi analitici e geometrici che io propongo, e l'esperienza.

APPLICAZIONE	PAGINE	INDICAZIONE DELLE VOLTE	METODO DI Deran	Gauthier	Belidor	RONDELET Analitico	Geometrico	ESPERIENZA
			Linee	Linee	Linee	Linee	Linee	Linee
1	217	Modello di volta a tutto sesto di pollici 36 1/4 di diametro, similmente estradossate, con tre pollici di spessore, divisa in quattro parti ed elevata su piedritti di 40 pollici e 4 linee	$108\frac{1}{4}$	$152\frac{2}{3}$	104	$69\frac{1}{2}$	84	75
2	237	Modello di volta, *idem*, di 9 pollici di diametro, estradossata a 21 linee di spessore, elevata su piedritti di 16 pollici 1/4, e divisa in 9 peducci.	27	39	$40\frac{1}{11}$	$28\frac{2}{3}$	$33\frac{1}{2}$	30
3	238	Modello di volta *idem*, di 9 pollici di diametro estradossata a 9 linee di grossezza e divisa in 4 parti, elevata su piedritti di 10 pollici .	27	39	26	$20\frac{1}{8}$	$21\frac{1}{2}$	21
4	242	Modello di volta rialzata dello stesso diametro e dello stesso spessore, per 6 pollici e 9 linee di altezza di curvatura divisa pure in 4 parti, piedritti di 10 pollici di altezza e di curvatura elittica	23	39	$22\frac{3}{4}$	$16\frac{3}{4}$	$18\frac{3}{4}$	17
5	243	Modello di volta *idem*, per le dimensioni, divisa del pari, ma di curvatura formata da una curva più aperta dell' elisse, chiamata cassinoide	22	39	24	$19\frac{2}{3}$	$20\frac{1}{4}$	$20\frac{3}{4}$
6	244	Modello di volta *idem*, per le dimensioni, divisa del pari, la cui centinatura è formata da una curva più stretta dell' elisse, chiamata cicloide	24	39	$21\frac{1}{5}$	$14\frac{2}{3}$	$17\frac{1}{4}$	15

Applicazione	Pagine	Indicazione delle volte	Metodo di Deran	Gauthier	Belidor	Rondelet Analitico	Rondelet Geometrico	Esperienza
			Linee	Linee	Linee	Linee	Linee	Linee
7	245	Modello di volta gottica delle stesse dimensioni, diviso del pari in 4 parti, la cui curvatura è formata da due archi di cerchio formanti angolo al vertice	$25\frac{1}{2}$	39	$22\frac{1}{4}$	$12\frac{1}{2}$	$15\frac{3}{10}$	14
8	246	Modello di volta della stessa dimensione, divisa del pari, la cui curvatura è formata da una parabola	$26\frac{1}{2}$	39	$19\frac{1}{2}$	$15\frac{8}{9}$	$23\frac{3}{10}$	17
9	248	Altro *idem*, in quanto alle dimensioni ed alla divisione, la cui curvatura è formata da una catenaria	26	39	$16\frac{2}{3}$	$14\frac{2}{3}$	20	16
10	251	Modello di volta ribassata dello stesso diametro, la cui oltezza di curvatura è 35 linee, e la curva un'elissi divisa del pari	31	38	$31\frac{1}{6}$	$25\frac{1}{5}$	$25\frac{4}{5}$	26
11	252	Modello di volta *idem*, in tutto per le dimensioni, divisa egualmente, la cui curvatura è formata dalla cassinoide	30	38	$28\frac{9}{10}$	$26\frac{2}{3}$	$26\frac{4}{5}$	27
12	253	Modello di volta *idem*, in tutto per le dimensioni, e per la divisione, la cui curvatura è formata dalla cicloide	$31\frac{1}{2}$	38	$29\frac{3}{7}$	$24\frac{5}{6}$	$25\frac{2}{3}$	$25\frac{1}{2}$
13	255	Modello di volta ad arco rampante, di 9 pollici di diametro, estradossata a 9 linee di spessore, divisa in quattro parti: pel grande piedritto di pollici 14 1/2 di altezza.	$33\frac{1}{4}$	50	$25\frac{2}{3}$	23	$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$
		piccolo piedritto di 10 pollici . .	$18\frac{1}{5}$	$26\frac{1}{2}$	$21\frac{4}{9}$	16	19	18
14	257	Modello di volta *idem*, per le dimensioni, ma diversa di curvatura; pel grande piedritto	$39\frac{3}{4}$	$55\frac{3}{4}$	27	23	$23\frac{1}{3}$	$23\frac{1}{2}$
		pel picciolo	$13\frac{3}{4}$	$19\frac{1}{2}$	$25\frac{1}{11}$	$18\frac{9}{10}$	$21\frac{1}{5}$	$19\frac{1}{2}$
15	258	Modello di volta a tutto sesto di 9 pollici di diametro estradossata a 9 linee di spessore, fino al punto in cui il cerchio dell' estradosso incontra il prolungamento della faccia interna del piedritto . . .	27	39	$24\frac{3}{4}$	18	21	$19\frac{1}{2}$
16	260	Modello di volta dello stesso diametro ed altezza estradossata orizzontalmente	27	39	$29\frac{1}{2}$	$12\frac{8}{10}$	$17\frac{8}{10}$	14

APPLICAZIONE	PAGINE	INDICAZIONE DELLE VOLTE	METODO DI					ESPERIENZA
			Deran	Gauthier	Belidor	RONDELET		
						Analitico	Geometrico	
			Linee	Linee	Linee	Linee	Linee	Linee
17	263	Modello di volta *idem*, con sopra un piano composto di due muri ed un tetto	27	39	18	$9\frac{12}{15}$	13	11
18	264	Modello d'arco composto di undici peducci a gomiti per collegarsi colle corsie orizzontali	27	39	49	15	19	16
19	267	Modello di volta estradossata inegualmente, in modo che la sua grossezza alla chiave è 4 linee, e 14 1/2 alle origini	27	39	$18\frac{1}{7}$	$16\frac{3}{4}$	$18\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{2}$

CAPO SECONDO

DELLA SPINTA DELLE VOLTE COMPOSTE.

Frézier, parlando della spinta di queste specie di volte, ha proposto per trovare lo spessore dei piedritti, che devono sostenerle, di cercare colla maniera ordinaria lo spessore che conviene a ciascuna parte di volta a botte B N, B K, figura 32, di cui si compone la crociera: così, portando da B in E lo spessore che converrebbe alla botte B N, e da B in F quello che esigerebbe la botte B K, il piedritto B E H F dovrebbe bastare per resistere alla spinta del quarto di volta O K B N.

Con questo processo, si troverebbe che per sostenere una campata di volta a crociera di 9 pollici di diametro, non occorrerebbero che piedritti di 21 linee di spessore in tutti i sensi, sopra 120 linee di altezza: nullameno l'esperienza prova che una simile volta a stento si sostiene su piedritti di 44 linee in quadrato, la cui superficie di base è però quattro volte più grande di quella indicata da Frézier; ei non ha osservato che in queste specie di volte, la parte che spinge è sei volte più considerabile di quella che resiste, (mentre che nelle volte a botte comuni queste due parti sono eguali); il che produce una spinta quattro volte più grande.

Ventesima applicazione, ad un modello di volta a crociera.

Il modello sul quale abbiamo fatto questa applicazione ha 9 pollici di diametro, estradossato egualmente a 9 linee di spessore; innalzato su quattro piedritti di 10 pollici ovvero 120 linee di altezza.

La volta è formata da due botti circolari dello stesso diametro, che si incrociano ad angoli retti, come è rappresentata dalla figura 32. Le quattro parti di volta essendo simili, basta cercare lo sforzo d'una di esse contro il piedritto che vi corrisponde.

Fatto, come al solito, il profilo, figura 29, descritta la circonferenza media T K G, tirate le due tangenti F T, F G, la secante F O,

ed anche l' orizzontale I K L, si eleverà la verticale B i, e si porterà K L sul piano, figura 32, da N in G e da K in I.

Nelle applicazioni precedenti fatte per gli archi e le volte a botte, non abbiamo avuto bisogno che di considerare la superficie del profilo che è costantemente la stessa in tutta la loro lunghezza. Ma la specie di volta di cui si tratta, essendo composta di pezzi di volta triangolare, il cui profilo cangia a ciascun punto, saremo obbligati d'operare su cubi, invece di superficie, e di supplire le linee con superficie: così, non considerando che la parte triangolare K B O, la somma degli sforzi orizzontali della parte superiore di questa porzione di volta, indicata nel profilo da K L, sarà rappresentata nella pianta col trapezio K I L O.

La somma di quelli della parte inferiore indicata nel profilo da iK, sarà rappresentata nella pianta dal triangolo B I L.

La spinta sarà espressa dalla differenza della superficie del trapezio e del triangolo, moltiplicata per lo spessore della volta: così K B e K O della pianta, essendo $= 54$, la superficie del triangolo B K O sarà $54 \times 27 = 1458$; la parte B K della pianta essendo eguale ad I L, e B I ad iK del profilo $= 12 \frac{9}{14}$, la superficie del triangolo B I L, che indica la somma degli sforzi orizzontali della parte inferiore, sarà $12 \frac{9}{14} \times \frac{9}{28}$, che dà $70 \frac{13}{14}$.

Si avrà la superficie del trapezio K I L O, sottraendo quella del picciolo triangolo B I L, da quella del grande B K O, cioè $79 \frac{13}{14}$ da 1458; il residuo, $1378 \frac{1}{14}$, indicherà lo sforzo orizzontale della parte superiore; levando poi $79 \frac{13}{14}$ di $1378 \frac{1}{14}$, il di più $1298 \frac{2}{14}$, sarà l'espressione della spinta, di cui si avrà il valore moltiplicando $1298 \frac{2}{14}$ per 9, che darà 11683 2/7, indicata da p nella formola

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a};$$

Indicando sempre l'altezza con a, e T I del profilo con d, il braccio di leva della spinta sarà, come poc' anzi, $a + d$, e la sua espressione algebrica $pa + pd$.

Il piediritto resisterà a questo sforzo col suo cubo, moltiplicato pel suo braccio di leva.

Se si prolungano le linee K B ed O B del triangolo B K O, che rappresenta la projezione della parte di volta per la quale operiamo, si vedrà che la base del piedritto che resisterebbe alla sua spinta,

sarebbe rappreseotata dal triangolo opposto B H F, che è rettangolo ed isoscele: eosì indicando il suo lato B F con x, la superficie di questo triangolo sarà espressa da $\frac{xx}{2}$: l'altezza del piedritto essendo iodieata eon a, il suo eubo sarà $\frac{axx}{2}$.

Il braecio di leva di questo piedritto sarà determinato dalla distanza della vertieale, abbassata dal suo centro di gravità, alla linea $HF = \frac{x}{3}$; il ehe darà per l'espressione della resistenza del piedritto $\frac{ax^3}{6}$.

Questa resistenza sarà aumentata dallo sforzo verticale di ciascona parte di volta, moltiplicata pel suo braccio di leva.

Quello della parte superiore sarà espresso dal suo eubo, moltiplieato per la verticale K M, ed il prodotto diviso per l'arco medio K G.

Il eubo di questa parte sarà eguale alla superfieie media, indicata dall'arco K G, moltiplicata per lo spessore della volta.

Per avere la superficie media, si moltiplicherà l'arco K G, meno K M, per la lunghezza G O, presa sulla pianta (come ha dimostrato Mauduit, ne'suoi elementi di geometria, articolo 387, pagine 222 e 223, edizione del 1773).

La circonfereoza dell'arco K G essendo 46, e K M = 17 1/7, si avrà K G — K M = 28 6/7; G O essendo 54, la soperfieie media sarà 28 6/7 × 54, che dà 1558. Questa superfieie moltiplieata per 9, ehe è lo spessore della volta, darà pel cubo della parte superiore, 14024 4/7. Questo eubo moltiplicato per K M = 17 1/7, e diviso per l'arco K G = 46, darà 5226 3/4 pel valore dello sforzo verticale di questa parte di volta indieata nella formola da m; il suo braecio di leva sarà iK + iH.

iK esseodo indieato con c, ed iK eon x, la sua espressione sarà $mx + mc$.

Lo sforzo verticale della parte inferiore sarà espresso dal suo cubo moltiplicato per T I, diviso il prodotto per la circonferenza dell'arco T K.

Si avrà questo eubo moltiplieando la superficie media per lo spessore della volta. Questa superficie, esseodo eguale all'arco (TK—TI) GO, cioè (46 — 41 5/14) 54, ehe dà 250 5/7 per la soperficie media, e 250 5/7 × 9 = 2256 3/7 per la cubatura della parte inferiore della volta.

Questo moltiplicato per T I e diviso per l'arco T K, darà

$$\frac{22563\,3/7 \times 41\,5/14}{6} = 2028\,2/3,$$

pel valore dello sforzo verticale di questa parte indicata nella formola da n. Si rimarcherà che questo sforzo agendo al punto B, il suo braccio di leva B F sarà x, e la sua espressione $n\,x$.

Raccogliendo tutti questi valori algebrici, si formerà l'equazione

$$pa + pd = \frac{ax^3}{6} + (m+n)\,x + mc, \text{ e facendo } m+n, = b$$

si avrà

$$6\,p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a},$$

che è un equazione del terzo grado, mancante del secondo termine.

Per risolvere questa equazione più facilmente, cercheremo dapprima il valore di $6\,p + \frac{6pd - 6mc}{a}$ e quello di $\frac{6b}{a}$, che moltiplica x nel secondo membro.

p essendo $11683\,2/7$, $6\,p$ sarà . . . . . . $70069\,5/7$
d essendo $41\,\frac{5}{14}$, $6\,p\,d$ sarà . . . . $2899124\,3/7$
m essendo $5226\,3/5$, $6\,m\,c$ sarà . . . . . . $537593\,1/7$

Così $\frac{6pd - 6mc}{a}$ sarà $\frac{2361537\,2/7}{120}$, che si riduce a

$$19679\,\frac{5}{14} \text{ e } 6\,p + \frac{6pd - 6mc}{a} \text{ a } 89779\,1/7,$$

che indicheremo con g, affine di semplificare il rimanente della nostra operazione.

b che indica $m + n$ sarà

$$5226\,3/5 + 2038\,2/3 = 7255\,2/3 \text{ e } \frac{6b}{a} = \frac{43534}{120},$$

che si riduce a $362\,3/4$, che indicheremo con f: quindi, invece dell'equazione $6\,p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a}$, avremo

$$g = x^3 + f\,x, \text{ che ci darà}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}}$$

Sostituendo in questa formola i valori di g e di f, si avrà

$$x = \sqrt[3]{44889\,4/7 + \sqrt[2]{2015073623 + 1767902}} + \sqrt[3]{44889\,4/7 - \sqrt[2]{2015073623 + 1767902}},$$

che si riduce a $\sqrt[3]{44889\,4/7 + 44909\,2/7} + \sqrt[3]{44889\,4/7 - 44909\,2/7}$, da cui estraendo la radice cubica si trova $x = 44\;3/4 - 2\;3/4$, e finalmente $x = 42$ per la lunghezza BF d'una delle faccie del piedritto triangolare BAF, l'altra FA sarà determinata dal prolungamento della diagonale o linea di spigolo OB. La parte del piedritto corrispondente alla parte di volta BNO, sarà determinata, conducendo dai punti B ed A le parallele BM ed MA ad FA ed FB.

Questi due triangoli formeranno una base quadrata, di cui ciascun lato sarà di 42 linee, che corrisponderà al quarto di volta KBNO; così, per sostenere lo sforzo della spinta di questa volta, occorrerebbero quattro piloni a base quadrata di 42 linee di grossezza.

Questo risultamento si accorda, per quanto è possibile, coll'esperienza; perchè questo modello di volta a stento si sostiene su piedritti di 43 linee 1/2.

Facendo l'applicazione coi centri di gravità, si trova la distanza hg della verticale, abbassata dal centro di gravità della parte superiore di volta al punto d'appoggio $h = 23{,}28$, e $gn = 2484$, onde si ha il valore di $p = \frac{14024{,}57 \times 23{,}28}{24{,}84}$, che si riduce a 13143,8 e per $6p$, 78862,8.

d, che rappresenta os, essendo 63, si avrà

$$pd = 828059{,}4, \text{ e } 6pd = 4968356{,}4.$$

Invece di mc che indicava lo sforzo verticale della parte superiore di volta, nell'applicazione precedente, si avrà il peso delle due parti di volta espresso dal proprio cubo $= 16281$, che indicheremo con b, e indicando con c la distanza mA del centro di gravità di queste due parti di volta, si avrà $bc = 16281 \times 24{,}75 = 402954{,}75$, e $6bc = 2417728{,}50$, il che darà

$$6p + \frac{6pd - 6bc}{a} = 78862{,}8 + \frac{4968356{,}4 - 2417728{,}5}{120},$$

che si riduce a $100118 = g$; b essendo 16281, ed $a = 120$, si avrà

$\frac{b}{a} = 814 = f$; sostituendo questi valori nella formola

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}},$$

si avrà

$$x = \sqrt[3]{50059 + \sqrt[2]{2505903481 + 19976042}} + \sqrt[3]{50059 - \sqrt[2]{2505903481 + 19976042}}$$

che si riduce ad $x = \sqrt[3]{50059 + 50268} + \sqrt[3]{50059 - 50268}$,
da cui estraendo la radice cubica, si troverà $x = 46,46 - 5,93, = 40,53$, invece di 42 trovato nell' applicazione precedente.

Il primo metodo che abbiamo esposto poc' anzi, è dunque preferibile, benchè però i suoi risultati si trovino sotto i limiti dati dall' esperienza.

Il metodo geometrico non potendo aver luogo per questa specie di volta, si potrà dare a BF e BA il doppio di ciò che si trova per una volta a botte dello stesso genere, della stessa forma e dimensione: così il modello di cui trattasi, avendo lo stesso diametro, la stessa curvatura e spessore di quello della terza applicazione, per cui abbiamo trovato 21 linee 3/4, dovrebbe avere 43 linee 1/2, come indica l' esperienza.

Si suppone in queste applicazioni che le parti di volte formanti lunette, non sieno continuate nello spessore dei piedritti. Quando esse lo sono, siccome il loro peso aumenta la resistenza dei piedritti, basta dare alle faccie B' F', B' M', lo spessore che conviene alle parti di volta alle quali corrispondono, come FC, DM, cioè che si può sopprimere la parte CHDA, ovvero, il che è lo stesso, si darà alle faccie B'' F'' e B'' M'' del pilone quadrato una volta 3/4 lo spessore trovato per le parti a botte corrispondenti, come lo prova l' esperienza.

È facile concepire che se la pianta della volta fosse bislunga, in luogo d'essere quadrata, il piedritto angolare avrebbe la stessa forma, e che se i quattro lati fossero ineguali, bisognerebbe ripetere l'operazione per ciascun piedritto.

Quando le volte a crociera sono composte di molte campate, come quelle rappresentate dalle figure 33 e 34, non vi sono che i piloni formanti gli angoli esterni che abbiano bisogno d'un così grande spessore.

Quelli di mezzo essendo controspinti da ogni parte, non hanno da sostenere che il peso delle parti di volte che vi corrispondono, e basta che abbiano una superficie proporzionata a questo peso, ed alla forza della pietra, come prova l'esempio che abbiamo già citato della chiesa di Ognissanti d'Angers, rappresentata dalle figure 2 e 3 della Tavola CLXXIX. Ma fa d'uopo osservare che i muri che rinchiudono questa volta hanno uno spessore più forte di quello che occorre per resistere agli sforzi della sua spinta. *In buona costruzione è meglio che la superficie dei punti d'appoggio sia distribuita in maniera da procurare a ciascuno una stabilità sufficiente, perchè se uno dei punti deboli piegasse, potrebbe produrre la ruina totale della volta.*

Il metodo pratico più facile, e che si accorda meglio con la teoria e l'esperienza, è questo: Sia A B C D, figure 33 e 34, la forma dello spazio che si vuol coprire con una volta a crociera, sostenuta al centro con un pilone E; dopo aver diviso ciascun lato in due parti eguali, si condurranno le linee B I, F E, che s'incrocieranno al centro E, e le diagonali A E, E B, E C, E D, ed H F, H G, I F, I G, che s'incrocieranno ai punti K'K', K'',K'''; si porterà poscia la metà dall'altezza che deve avere il pilone, figura 35, fino al livello dell'origine della volta, da K in L, e si dividerà E L in 12. Il primo punto di divisione 1 indicherà la metà d'una delle diagonali del pilone, che sarà eguale alle altre, se la pianta è di figura regolare, come un quadrato, un rettangolo, o un parallelogrammo, e che bisognerà cercare alla stessa maniera per ciascuno, se la figura è irregolare.

Per i piloni intermedj H, F, I, G, dopo aver trovate le diagonali dei mezzi piloni, si prolungheranno in fuori pel doppio del loro sporto interno, in modo da formare insieme piloni lo spessore dei quali abbia una volta e mezza la loro larghezza. Questa operazione darà, pei piloni angolari, una superficie di base una volta e mezza più considerevole, che li metterà in istato di resistere al più grande sforzo della spinta che essi hanno a sostenere.

Quando la larghezza dello spazio da coprire la volta deve essere divisa in tre campate, e quella di mezzo deve essere più larga e più elevata delle altre, come nella maggior parte delle nostre chiese, si possono determinare le basi dei loro punti d'appoggio in due maniere. Quella più in uso, e che si adoperava dagli architetti gottici, consiste nel dare alla superficie delle basi dei punti d'appoggio interni soltanto

l'estensione necessaria per ricevere il carico che debbono sostenere rimandando lo sforzo della spinta sui piedritti esterni, col mezzo dei contrafforti ad arco, dando a questi punti d'appoggio una posizione ed una superficie di base capace di resistervi solidamente.

Il metodo più facile che si possa cavare dai principj della teoria per questo primo caso consiste, dopo aver fatta la pianta delle due mezze campate che cadono sopra lo stesso pilone, figura 36, nel prendere la metà della somma delle due mezze diagonali A D, A E, alla quale si aggiugnerà la metà dell'altezza isolata del punto d'appoggio, o nel prendere la dodicesima parte del tutto, come raggio, per descrivere un cerchio che indicherà la superficie di base del punto d'appoggio cercato. Se esso non deve essere circolare, si circoscriverà intorno ad esso la forma che si vorrà dargli, affine d'aumentare piuttosto che diminuire la sua solidità. Pel punto d'appoggio esterno B, si formerà un rettangolo, che avrà per larghezza il lato del quadrato inscritto al cerchio precedente, e per lunghezza, il doppio.

Al di sopra dei tetti delle parti laterali si stabilirà un contrafforte ad arco, il cui piedritto sarà elevato sull'inferiore, più addentro di un sesto dal profilo esterno, e con uno strappiombo eguale sul profilo interno. La linea di sommità o tangente di questo contrafforte ad arco, che deve essere d'un solo arco di cerchio, sarà determinata dalla corda dell'arco della parte superiore della volta, prolungata indefinitamente. Per avere il suo centro, si condurrà la corda G H, figura, 37, sul mezzo della quale si eleverà una perpendicolare che taglierà l'orizzontale G F in un punto I, il centro dell'arco.

Si potranno collegare questi archi rampanti con altri archi ad angolo che poggeranno ad una piattaforma o marciapiede al di sopra, con un appoggio sul quale si potrà fare il giro dell'edificio; e che formerà al di fuori un'attica per nascondere i contrafforti ad archi.

Pel secondo caso si cercherà una base di piedritto che possa resistere allo sforzo della grande volta della navata di mezzo, prendendo per l'altezza di piedritto l'elevazione della sua origine al di sopra della volta delle navate laterali, figura 39; si porterà la metà di questa altezza da 3 in H, sulla pianta, figura 38. Avendo diviso poi I H in dodici parti eguali, se ne porterà una da I in A, e due da A in F; il rettangolo fatto sulla diagonale F I indicherà la superficie del piedritto interno, al quale si aggiugneranno degli sporti a destra ed a sinistra, per

ricevere i pennacchj degli archi comunicanti alle laterali. La lunghezza F D sarà divisa in sei parti eguali, due delle quali per lo sporto del pilone o mezza colonna interna sulla quale deve profilarsi la trabeazione, tre per lo spessore del moro, ed una pel pilone dalla parte delle navate laterali, il cui prolungamento formerà contrafforte al di sopra delle basse navate.

Pel piedritto esterno B, si porterà come poc'anzi, la metà dell'altezza fino all'origine da E in G, ed $\frac{1}{12}$ di B G, da B in L; finalmente $\frac{2}{12}$ da B in K, il rettangolo fatto sulla diagonale K L indicherà la superficie del piedritto; si aggiugneranno come per quella in faccia, gli sporti per i pennacchj degli archi o delle finestre, come è indicato nella figura 38.

Quando gl'intervalli fra i piedritti sono riempiti da un muro pieno, se questo si pone come corpo indietro, affinchè i piedritti formino pilastri internamente come *i h e f*, figura 33, il cui sporto *e f* è eguale alla metà della faccia *h e*, questo muro deve avere uno spessore eguale ad *h e*; ma se questo muro è avanzato in linea della faccia dei pilastri, basta che essi abbiano due terzi di questo spessore, di modo che i piedritti formano contrafforti all'esterno: del resto, conoscendo lo sforzo della spinta, si può operare per i muri a scarpe e pei contrafforti, come abbiamo poc'anzi indicato per quelli dei muri di terrapieno.

Delle volte antiche a crociera.

Gli avanzi de'grandi edificj costrutti dagli antichi Romani, ci fanno conoscere che essi avevano la precauzione di sostenere i pennacchi delle volte a crociera con colonne poste innanzi ai mori, onde aumentare la resistenza di essi precisamente ne'ponti ove si fanno i più grandi sforzi. Queste colonne avevano pure il vantaggio di diminuire il diametro di queste volte, producendo una specie di decorazione nobile ed utile. Si può giudicare di questa bella disposizione dalle grandi sale delle Terme, come quelle delle Terme di Diocleziano a Roma, che formano attualmente la Chiesa de'Certosini e dagli avanzi delle Terme di Caracalla e del Tempio della Pace, come da molte parti d'edifici costrutti dietro questi modelli.

Volte del Templo della Pace.

Esaminando la bella disposizione dell'edificio conosciuto sotto il nome di Tempio della Pace, rappresentato dalla figura 2, Tavola CLXXXIV, non si può a meno di ammirare la maniera vantaggiosa con cui i suoi punti d'appoggio sono distribuiti per resistere alla spinta delle volte immense che coprivano questo grande edificio. La volta della parte di mezzo, che ha 25 metri 22 centimetri di larghezza (77 piedi 8 pollici), per 74 metri e 92 centimetri (239 piedi 7 pollici 9 linee) di lunghezza, era formata da tre campate di volte a crociera, i cui pennacchi erano sostenuti da 8 grandi colonne di marmo di 1 metro 847 millimetri di grossezza (5 piedi 8 pollici 4 linee). Queste colonne erano poste innanzi ai muri, in modo da diminuire il diametro interno della volta di 3 metri 42 centimetri (10 piedi 6 pollici 4 linee).

Le parti collaterali sono formate da ciascun lato con tre nicchie voltate a botte di 23 metri 12 centim. di larghezza (71 piedi e 2 pollici), e 16 metri 59 centimetri di profondità (51 piedi 1 pollice). Queste volte sono separate da muri il cui spessore è di 3 metri 356 millimetri (10 piedi 4 pollici); i muri delle estremità marcati A e B, hanno 4 metri e 575 millimetri (14 piedi 1 pollice).

Volendo paragonare i risultati che darebbe la teoria poc'anzi stabilita con quelli che ci sono dati dall'esperienza nei grandi edificj, ho applicato la formola trovata

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{b^2}{a^2}} - \frac{b}{a}$$

alle volte di questo tempio; tal formola mi ha dato 3 metri 25 centimetri (10 piedi) per lo spessore dei muri capaci di resistere alla spinta di esse, invece di 3 metri 356 millimetri che hanno i muri che la separano, e di 4 metri 575 millimetri che si sono dati a quelli delle estremità: così si vede che questi muri non hanno che lo spessore conveniente ad un edificio di questo genere, indipendentemente dagli sforzi della grande volta di mezzo che essi avevano ancora da sostenere. Nulladimeno, siccome questi ultimi sforzi agiscono nel senso della lunghezza di questi muri, essi acquistano col peso delle parti della grande volta che sostengono una resistenza molto più forte che lo sforzo della spinta; perchè colla formola delle volte a crociera non si trovano che 6 metri

18 centimetri per la lunghezza dei muri intermedi C e D, sullo spessore che hanno, mentre la loro lunghezza è di 16 metri 59 centimetri, e per quella dei muri esterni, 8 metri 69 centimetri, cioè meno della metà di quella che essi hanno. Fa d'uopo notare che queste volte non erano trattenute da veruna catena o tirante di ferro, come noi pratichiamo, e che si aostenevano per la sola resistenza dei loro piedritti. È vero che queste volte essendo costrutte in pietrame ed in mattoni murati con eccellente malta, hanno acquistato col tempo tanta solidità, come se fossero formate d'un solo pezzo, *ma fu necessario un certo numero d'anni acciocchè pervenissero a questo grado di solidità, e che i muri fossero abbastanza solidi per resistere ai primi sforzi della spinta* (1).

Osservazioni sulle volte gottiche a crociera.

La curvatura più favorevole per le volte a crociera è quella degli archi gottici, perchè in essi la parte che spinge di più si trova soppressa. Si trova che lo sforzo della loro spinta non è che i tre settimi di quello delle volte a tutto sesto dello stesso diametro, spessore, altezza di piedritto e forma d'estradosso, e che basta dare ai punti d'appoggio di esse tre quarti di quelle delle volte a tutto sesto della stessa forma e dimensione.

Nella maggior parte delle chiese gottiche e delle chiese moderne, ad arcate, e coperte da volta a crociera, lo spessore dei piloni è fra il

(1) Abbiamo già fatto osservare ai nostri lettori nell'introduzione di quest'*opera*, che quando si levarono le colonne che decoravano la grande sala del tempio della Pace, la massa dei pennacchj rimasta dopo la distruzione delle volte restò come sospesa senza staccarsi dai muri. Questo fatto, che fa d'uopo attribuire alla potenza della malta, che i Romani conoscevano tanto, non toglie per nulla l'importanza dei principj teorici, come si può giudicarne da ciò che precede; ma sembra fornire una nuova prova di quella profonda sagacità che si scorge in tutte le opere loro. In fatti sembra oggidì dimostrato dallo stato attuale delle cose, che questi elementi, così essenziali in apparenza, formati anche talvolta colle materie più dure, certamente in ragione del peso che sembravano sostenere (1); in una parola, che tutte queste disposizioni dimostrative d'un ingegnoso meccanismo di costruzione non potevano avere altro oggetto che quello di nascondere un artificio ancora più ammirabile. Comunque sia, è sempre evidente che, ben lungi dall'essere, come nella maggior parte degli edifici moderni, *il tipo cui tutta la costruzione si trova subordinata*, le colonne non apparivano in certo modo, che come una concessione fatta dall'arte di edificare, agli ordini greci, la cui introduzione recente ancora, esercitava allora tanta influenza sull'architettura.

(1) Nelle Terme di Diocleziano, oggidì la Certosa, i pennacchj delle volte a crociera poggiavano sopra otto colonne di granito.

terzo ed il quarto della larghezza delle navate laterali, e quello dei muri esterni tra il terzo ed il quarto della larghezza della navata di mezzo, che è comunemente doppia delle laterali.

Nella chiesa di Nostra Signora di Parigi, i piloni rotondi che sostengono il mezzo delle volte delle doppie navate laterali hanno per diametro il nono della larghezza che essi dividono in due, tra i fusti delle colonne. Quelle che separano la navata di mezzo non hanno che la decima parte della larghezza d'essa; ma i muri delle cappelle, che si trovano opposti secondo la loro lunghezza allo sforzo delle volte, suppliscono a quello che le colonne o i piloni rotondi hanno di meno di quelli degli altri edificj di questo genere.

Nella cattedrale di Milano, ove le doppie navate laterali sono elevatissime, il diametro dei piloni, formanti un fascio di otto colonne, è il terzo della loro distanza presa da un mezzo all'altro, ed il sesto della larghezza della grande navata. Ma i muri di cinta, comprendendovi i mezzi piloni ed i contrafforti, non hanno che il terzo della larghezza della navata di mezzo; mentre in quella di Nostra Signora di Parigi i muri delle cappelle oppongono uno spessore maggiore della metà della larghezza della grande navata.

Nella cattedrale di Firenze (Santa Maria del Fiore), i piloni che separano la grande navata dalle laterali sono estremamente allontanati gli uni dagli altri, ed i muri esterni sottilissimi. Il loro spessore, che non è che la settima parte della larghezza della navata, sarebbe insufficiente per sostenere la spinta delle volte a crociera elevatissime, se tale spinta non fosse distrutta dai doppj tiranti di ferro che attraversano la navata di mezzo su ciascun pilone, e da forti armature di legno poste al di sopra delle volte delle navate laterali con archi di pietra a contrafforti, che non appajono all'esterno.

Abbiamo già notato che queste volte a crociera gotica non risultano già come le volte regolari, da parti di volta a botte che s'incrociano, ma dall'unione di molti archi, gli intervalli dei quali sono muniti di murazione leggiera, disposta nel modo più proprio a rafforzarli ed a formare un insieme regolare. Siccome il mezzo delle lunette non forma mai una linea retta orizzontale, ma una curva, ne risulta che tutto lo sforzo non cade solamente sui piedritti, e che una parte è sostenuta dalle parti dei muri intermedj: perciò queste volte, per la leggerezza e la solidità, hanno il vantaggio sulle volte regolari.

Questa moltitudine di contrafforti ad archi, di cui la maggior parte delle chiese gottiche sono munite all'esterno, è sovente superflua, come lo provano indipendentemente dalla teoria, molti edifici di questo genere, ove non se ne sono messe, benchè le loro volte sieno molto più elevate che la maggior parte delle grandi navate al di sopra delle laterali delle chiese comuni, come la Santa Cappella a Parigi, e la chiesetta di Cluni, presso la Sorbona, che abbiamo già citate, e molte altre che non sono meno solide.

Nella maggior parte delle nostre chiese moderne, ove le lunette hanno un diametro molto più picciolo di quello della grande volta, affine d'evitare di dare loro una curvatura ribassata, si è fatto uso di diversi espedienti: gli uni, conservando le origini alla stessa altezza, hanno formato delle lunette che incontrano la grande volta al di sotto della sommità di essa; altri hanno elevato le origini delle lunette così che la loro sommità si trova alla stessa altezza di quella della grande volta, tagliando la sua parte inferiore verticale fino all'altezza dell'origine delle lunette; altri hanno preso una via di mezzo elevando da una parte le origini delle lunette al di sopra di quelle della grande volta, ed abbassando dall'altra la loro sommità al di sotto di quella della grande volta; altri finalmente hanno dato un'inclinazione alla sommità delle lunette, che forma una tangente alla curvatura della grande volta.

Il primo di questi mezzi ha lo svantaggio di produrre una più grande spinta, aumentando il peso della parte che la cagiona.

Il secondo ha il difetto di diminuire la forza della grande volta nella parte tagliata verticalmente e di produrre una crociera di lunetta, che forma una tortuosità disgustosa all'altezza dell'origine della lunetta.

Il terzo mezzo non fa che palliare gl'inconvenienti che risultano dai due altri rendendoli meno sensibili.

Il quarto, di cui si vedono molti esempi in Italia, è preferibile, soprattutto quando la differenza fra i diametri delle lunette e quello della grande volta non è troppo considerabile.

Questa inclinazione delle lunette opposte equivale in parte alla curvatura delle lunette gottiche; ma essa porta sui muri intermedi una più grande parte della spinta.

Da tutto ciò che si è detto, è facile concludere che il miglior mezzo è quello di formare le volte a crociera con parti di volte a botte dello stesso diametro, le origini delle quali sieno allo stesso livello, come hanno usato gli antichi Romani nei loro più begli edifici.

Questa disposizione di volta conviene perfettamente agli edifici che devono essere illuminati dall'alto, specialmente per quelli di cui la lunghezza è molto considerabile rispetto alla larghezza: essa produce un effetto meno pesante e più piacevole che le volte a botte continua, pel modo con cui la luce si spande. La Biblioteca della Minerva, a Roma, si può citare a modello in questo genere.

Credo che questo sia il mezzo più conveniente per una galleria di quadri, come quella del Museo; ed è pure uno di quelli che aveva proposto nel 1786 al conte d'Angivillers, direttore generale dei fabbricati del re, e che egli aveva accolto. Si avrebbe potuto sostenere i pennacchj di queste volte colle colonne di marmo, come nel Tempio della Pace nelle grandi sale delle Terme. Questo genere di decorazione impiegherebbe utilmente le colonne di marmo prezioso che vi si trovano. Siccome non era possibile trarre luce che a certe distanze, la lunghezza della galleria sarebbe stata divisa in parti di volte, che sarebbero state alternativamente a botte dietro i frontespizi, e a crociera nel loro intervallo, separate dagli archi doppi. Questa divisione avrebbe fatto sparire la monotonia di questa lunga volta che, dopo aver chiuse le finestre, non offrirà più che l'aspetto d'un acquidotto sotterraneo, illuminato da fori che, distruggendo la solidità della volta, produrranno, senza dubbio, un pessimo effetto.

Ventunesima applicazione, ad un modello di volta a schifo.

Questo modello, rappresentato dalla figura 40, forma nella pianta un quadrato di cui ciascun lato è 9 pollici, misurato all'interno, su 10 pollici di altezza di muro, fino all'origine della volta. Questa volta è a botte ed estradossata egualmente a 9 linee di spessore; essa è divisa in diciasette parti tagliate nei punti ove si fanno i maggiori sforzi, come lo indicano la pianta e la sezione, figure 40 e 41. Sopra uno dei lati della prima, si sono tracciate al solito la circonferenza media TKG, le tangenti FT, FG, la secante FO, l'orizzontale IKL, e le verticali B*i* ed MK: ciò fatto, si è considerata questa volta come formata di quattro porzioni triangolari di volte a botte, sostenute ciascuna in tutta la lunghezza della loro base da uno dei muri che formano i lati del quadrato.

Siccome in questo caso le porzioni sono eguali, basta di fare l'applicazione ad una, relativamente al muro che la sostiene.

Per operare bisognerà, per questa volta come per la precedente, prendere i cubi invece delle superficie, e le superficie invece delle linee.

Così, indicando la lunghezza del muro con f, la sua altezza con a, ed il suo spessore con x; il suo braccio di leva essendo sempre $\frac{x}{2}$, la sua resistenza sarà espressa da $afx\frac{x}{2}$.

Indichiamo intanto lo sforzo della spinta con . . . . p
EH = TI = KL = KV con . . . . d
PH sarà . . . . $a+d$
la somma degli sforzi verticali della parte superiore con . . m
quella degli sforzi inferiori con . . . . n
la parte IK dell'orizzontale con c
TB = alla metà dello spessore dell'arco . . . . e
il braccio di leva KH sarà. . . . . $c+x$
TE = ... $x-e$

Avremo allora l'equazione d'equilibrio

$$pa + pd = \frac{afx^2}{2} + (m+n)x - ne + mc;$$

e fatto $m+n=b$,

$$\frac{afx^2}{2} + bx = pa + pd + ne - mc;$$

d'onde si deduce

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{af} + \frac{b^2}{a^2f^2}} - \frac{b}{af}.$$

Frattanto se supponiamo che lo sforzo si faccia al punto B, supposizione che abbiamo ammessa finora nelle nostre formole, avremo $e=o$, ed il valore di x diviene

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2pd - 2mc}{af} + \frac{b^2}{a^2f^2}} - \frac{b}{af}$$

Lo sforzo orizzontale della parte superiore, indicato nello spaccato dalla linea KL, sarà espresso dal triangolo eEd della pianta.

Quello della parte inferiore, indicato nella sezione da iK, sarà espresso dal trapezio eBCd, della pianta.

La pianta di questa volta essendo un quadrato, la base ed sarà doppia di Eg = KL della sezione, e la superficie del triangolo eEd eguale al quadrato di KL, che si troverà $= 41\frac{5}{14} \times 41\frac{5}{14}$, che dà 1710 2/7.

Ea della pianta essendo 54 ed $Eg = 41\ \frac{5}{14}$, si avrà la superficie del trapezio eguale al quadrato di 54, meno il quadrato di $41\ \frac{5}{14}$, cioè 1206 2/7: lo sforzo superiore essendo 1710 2/7, la loro differenza sarà 504, che, moltiplicata per lo spessore della volta, che è 9, darà 4536 per l'espressione della spinta indicata da p nella formola, e per quella di $2p = 9072$, e $\frac{2p}{f} = 84$; d che rappresenta T I, essendo $41\ \frac{5}{14}$, si avrà $2pd = 375192$.

Per avere il valore dello sforzo verticale della parte superiore della volta indicata da m, bisognerà moltiplicare il suo cubo per K M, e dividere il prodotto per l' arco K G.

La cubatura di questa parte è eguale alla superficie curva che passa pel mezzo del suo spessore, moltiplicata per questo stesso spessore.

La superficie media è eguale al prodotto della lunghezza nq, presa sulla pianta, moltiplicata per K M, come ha dimostrato Mauduit ne'suoi Elementi di geometria.

nq essendo 117 e K M 17 1/7, il loro prodotto, che esprime la superficie media, sarà 2005 5/7, che moltiplicata per 9, darà per sua cubatura 18051 3/7. Questa, moltiplicata ancora per K M = 7 1/7, e divisa per la circonferenza K G = 46, darà 6727 pel valore di m, e per $2m$, 13454; c, essendo $12\ \frac{9}{14}$, si avrà $2mc = 170100\ 5/7$,

$$\frac{2pd - 2mc}{af} = \frac{375192 - 170100\ 5/7}{120 \times 108}, \text{ che si riduce a } 15{,}82.$$

b, che indica lo sforzo verticale della mezza volta, sarà espresso dal suo cubo moltiplicato per $Bf = 58\ 1/2$, e diviso per la circonferenza media T K G = 92.

Per avere il cubo si moltiplicherà la superficie media, cioè $nq \times Bf$, ovvero $117 \times 58\ 1/2$, per lo spessore A B = 9, che darà

$$6844\ 1/2 \times 9 = 61600\ 1/2.$$

Questo cubo, moltiplicato per $Bf = 58\ 1/2$, e diviso per la circonferenza media T K G = 92, cioè $61600\ 1/2 \times \frac{58\ 1/2}{92}$, che darà 39169,88 pel valore di b, e per quello di $\frac{a}{b}$, $\frac{39169{,}88}{120 \times 108}$, che si riduce a 3,02, e $\frac{bb}{aa}$ a 9,12.

Sostituendo tutti questi valori nella formola

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2pd - 2mc}{af} + \frac{bb}{a^2 f^2}} - \frac{b}{af},$$

si avrà

$$x = \sqrt{84 + 15{,}82 + 9{,}12} - 3{,}02,$$

che dà, fatte le operazioni indicate, $x = 7{,}41$, cioè un poco meno di 7 linee 1/2 per lo spessore dei muri, che sarebbe minore di quello della volta; il che fa vedere che dando a questi muri lo stesso spessore della volta, essi avranno tutta la solidità che devono avere, come prova l'esperienza, *questo modello di volta sostenendosi egualmente bene sopra muri di 9 linee di spessore, divisi in 8 parti e sopra 12 colonne doriche il di cui diametro è di 9 linee: cioè quattro situate agli angoli, ed otto altre sotto le parti inferiori di volta,* come si vede indicato per un quarto nella figura 41, Tavola CLXXXXV.

Per trovare lo spessore di questi muri col metodo geometrico, fa d'uopo prendere la differenza della superficie del triangolo B E C, con quella del triangolo E e *d*, che si dividerà per la lunghezza B C.

Così, la superficie del triangolo grande essendo $\frac{108 \times 54}{2}$, che dà 2916, e quella del picciolo $\frac{82\,5/7 \times 41\,5/14}{2} = 1710{,}4$, la loro differenza 1205,6 divisa per 108, darà 11, 16, che si porterà al solito sul profilo da B in *h*, e lo spessore della volta da B in *n*, per descrivere sopra *n h*, come diametro, una mezza circonferenza di cerchio, che, tagliando l'orizzontale BE, determinerà lo spessore del muro che si troverà di 10 linee.

La poca spinta di questa specie di volta viene da ciò che la parte superiore che la cagiona diminuisce di volume a misura che lo sforzo orizzontale diviene più considerabile, e perchè la forma triangolare delle sue parti e la loro posizione le procura il vantaggio d'avere per base il loro lato più grande; mentre nelle volte a crociera le parti triangolari non posando che sopra un angolo, il peso aumenta in più grande ragione degli sforzi orizzontali.

Di più, siccome le parti ad angolo si sostengono reciprocamente, ne risulta che una mezza volta, ed anche un quarto di volta a base quadrata si sostiene sola, quando lo spessore dei muri è di 10 linee; prova che le parti opposte non agendo quasi le une contro le altre, la spinta diviene quasi nulla.

Applicando a questa volta il metodo dei centri di gravità, la formola diviene

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2bc}{af} + \frac{bb}{a^2f^2}} - \frac{b}{af};$$

si troverà che la distanza della verticale abbassata da quello della parte superiore della volta dal punto d'appoggio N, intorno al quale essa tende a rotare, è di 11, 18, e che la distanza Ng di questo punto d'appoggio alla direzione della potenza orizzontale Gg, è di 24, 82.

Il cubo di questa parte di volta essendo 18051, 41, l'espressione dello sforzo che occorrerà per sostenerla, sarà $18051,41 \times \frac{11,18}{24,82}$, che dà pel valore di p, 8131, 13, e per $\frac{2p}{f}$ $\frac{16262,26}{108}$, che si riduce a 150, 57; b essendo 61600,5; e c, che indica la distanza della verticale abbassata dal centro di gravità della mezza volta al punto B, intorno al quale essa tende a rotare, essendo 7, 23, si avrà

$$\frac{2b}{af} = \frac{123201 \times 7,23}{120 \times 108}, \text{ che si riduce a } 68,\ 73,$$

$$\frac{b}{af} \text{ sarà } \frac{61600,5}{120 \times 108}, = 4,\ 75, \text{ e } \frac{bb}{a^2f^2} = 22,\ 56.$$

Questi valori sostituiti nella formola danno

$$x = \sqrt{150,57 - 68,73 + 22,56} - 4,\ 75;$$

che dà, fatte le operazioni indicate, $x = 5, 47$, circa 5 linee 1/2, cioè meno che coll'altro metodo, perchè la forma triangolare esigerebbe qualche picciola modificazione che abbiamo trascurato per la ragione già citata, che è meglio trovare un risultato alquanto più forte che troppo debole.

È bene osservare che il più grande sforzo di questa specie di volta dovendosi fare verso il mezzo della lunghezza del muro in ah, ivi dovrebbe essere il più forte spessore; d'onde risulta che invece d'un muro a base rettangolare ne bisognerebbe uno a base triangolare. *Questa osservazione è confermata dall'esperienza, perchè il modello intero si sostiene bene su piedritti di 9 linee di spessore, mentre, acciò un quarto di volta si sostenga, fa duopo che lo spessore delle parti di muro che vi corrispondono sia di 10 linee.*

Per trovare lo spessore che dovrebbe avere il piedritto a base triangolare dalla parte dell'angolo, fa d'uopo cangiare nella formola

l'espressione algebrica della resistenza del piedritto: quindi indicando lo spessore ah della figura 41, con x, la superficie della base del piedritto triangolare sarà $f \times \frac{x}{2}$, ed il suo cubo $\frac{afx}{2}$; e siccome il suo centro di gravità corrisponde al terzo di ah, la resistenza del piedritto sarà

$$\frac{2afxx}{6}.$$

E però si avrà l'equazione $pa + pd = \frac{2afxx}{6} + bx + mc$, che darà, fatte le riduzioni

$$x = \sqrt{\frac{3p}{f} + \frac{3pd - 3mc}{af} + \frac{9bb}{4a^2f^2}} - \frac{3b}{2af},$$

nella quale sostituendo i valori, si avrà

$$x = \sqrt{126\ 1/6 + 23\ 1/2 + 28\ 4/9} - 5\ 1/3,$$

che dà 8 linee per lo spessore ah; ma siccome questa forma di piedritti non può convenire ad una volta il cui spessore al basso è terminato da linee parallele, il mezzo più convenevole è di dare al piedritto lo spessore che la volta ha inferiormente.

È facile concepire che i vantaggi delle volte a schifo diminuiscono in ragione che esse divengono più lunghe che larghe, in guisa che il mezzo del lato maggiore d' una volta di questo genere, la cui lunghezza ha più del doppio della larghezza, deve agire come una volta comune a botte. Se le parti di volte sono separate dalle diagonali della pianta che la volta deve coprire, come la figura 1 della Tavola XLIV, si darà ai muri due terzi dello spessore che dovrebbe avere una volta a botte, della stessa curvatura, avente la larghezza per diametro. Ma se sono separate da linee che dividono l'angolo della pianta in due, come nelle figure 7 e 12 della stessa Tavola, bisognerà dare ai muri lo spessore intero, invece dei due terzi.

Siccome in queste specie di volte il più grande sforzo si fa verso il mezzo dei lati, fa d'uopo evitare, per quanto è possibile, di praticarvi apertura di porta o di finestra.

Questa forma di volta conviene beniasimo per gli appartamenti a volte, ai quali non si può dare che poca elevazione di curvatura, e la cui pianta non presenta una lunghezza maggiore del doppio della larghezza.

Quando l' altezza di curvatora che si può dare a queste volte è minore della sesta parte della loro larghezza, fa d'uopo formarla d' un solo arco di cerchio.

Vigesima seconda applicazione, ad un modello di volta sferica.

Questo modello, rappresentato dalle figure 42, 43, 44 e 45, ha lo stesso diametro e spessore che il precedeote; è tagliato in otto parti eguali dai piani verticali che s' incrociano sull' asse: ciascuna di queste parti è suddivisa in due altre con una commessura a 45 gradi, ciò che forma in tutto sedici pezzi. Questa volta è elevata sopra un muro circolare d'eguale spessore di essa, divisa in otto parti corrispondenti a quelle della volta: tutte queste parti sono poste in maniera da formare delle commessure continue, senza alcun collegamento, affine di presentare il caso più sfavorevole. Nulladimeoo questo modello si sostiene solidamente, e può anche portare un peso sulla sua sommità.

Se si sostituiscono alle otto parti dei muri circolari otto picciole colonne d'eguale altezza, come le rappresenta la figura 44, di modo che le commessure verticali corrispondaoo al mezzo di ciascuna colonna, questa volta si sostiene ancora, benchè il cubo di queste colonoe, come pure il loro peso, non sia che la nona parte del muro circolare che esse rimpiazzano.

Risulta da queste esperienze che le volte sferiche hanno ancora minore spinta che le volte a schifo.

Per fare l'applicazione, bisognerà, dopo aver fatto il profilo di questa volta, e descritta la circonferenza media, condurre al solito le tangenti T F, G F, la secante F O, l'orizzontale I K L, e le verticali K M e B *i*; poi, operando per un ottavo di volta, si prenderà il settore O *h m* per esprimere lo sforzo orizzontale indicato da K L, e la parte di corona H *h* M *m*, per esprimere lo sforzo orizzontale della parte inferiore.

La differenza di queste due superficie, moltiplicata per lo spessore della volta, sarà l'espressione della spinta, indicata da p nella formola.

Il raggio O *m* del settore essendo $41 \frac{5}{14}$, e la sua circonferenza 32 1/2, la sua superficie sarà $672 \frac{3}{56}$.

La superficie della parte di corona *h* H M *m* sarà eguale alla differenza dei due settori O H M ed O *h m*, il primo de' quali è eguale al

prodotto della metà di $OM = 27$ per l'arco $HM = 42\ 3/7 = 1145\ 4/7$, ed il secondo, $672\ \frac{3}{56}$, si troverà questa differenza $= 473\ \frac{29}{56}$.

La spinta, essendo eguale alla differenza tra $672\ \frac{3}{56}$ e $473\ \frac{29}{56}$, sarà $198\ \frac{15}{28} \times 9$, che darà pel valore di p della formola $786\ \frac{23}{28}$.

f esprimendo per questo modello lo sviluppo dell'ottava parte del muro circolare, sarà $42\ 1/2$, il che darà $\frac{p}{f} = 42$.

d, che esprime la differenza della lunghezza del braccio di leva con l'altezza del piedritto, essendo $41\ \frac{5}{14}$, si avrà $pd = 73897\ 4/7$.

Per avere il valore di mc, fa d'uopo cercare dapprima quello di m, che indica lo sforzo verticale della parte superiore di volta, che deve essere eguale al cubo, di questa parte, moltiplicata per K M, e divisa per l'arco K G.

Il cubo di questa parte di volta, è eguale alla differenza fra il cubo del settore di sfera, nel quale essa è compresa e quello che forma la sua capacità interna.

Abbiamo già detto altrove che il cubo d'un settore è eguale al prodotto della superficie di sfera di cui fa parte pel terzo del raggio, e che questa superficie era eguale al prodotto della circonferenza del circolo massimo per la saetta di questa superficie: così la superficie del grande settore O R C r, figura 42, sarà eguale al prodotto del circolo massimo, di cui A a è il diametro $= 126$ per la saetta C $s = 18\ \frac{5}{11}$, che dà 7308, ed il suo cubo dà 7308×21, che dà 153468.

La superficie del picciolo settore O N D n sarà eguale al prodotto del circolo massimo, di cui B b è il diametro $= 108$ per la saetta $VD = 15\ \frac{9}{11}$, che dà $5369\ \frac{27}{77}$ ed il suo cubo per $5369\ \frac{27}{77} \times 18$, che dà $96648\ \frac{24}{77}$. Levando quest'ultimo cubo da quello del grande settore, che abbiamo trovato $= 153468$, il residuo, 56819, sarà il cubo della parte della volta superiore formante calotta, la cui ottava parte $7102\ 3/8$ sarà il cubo che cerchiamo, il quale essendo moltiplicato per $KM = 17\ 1/7$, e diviso per l'arco $KG = 46$, darà $2646\ 2/3$ pel valore di m della formola.

c, che rappresenta i K, essendo $12\ \frac{9}{14}$, si avrà $mc = 33461\ 3/7$; così $pd - mc$ sarà $73897\ 4/7 - 33461\ 3/7 = 40436\ 1/7$;

$$\text{e per } \frac{pd - mc}{af},\ \frac{40436\ 1/7}{120 \times 42\ 1/2} \text{ che si riduce a } 7{,}92.$$

Nell'applicazione precedente al modello della volta a schifo, i muri essendo retti, la distanza del loro centro di gravità al punto d'appoggio

era eguale alla metà del loro spessore: in questa, il muro essendo circolare, il suo centro di gravità è tanto più lontano dal punto d'appoggio in quanto abbraccia una più gran parte di circonferenza del cerchio: non prendendone che l'ottava parte, il suo centro di gravità si trova fuori dello spessore del muro, d'una quantità che abbiamo indicata con e; in guisa che il suo braccio di leva, invece d'essere $\frac{x}{2}$, sarà $e+x$, il che cangierà la formola precedente in questa,

$$afx\,(e+x) + bx = pa + pd - mc,$$

che ordinando rapporto ad x, diviene

$$afx^2 + (eaf + b)\,x = pa + pd - mc,$$

d'onde si trae

$$\text{posto } e + \frac{af}{b} = 2h,$$

$$x = \sqrt{\frac{p}{f} + \frac{pd - mc}{af} + h^2} - h.$$

b esprime lo sforzo verticale d'un ottavo di volta, eguale al suo cubo, moltiplicato per la verticale Bf, e diviso per la circonferenza media TKG.

Questo cubo è eguale all'ottavo della sfera, di cui Aa è il diametro, meno quello dell'ottavo della sfera, che ha per diametro Bb.

Il diametro Aa essendo 126, l'ottavo della circonferenza del circolo massimo sarà 49 1/2, che, moltiplicato per la saetta, che è il raggio = 63, darà per la superficie dell'ottavo della grande sfera 3118 1/2, e pel suo cubo 3118 1/2 × 21 = 65688 1/2.

Il diametro Bb essendo 108, l'ottavo della circonferenza del circolo massimo sarà 42 3/7, che moltiplicato pel raggio 54, darà per la superficie 2291 1/7, e pel suo cubo 2291 1/7 × 18 = 41240 4/7: levando il più picciolo di questi cubi dal più grande, la differenza, 24447 $\frac{13}{14}$, sarà quella di questo ottavo di volta, che bisognerà moltiplicare per Bf = 58 1/2, e dividere il prodotto 1430203 $\frac{23}{28}$, per l'arco medio TKG = 91 6/7. Il quoziente 15558 esprimerà lo sforzo verticale dell'ottavo di volta, espresso da b nella formola, il che dà per quello di

$$\frac{b}{af}\ \frac{15558}{5100}, \text{ che si riduce a } 3{,}05.$$

e, essendo 2,51, si avrà $h = 2{,}78$, ed $h^2 = 7{,}72$.
Sostituendo i valori trovati nella formola,

$$x = \sqrt{\frac{p}{f} + \frac{pd - mc}{af} + hh} - h,$$

si avrà

$$x = \sqrt{4^2 + 7{,}9^2 + 7{,}7^2} - 2{,}78 = \sqrt{57{,}64} - 2{,}78,$$

che si riduce fatte le operazioni, ad $x = 4{,}72$, invece di 7,41 trovato per la volta a schifo, la cui pianta fosse formata col quadrato circooscritto. Questa differenza proviene da ciò che i muri retti corrispondenti a ciascun quarto di volta, non hanno per braccio di leva se non la metà del loro spessore, mentre nelle volte sferiche la parte di muro corrispondente ha un braccio di leva tre volte più considerevole.

Applicazione col metodo dei centri di gravità.

Per questa applicaziooe, useremo d'un mezzo semplicissimo di determinare i centri di gravità delle volte sferiche, che ho dedotto dai principj teorici stabiliti in un'Opera matematica dell'abate Deidier, intitolata: *Misura delle superficie e dei solidi coll'aritmetica dei infiniti ed i centri di gravità* (1).

Considerando la volta ridotta alla sua circonferenza media, per avere il centro di gravità della parte superiore, indicato da K G, figura 44, si tirerà pel mezzo 2 di G L una orizzontale, che taglierà l' arco K G al punto 3; portando poi la distaoza 2, 3 sulla pianta, si descriverà un arco 5, 6, di cui si cercherà il centro di gravità, moltiplicando la sua corda pel suo raggio, e dividendo il prodotto pel perimetro dell' arco (come abbiamo poc' anzi spiegato); il quozieote 2968 indicherà la distanza dal centro di gravità all' asse, che si porterà sul profilo da 2 in 4. Nn essendo = 38,18, la differeoza N 4 sarà 8,50, indicante il braccio di leva del peso della parte superiore della volta espressa col suo cubo.

Ng sarà, come nell' applicazione precedente, 24,82, esprimente il braccio di leva della potenza orizzontale che sostiene la parte di volta superiore sulla sua commessura H N.

(1) Volume in 4.° con Tavole. Parigi 1740, presso C. A. Jombert.

Il cubo di questa parte essendo 7102 3/8, lo sforzo della potenza sarà espresso da $\frac{7102\ 3/8 \times 8{,}50}{24{,}82}$, che si riduce a 2432,32 pel valore di p; si ha pure $\frac{p}{f} = \frac{2432{,}32}{42{,}5} = 57{,}23$.

b, che esprime il peso delle due parti di volta riunite, sarà 24447,93.

c, indicherà in questo caso, la distanza della verticale abbassata dal centro di gravità delle due parti di volta riunite, al punto B.

Per avere questo centro di gravità, si tirerà una orizzontale dal mezzo 7 di G O, che taglierà la circonferenza media nel punto 8; portando poi la distanza 7,8 sulla pianta, si descriverà un arco 9, 10, di cui si cercherà il centro di gravità, che si troverà a 49,36 dall'asse, ed a 4,64 dal punto B, che sarà il valore di c. Così si avrà

$$\frac{bc}{af} = \frac{24447{,}93 \times 4{,}64}{120 \times 42{,}5}, \text{ che si riduce a } 22{,}24.$$

h, che rappresenta, come nell' applicazione precedente,

$$e + \frac{b}{af} \text{ sarà } 2{,}51 + \frac{24447{,}93}{5100}, \text{ che si riduce a } 7{,}30,$$

in guisa che $h = 3{,}65$, d'onde $h^2 = 13{,}32$.

Tutti questi valori, sostituiti nella formola

$$x = \sqrt{\frac{p}{f} - \frac{bc}{af} + hh} - h, \text{ daranno}$$

$$x = \sqrt{57{,}23 - 22{,}24 + 13{,}32} - 7{,}3,$$

che si riduce, a $x = 3{,}30$, invece di 4,72, che dà l'altro metodo, differenza che deriva dall' essere, col primo metodo gli sforzi verticali un poco deboli: del resto questa differenza è vantaggiosa ai piedritti.

Dalle applicazioni fatte ai quattro modelli di volta precedenti, che sono i più in uso, risulta,

1.° Che per la volta a botte a tutto sesto la cui lunghezza è eguale al diametro, la superficie dei due muri paralleli che la sostengono è di 4698.

2.° Che quella dei quattro piloni a base quadrata, che sostengono la volta a crociera è di 7056.

3.° Che quella dei quattro muri della volta a schifo, è di 3425 2/3.

4.° Che quella del muro circolare della volta sferica è di 1238 1/6.

Quindi non avendo riguardo che al diametro di queste volte, che è eguale per tutte, si troverà che, indicata la superficie del muro circolare della volta sferica con l,

Quella dei muri della volta a schifo sarà un poco meno di 3;
Quella dei muri della volta a botte, meno di 4;
E quella dei piloni della volta a crociera meno di 6.

Ma se si ha riguardo allo spazio che occupa ciascuna di queste volte, con i loro muri e punti d'appoggio, si troverà che a superficie eguale, i muri della volta a botte ne sarebbero i 2/7.

Quelli della volta a schifo, meno del quarto.

I piloni della volta a crociera, supponendola continuata nello spessore dei piloni, un poco più del settimo.

Ed il muro circolare della volta sferica, un poco più di due diciasettesimi.*

Di modo che se si suppone che lo spazio occupato da ciascuna di queste volte sia 400,

I muri delle volte a botte saranno	115
Quelle delle volte a schifo	91
I piloni della volta a crociera	60
Il muro circolare della volta sferica	48

D'onde risulta che dopo le volte sferiche, le volte a crociera sono quelle che esigono meno punti d'appoggio: conclusione che non sembra si dovesse attendere, dopo ciò che abbiamo detto della loro spinta, ma è giustificata dall'esperienza.

Si potrà forse riguardare come una cosa straordinaria che queste formole dicono per le volte a schifo e per le sferiche grossezze di muri minori di quelle di queste volte. Benchè questo risultato sia giustificato dall'esperienza, non pretendiamo concluderne che si dia a questi muri minore spessore che alle volte che sostengono, ma che possono non essere pieni in tutta la loro lunghezza.

Ci limiteremo a dimostrare, dietro i principj poc'anzi stabiliti, pagine 249, 250 e specialmente quest'ultimo, ove si fa vedere che la spinta è eguale alla differenza degli sforzi orizzontali delle parti di volta che agiscono in senso contrario; di modo che se questi due sforzi fossero eguali, non essendovi differenza, non vi sarebbe spinta: ciò avviene alle volte a schifo e nelle volte sferiche.

Prova per la volta a schifo.

Supponendo questa volta ridotta alla sua superficie media, la parte che produce la spinta sarà indicata nel profilo, da KL (Tavola CLXXXXV.

Figura 40 e 41), e nella pianta, dal triangolo E $e d$, eguale al quadrato K $e g$ E, la parte che resiste sarà indicata nel profilo da I K, e nella pianta dal trapezio $e \hat{n} q d$, eguale alla parte formante la squadra $enmge$K. Ciò posto, se si osserva che il lato del grande quadrato enmE è eguale alla diagonale del picciolo KegE, la superficie di quest'ultimo sarà eguale alla metà di quella del grande; dunque la parte a squadra, che esprime lo sforzo della parte di volta inferiore, sarà eguale al quadrato esprimente lo sforzo della parte superiore; dunque essa non deve avere spinta. Quella che abbiamo trovato nell' applicazione dei due metodi proviene dall'aver soppresso dall'espressione della parte inferiore, il picciolo trapezio B $n q$ C, formante la metà del suo spessore; perchè considerando questa parte inferiore d'un sol pezzo, essa tende a rotare intorno alla linea B C, il che non accadrebbe se fosse composta d' una infinità di peducci, che potessero agire.

La stessa dimostrazione può applicarsi alle volte sferiche; perchè tirando le linee Mn, dn, figura 43, è facile vedere che il raggio Oh essendo eguale alla metà della diagonale nO, la superficie del cerchio descritto col raggio O h sarà la metà di quella del cerchio descritto col raggio O m. Dunque la corona, che esprime lo sforzo della parte inferiore, essendo eguale al cerchio, che esprime quello della parte superiore, questa volta, del pari di quella a schifo, non avrà spinta.

Questa proprietà delle volte sferiche può anche dimostrarsi in altra maniera, facendo vedere che il prodotto della parte superiore della volta, moltiplicato per K L, è eguale a quello della parte inferiore moltiplicato per I K; perchè, supponendo questa volta ridotta alla sua circonferenza media, lo sforzo della parte superiore sarà eguale al prodotto della circonferenza che le serve di base, la quale indicheremo con C, per L G, e pel suo braccio di leva K L. Quello della parte inferiore sarà $C \times TI \times IK$; e siccome $LG = IK$, e $TI = KL$, si avrà

$$C \times LG \times KL = C \times TI \times IK.$$

Prova per la volta sferica.

Abbiamo pensato che si vedrebbe con interesse il lavoro che fece l'autore su questo argomento nel 1796, sulle volte e pennacchi della cupola della chiesa di Santa Genevieffa, allora Panteon francese, e che si era limitato ad indicare qui per esempio di questa applicazione nelle edizioni precedenti.

APPLICAZIONE FATTA DALL' AUTORE, NEL 1796, *alle Volte e pennacchi della cupola della chiesa di Santa Genevieffa, allora Panteon Francese* (1).

Le tre volte che terminano la cupola del Panteon Francese hanno insieme, al basso, uno spessore adeguato di 4 piedi 6 pollici. Quantunque il muro circolare che le sostiene a diverse altezze non abbia che 3 piedi 3 pollici, e sia aperto da dodici grandi finestre, ognuna di 8 piedi 4 pollici di larghezza, e malgrado l'abbassamento accaduto e gli accidenti che si sono manifestati ai piloni, non si è potuto accorgersi d'alcuno sforzo laterale, che tenda a scostare le parti del muro.

In quanto alla posizione del giro d' una cupola eretta sopra archi e pennacchi, sostenuto all'innanzi dei suoi punti d'appoggio, il principale effetto che ne risulta, è una forte tendenza all'interno, occasionata dalla maggior parte del peso della cupola, sostenuta dai pennacchi, e trasmesso in parte sugli archi e le faccie interne dei piloni.

I pennacchi possono essere considerati come porzioni d' una volta sferica, avente la sua origine sulle faccie interne dei piloni. Il diametro di questa volta, essendo maggiore di quello del giro della cupola, essa si trova troncata verticalmente dalle faccie di quattro grandi archi formanti l' apertura delle navate, ed orizzontalmente all' interno del giro circolare della cupola, di modo che le parti restanti, cioè i pennacchi, si trovano ritenute ciascuna da tre lati, cioè, da diritta e da sinistra dagli archi, e nell'alto dal filare che forma cerchio, il quale unisce tutto insieme; d'onde risulta che questi pennacchi non possono cedere al peso che sostengono, senza agire contro il fianco degli archi sui quali si appoggiano. Ma il filare formante cerchio che riunisce i pennacchi vi si oppone, e l' ostacolo che vi mette è tanto più grande, che quest' effetto non può avere luogo senza che si faccia

(1) Estratto della Memoria istorica sopra la cupola della chiesa di Santa Genevieffa, già Panteon Francese, divisa in quattro parti: la 1.ª contiene la descrizione di questo monumento; la 2.ª il dettaglio istorico e ragionato della sua costruzione; nella 3.ª parte si esamina se i muri e punti d'appoggio della cupola abbiano le dimensioni necessarie per resistere agli sforzi che devono sostenere; la 4.ª parte contiene il dettaglio esatto di tutti gli accidenti che si sono manifestati nei piloni della cupola, i motivi di questi accidenti, ed i diversi mezzi proposti per ripararli. Di G. Rondelet, architetto, ex Commissario dei lavori pubblici, e membro del consiglio degli Edifici Civili. — Parigi, Dupont, stampatore librajo, anno V (1797).

una rottura, non solamente nelle pietre componenti questo filare, ma ancora in tutte le parti del giro che non si trovano interrotte da vani.

La parte del giro portata degli archi sarebbe capace d'occasionare uno sforzo di spinta contro i punti d'appoggio che li sostengono; ma questo sforzo si trova bilanciato ed anche distrutto da quello dei pennacchi che investono i reni di questi archi con una forza superiore. Si è cercato aumentare questo sforzo quanto era possibile, disponendo i peducci che terminano i filari dei pennacchi della cupola, in modo che si leghino con quelli degli archi.

Per arrivare a conoscere il valore di questi sforzi, si è considerato un quarto del giro col pilastro che vi corrisponde, e si è riconosciuto che supponendo questo quarto isolato, non potrebbe sostenersi solo, quantunque d'un sol pezzo, perchè la verticale, che passa dal centro di gravità della sua massa, cade fuori della faccia interna dei pilastri, a 5 piedi 6 pollici 5 linee avanti dei pilastri, di modo che vi sarebbe bisogno dell'aiuto d'una potenza qualunque che rimandasse il peso sul pilastro: ora è evidente che tutto lo sforzo che risulterebbe da questo effetto cadrebbe sulla faccia interna dei pilastri e sulle colonne addentrate che sostengono i grandi archi formanti l'apertura delle navate. Se si tira una linea C H, Tavola CLXXXXVI, parallela a questa faccia, che passa pel centro di queste colonne, indicherà l'asse o il mezzo della più forte impressione; il che si trova confermato dall'esperienza, poichè i pilastri e le colonne unite sono le più maltrattate.

Il peso di questo quarto di cupola sino al di sotto degli architravi dei pilastri è di 7,449,980; il suo centro di gravità si trova a 6 piedi 4 pollici 8 linee dall'asse C H; d'onde risulta che lo sforzo col quale tende a moversi è di 45,597,075. Questo sforzo distribuendosi sopra una superficie di circa 80 piedi, dà per ciascuno 569,963.

Applicando il peso medio che porterebbe un piede superficiale della pietra del fondo di Bagneux, agli 80 piedi di superficie di ciascun pilastro della cupola (sui quali abbiamo detto che si faceva la più forte impressione del carico, valutato a 45,597,075) si troverebbe che esso è li 5/6 di quello che sarebbe capace di rompere questa superficie; ma siccome le pietre non posano da per tutto egualmente a motivo dei sottigliamenti e delle scabrosità, si può dire che questa parte non sarebbe sufficiente per sostenere questo sforzo, se non fosse fortificata col soprappiù del pilastro al quale aderisce.

Per conoscere il valore della resistenza opposta dalla parte inferiore del giro allo sforzo precedente, fa d'uopo dividere 45,597,075 per 25 piedi, che esprime l'altezza media del braccio di leva, all'estremità del quale questa resistenza agisce, e si troverà ch'essa si riduce a 1,823,883, e siccome si distribuisce sopra una superficie che ha più di 600 piedi, si può dire, con sicurezza, che è cento volte maggiore dello sforzo.

In quanto allo sforzo necessario per impedire al quarto di cupola di cadere in dentro, si troverà moltiplicando il suo peso totale, che è di 8,247,304, per la distanza della direzione del centro di gravità di questa massa, alla linea che passa dai punti d'appoggio, attorno dei quali girerebbe. Questi pooti essendo angoli salienti delle basi dei pilastri ad arco, questa distanza si trova di 3 piedi, ciò che dà pel prodotto di questo sforzo 24,741,912. La potenza orizzontale che sopporta questo sforzo, essendo posta all'altezza del centro di gravità, che si trova a 98 piedi 6 pollici al di sopra dei punti d'appoggio, si ridurrà a 251,187.

Finalmente, per mostrare che questo sforzo non è abbastanza considerabile per rovesciare il pilastro con il carico che sostiene, basta dire che bisognerebbe, a tal effetto, uno sforzo eguale a 8,247,304, moltiplicato per 18 1/4, e diviso per 98 1/2, che dà 1,529,053; cioè, sei volte più grande che quello della potenza, che contrabbilancia il peso della cupola.

Ci resta da conoscere lo sforzo della spinta occasionata dal peso, di cui ogni arco è caricato, il quale è di 1,789,626; a tal uopo, è necessario primieramente tirare sulla sezione presa sul mezzo degli archi, figura 1.ª, Tavola CLXXXXVII, le linee bf, fc, la secante fo; ciò fatto, si troverà il raggio della circonferenza media bKg, di 21 piedi; Kl di 14 piedi 6/7, ed iK di 6 piedi 1/7; l'arco Kg di 16 piedi 1/2, ed il braccio di leva della spinta di 67 piedi 6 pollici.

A motivo dell'isolamento delle parti del giro poste fra due finestre, che trasmettono questo peso sulle arcate, si prenderà tutto intiero per quello che cagiona la spinta, quantunque quest'ultimo sia inferiore, il che dà per effetto della spinta, non considerando che una mezza arcata,

$$\frac{894,813 \times 14\ 6/7}{46\ 1/2} \times 67\ 1/2 = 54,386,032,$$

e per le due mezze arcate, da dritta e da sinistra del pilastro 108,772,064. Considerando poi che le direzioni di questi sforzi, che formano un angolo retto, si distruggono in parte, e che il loro risoltato è eguale

alla diagonale d'un quadrato, di cui ciascuno di questi sforzi formerebbe i lati contigui; cioè, che il risultato deve stare a 108,772,064, come 7 a 10, ciò che dà 76,140,445.

Fa d'uopo aggiugnere a questo sforzo quello che bisognerebbe per tenere il quarto della cupola in equilibrio, che abbiamo trovato di 24.741,912, il che dà per la somma totale degli sforzi che tendono a rovesciare il piedritto 100,882,357; ma siccome la sua resistenza è eguale a 8,247,304 × 18 1/4, il che dà 150,513,298, ne risulta che la somma di tutti gli sforzi che tendono a scostare i piedritti della cupola, non è che i due terzi della resistenza che possono ad essi opporre col loro peso, e però non si nota in questo edificio alcun effetto che possa indicare uno sforzo all'esterno. Fa d'uopo di più osservare che in tutti i calcoli fatti non si son punto compreso i pilastri che aumentano di molto questa resistenza.

Peristilio esterno della cupola (1).

Il colonnato esterno e le volte unite coi grandi archi e i pennacchi, che la sostengono, formano insieme un peso di 16,226,224, il che fa pel carico di ognuno dei quattro angoli rientranti dei muri esterni sui quali cade questo peso, 4,056,556. Per trovare la spinta di ciascuna parte di questi grandi archi, e dei pennacchi che trasmettono questo peso sui muri esterni, fa d'uopo moltiplicarli per la semicorda, e dividere il prodotto per la semicirconferenza, il che darà

$$\frac{4,056,556 \times 47 \frac{17}{24}}{61} = 3,172,648$$

per la somma degli sforzi che si riuniscono ad angolo retto; ma siccome essi si compongono in una sola forza sulla diagonale, si avrà il valore del loro sforzo moltiplicando questa somma per 7, e dividendo il prodotto per 10, ciò che darà 2,220,853. Questa forza o spinta agendo all'estremità d'una leva di 52 piedi, produce uno sforzo di 115,485,356; ma la resistenza dell'angolo formante una cantonata scema, unita a quelle dei muri che vi fan capo, essendo di 289,075,800, si trova un poco meno del doppio: nullameno i canti scemi hanno un poco piegato verso l'origine dei grandi archi; *ma fa d' uopo osservare che, in questo calcolo,*

(1) Vedi le Note Addizionali sulle Tavole.

si suppone che tutte le parti resistenti non formino che un solo pezzo mentre sono realmente composte di un' infinità di pezzi.

OSSERVAZIONE

La solidità d'una cupola circolare, innalzata sopra archi e pennacchi, consiste principalmente in ciò che tutte le parti che la compongono tendono al centro, cioè all'asse del giro; e siccome gli avancorpi esterni possono diminuire quest' effetto, non fa d' uopo farne uso che con molta considerazione.

Il saggio architetto che ha costruito la cupola di San Paolo in Londra, ha così ben sentito la necessità di dirigere gli sforzi di questa cupola sopra l'asse, che ha fatto il suo giro conico all'interno, in vece di farlo cilindrico; e per aumentare ancora questo sforzo, ha dato al muro che forma questo giro meno spessore al basso che all' alto, da cui risulta un sovrappiombo di cinque piedi, del quale non si trova esempio in alcun altro edificio.

Le volte composte, regolari o irregolari, non essendo che un'unione di parti di volte semplici, se si ha ben compreso tutto ciò che abbiamo detto a questo proposito, e ripetuto le operazioni leggendole, si arriverà facilmente a determinare gli sforzi di ogni specie di volte; per la qual cosa ci siamo estesi sul dettaglio di queste operazioni, che sono immediate e giustificate colle esperienze che tutti possono ripetere.

Le soluzioni più dotte e più generali, date dai geometri di primo ordine, non sono quasi mai consultate, perchè, siccome si vuol sempre far presto, quando si vuol farne uso, per sostituire valori alle lettere, la soluzione delle loro formole, e la loro applicazione a casi particolari diventa estremamente difficile; come mi hanno risposto molte persone instruttissime nelle matematiche trascendentali, e fra gli altri il celebre Lagrange ai quali ho indicato queste formole.

CAPO TERZO

DELLA FORZA COLLA QUALE LA MALTA ED IL GESSO POSSONO UNIRE LE PIETRE O I MATTONI.

È evidente che questa forza deve essere in ragione della superficie delle commessure, paragonata al volume delle pietre, mattoni o rottami. Così, un peduccio in pietra di taglio, d'un piede cubico, potrà essere legato ai peducci contigui da quattro commessure, ciascuna di 1 piede di superficie, che prodorranno insieme 4 piedi. Ma se a questo peduccio si sostituiscono tre pietrami invece di 4 piedi di superficie di commessure, se ne avrà 8. Finalmente se si impiegano dei mattoni al posto dei rottami, ne bisogneranno 27 per formare lo stesso volume, che daranno pel sviluppamento delle superficie che si commettono, 13 piedi. Così, indicando la forza che lega il peduccio in pietra di taglio con 4, quella che nnisce i rottami sarà 8, e quella pei mattoni 13; *dal che risulta che le volte in rottami devono spignere metà meno che quelle in pietra di taglio, e quelle in mattoni tre volte meno.*

Abbiamo citato al Libro I.°, Tomo I.° alcune esperienze solla forza colla quale la malta ed il gesso possono unire diverse specie di pietre e di mattoni; risulta da queste esperienze, che al termine di sei mesi, la malta può unire i mattoni con abbastanza tenacità da render nulli gli sforzi della spinta in una volta abbassata d'un terzo, di 15 piedi di diametro e 4 pollici di spessore, estradossata egualmente; ed il gesso, quella d'una volta di 18 piedi di diametro, d'eguale arco e spessore. Questa forza è più grande per le volte estradossate inegualmente, di cui il minore spessore è alla chiave; essa aumenta in ragione dello spessore preso verso il mezzo dei reni, ove si opererebbe la rottura; di modo che, quali pur sieno il diametro e l'arco della volta, la forza della malta, al termine di sei mesi, nelle volte ben fatte, è capace di rendere inefficace la spinta, quando lo spessore, preso al centro dei reni sia maggiore, della decima parte di KL, figura 25, Tavola CLXXXXIV, per quelle murate in malta, e della dodicesima per quelle murate in gesso: ma è bene ripetere l'osservazione

che abbiamo già fatto: sintanto che le opere in gesso sono difese dalle intemperie dell' aria e dell'umidità, esse conservano la loro solidità, e, in caso contrario, alcune volte 7 ovvero 8 anni bastano per distruggerle, mentre che la durata delle opere in malta non ha limiti.

La poca malta o gesso che si impiega nelle volte in pietra di taglio, di cui le commessure non ne hanno sovente che un piccolissimo strato, ha fatto che non si può molto contare sulla loro forza per l'unione dei peducci; ma vi ha altri mezzi che si possono impiegare con altrettanto buon successo, come i perni ed i ramponi, di cui gli antichi Romani hanno fatto costantemente uso nelle costruzioni di questo genere. Questi mezzi sono preferibili alle catene e tiranti di ferro adoperati dai moderni.

ESPERIENZE PER SERVIRE DI BASE ALLA MANIERA DI CALCOLARE LA FORZA DEL GESSO E DELLA MALTA NELLA COSTRUZIONE DELLE VOLTE.

Prima esperienza.

Un regolo di gesso, o parallelepipedo, di cui la base aveva 16 linee, sopra 9 linee 1/2, e 15 pollici di lunghezza, essendo posto in coltello sopra due appoggi lontani l' uno dall' altro 12 pollici, ha portato nel suo mezzo, prima di rompersi, 17 libbre 10 oncie 5 grossi, figura H, Tavola LXVII.

Lo stesso regolo, tirato alle due estremità, ha sostenuto, prima di rompersi, un peso di 80 libbre 6 oncie. Conoscendo la forza che fa d'uopo per rompere un solido d'una tessitura semplice, come la pietra, il gesso, la malta, tirando dalle due estremità, si può conoscere quella capace di romperlo, essendo questo solido posto sopra due appoggi, moltiplicando la prima per lo spessore perpendicolare del solido, e dividendo il prodotto per la distanza di questa potenza o peso ai punti d'appoggio. Così in questo esempio, la forza per rompere il solido tirato da due estremità, essendo 80 libbre 6 oncie, o 3/8, lo spessore perpendicolare del solido di 16 linee, la distanza del peso ai punti d'appoggio di 72, si avrà il valore del peso o della forza per romperlo, essendo posto traversalmente sopra due appoggi $= \frac{80\ 3/8 \times 16}{72}$, che dà 17 libbre 3/5, invece di 17 libbre 10 oncie 5 grossi, ovvero 2/3, che non differisce che d' un sesto di libbra, cioè di meno di 3 oncie.

Seconda esperienza.

Un regolo di gesso, impastato da 3 giorni, di 11 linee 1/2 sopra 7 linee di grossezza, incastrato in un muro da una estremità, come indica la figura G, e posto in coltello, s'è rotto sotto nn peso di 4 libbre 2 oncie sospeso all'altra estremità: la sua lunghezza AB era di 6 pollici.

Terza esperienza.

Un altro regolo dello stesso gesso, di 15 pollici di lunghezza sulla stessa grossezza, e posto pure in coltello sopra due appoggi lontani l'uno dall'altro d'un piede, figura H, s'è rotto sotto un peso di 4 libbre 2 oncie 7 grossi.

Quarta esperienza.

Un terzo regolo di gesso d'eguali dimensioni del precedente, e posto egualmente, ma fermato con appoggi collocati alla stessa distanza l'un dall'altro, ha portato prima di rompersi 12 libbre 12 oncie.

OSSERVAZIONE

Nella seconda e terza esperienza, non si è fatto che una rottura: cioè, vicino al luogo dell'incastramento nella seconda, ed al mezzo nella terza; ma, nella quarta, se ne è fatto tre, una vicino a ciascun appoggio, e l'altra nel mezzo.

Risulta da queste esperienze e da molte altre che ho ripetuto sopra pezzi di gesso di differente grossezza e lunghezza, 1.° che conoscendo la forza assoluta d'un solido a tessitura semplice, si può conoscere la sua forza relativa in qualunqua posizione si trovi.

2.° Che la forza necessaria per rompere un solido di questo genere, è per quelli della stessa forma e dimensione, in ragione contraria della distanza del peso al punto d'appoggio.

3.° Che questa distanza essendo la stessa, la forza è eguale, sia cha il peso sia collocato ad una delle estremità o nel mezzo.

4.° Che questa forza è proporzionata al numero delle rotture ed alla loro superficie.

Le esperienze fatte sulla forza dei legni provano che quest' ultimo effetto non è eguale pei corpi di cui la tessitura è composta di fibre che possono piegarsi. Di modo che un regolo di legno, fissato alle due estremità non esige, per rompersi, che una forza doppia, mentre questa è tripla pei solidi di tessitura semplice, come il gesso, la malta e le pietre.

Quinta esperienza.

Dieci cubi in pietra dura comune, di 2 pollici sopra tutti i sensi, incastrati l'uno all' estremità dell' altro da un mese, e posti in traverso sopra due appoggi lontani di 16 pollici, di modo che le due estremità posano sopra gli appoggi senza esservi incastrati, si sono disuniti nel mezzo, sotto un peso di 25 libbre 3/4; due di questi cubi commessi nello stesso tempo non si sono separati tirando dalle due estremità che sotto un peso di 121 libbre.

Applicando a questa esperienza il calcolo indicato per la prima, si ha $\frac{121\,\text{l.} \times 2\,\text{pol.}}{8\,\text{pol.}}$, che dà 30 libbre 4 oncie; il peso sotto il quale i cubi si sono disuniti non essendo che 25 libbre 12 oncie, se vi si aggiugne il peso di 8 cubi intermedii, che pesano ciascuno 12 oncie, si avrà per lo sforzo che gli ha disuniti 31 libbre 12 oncie, *invece di 30 libbre 4 oncie che dà la regola.*

Noto che 25 linee 3/4 è il minor peso trovato da molte esperienze che si sono ripetute: ve ne ha che hanno dato 26 libbre, altre 27 1/2 e sino a 28.

Le stesse esperienze, fatte con dei cubi incastrati sopra i piedritti, hanno dato 79 libbre, 81 libbre ed 82 libbre 1/2.

Sesta esperienza.

Questa esperienza non differisce dalle precedenti che perchè i cubi erano fissati in malta; essa non è stata fatta che un mese dopo che i cubi sono stati fissati. È stato necessario per separarne due, tirandoli dalle estremità, un peso di 64 libbre. Così, l'applicazione della regola darà $\frac{64 \times 2}{8}$, che dà 16 libbre per il peso che bisognerebbe a disunirle, essendo poste in traverso senza essere fissate ai piedritti;

l'esperienza dà per il minor risultato 10 libbre 3/4, e pel maggiore 13 libbre 1/2; aggiugnendo, come poc'anzi, il peso dei cubi intermedii, che è di 6 libbre, si troverà per la minor forza 16 3/4, e per la maggiore 19 libbre 1/2.

Settima esperienza.

Questa esperienza è stata fatta sopra un modello di volta in pietra di Conflans, a tutto sesto, estradossata egualmente di 12 pollici di diametro, 1 pollice di spessore, e divisa in quattro parti da una commessura verticale alla sommità. Due altre inclinate di 45 gradi verso il mezzo dei reni.

Avendo attaccata la commessura verticale del mezzo, è stato necessario un peso di 16 libbre 3/4 per disunirla. Se oltre la commessura di mezzo, si fissano quelle a 45 gradi, fa d'uopo un peso di 52 libbre per disunirla. Finalmente se si attaccano anche le commessure orizzontali che separano la volta dai piedritti, essa non si disunisce che sotto un peso di 85 libbre.

Parecchie esperienze fatte sopra altri modelli di volte sceme e rialzate mi hanno fatto conoscere che la forza della malta o del gesso che lega le pietre o i mattoni di cui esse si compongono, potrebbe essere proporzionata al prodotto della superficie delle commessure ove si faranno le disunioni per L G, divise da K L, Tavola CLXXXXIII e CLXXXXIV. È essenziale di rimarcare che, meno la volta ha di spessore, meno questa forza è considerabile, e che nelle volte estradossate di livello essa è la maggiore possibile.

Applicazione.

Si vuol sapere se la forza del gesso può bastare per legare i mattoni d'una volta a botte ed a tutto sesto estradossate egualmente a 4 pollici di spessore, il suo diametro essendo di 28 piedi: siccome la lunghezza non influisce in niente, per facilitare il calcolo opereremo per una sezione d'un piede di lunghezza.

Il peso delle costruzioni in mattoni e gesso, di 4 pollici di spessore, essendo circa 42 libbre per ogni piede superficiale, il peso di questa sezione sarà di 1848, che rappresenterà quello sospeso al mezzo per fare le esperienze precedenti.

Siccome la forza che bisognerebbe per disunire la commessura orizzontale dalla parte delle origini è sempre più considerabile che la resistenza dei muri, non si può aver riguardo che alle tre commessure superiori, che aprendosi, possono occasionare la ruina della volta.

La superficie di ognuna di queste commessure, essendo di 48 pollici, quella delle tre sarà 144: questa superficie moltiplicata per 50, che indica per ogni pollice la forza con la quale il gesso può legare i mattoni, darà per la forza totale 7200. Questa forza, essendo ancora moltiplicata pel rapporto di LG a KL, che nelle volte a tutto sesto è sempre $\frac{29}{70}$, si troverà 2983 per lo sforzo del peso a cui questa forza potrebbe resistere. Il peso della volta non essendo che di 1848, ne risulta che il gesso basta per legare le parti della volta in mattone di cui si tratta, supponendola ben costrutta, in modo da non occasionare alcuno sforzo contro i muri che la sostengono: il che si trova confermato colle esperienze del conte d'Espie, e d'altri, che abbiamo citate al Tomo II.

Siccome la superficie delle commessure non cangia ponto per una volta a botte della stessa lunghezza, qualunque possa essere il suo diametro; dividendo 2983 per 42, che indica il peso d'un piede superficiale di volta in mattone e gesso, si troverà che la forza del gesso in una volta di 4 pollici di spessore, non può più bastare, se la sua circonferenza ha più di 72 piedi, corrispondendo ad una volta a tutto sesto di 45 piedi di diametro.

Per le volte a schifo basta operare per un sol pennacchio, se sono regolari, ma se sono irregolari, fa d'uopo fare l'operazione per ognuno di essi.

In quanto alle volte a crociera sopra una pianta quadrata, ed alle volte sferiche, la forza del gesso o della malta è sempre più che sufficiente per legare i mattoni o rottami, qualunque possa essere il loro diametro.

CONCLUSIONE.

Ho già avuto occasione di dire molte volte, e principalmente nella mia Memoria sulla costruzione della Cupola del Mercato del Grano di Parigi, che la spinta di cui si è cercato spaventare i costruttori dipende quasi sempre dal modo in cui le volte sono costrutte.

Essa non può essere pericolosa che quando siasi trascurato di prendere le precauzioni, che ci siamo fatti un dovere d'indicare dopo la teoria e l'esperienza, tanto per la forma del loro arco, del loro spessore, del loro estradosso, quauto rapporto al genere dei materiali impiegati alla loro costruzione, la loro disposizione, il loro apparecchio, affine d'evitare gli effetti del calo irregolare di cui sono suscettibili, come quelli dei loro muri o punti d'appoggio, che sono i più a temersi. Abbiamo latto vedere che la più piccola rottura o disunione in una volta troppo sottile, estradossata d'eguale spessore, può cagionarne la rovina. Aggiugneremo che questo difetto è più pericoloso nelle volte ove le commessure sono moltiplicatissime, come quelle costrutte di mattoni in coltello; perchè se sono murate in malta, vanno soggette ad un considerabile abbassamento, che non è mai eguale: se sono in gesso, ne risulta un gonfiamento che le rompe verso i fianchi, quando non sono appoggiate, o che rovescia i muri quando lo sono, e quando non si son prese tutte le precauzioni necessarie ad evitare questi inconvenienti. Bisognerebbe, per prevenirli, potere, adoperando la malta ed il gesso, far sì che il gonfiamento della prima compensasse il calo del secondo. Così si potrebbero murare in malta le parti inferiori, ed il riempimento dei reni e le parti superiori in gesso.

Quali che siano i materiali che si impiegano alla costruzione delle volte, fa d' uopo prendere tutte le precauzioni necessarie perchè non possan farsi delle disunioni, e che, ove pure, per qualche accidente impreveduto, accadessero, la resistenza delle parti inferiori possa bilanciare lo sforzo delle parti superiori. Le disunioni che si fanno nelle volte a botte sono le più pericolose, perchè accadono in linee rette, si continuano in tutta la loro lunghezza, parallelamente ai muri che le sostengono. Ond'è che per evitare le conseguenze di questo effetto fa d'uopo che i reni sieno ripieni almeno sino all'altezza, ove si farebbe la disunione indicata da K, K', K'', K''', figura 8, Tavola CLXXXXIII, e il sovrappiù, diminuendo di spessore sino al mezzo della chiave.

Ho trovato, come M. Couplet, che il minore spessore che si possa dare ad un arco estradossato d' eguale spessore, perchè si sostenga, non deve essere minore della cinquantesima parte del raggio.

Nullameno, siccome le pietre ed i mattoni che si impiegano alla costruzione delle volte non sono mai così perfetti come suppone la teoria, si può ridurre il minore spessore per le volte a botte, dai 9 piedi

sino a 15 piedi di raggio a 4 pollici, sia che si formi d' un filare di mattoni posti in coltello, o di due filari di mattoni posti di piatto, come nelle volte alla maniera di Roussillon; e di 5 pollici per le volte in pietre tenere, come quelle della chiesa di Santa Genevieffa, aumentando questo spessore dal mezzo della chiave sino alla parte ove il loro estradosso si distacca dai muri o piedritti che le sostengono.

Ma se i reni sono guerniti sino alla parte indicata da N nella figura 8 della Tavola CLXXXXIII, si trova che per l'arco gottico questo spessore potrebbe non essere che $\frac{1}{143}$ del raggio, e per la volta a tutto sesto $\frac{1}{60}$.

Per le volte sceme, formate d' un sol arco di cerchio, si prenderà pel minore spessore la quinta parte della saetta dell'arco K G, ovvero del seno verso della metà di quest' arco. Quest' ultimo mezzo è pure applicabile alle volte gottiche, ed a tutte le specie di volte a botte. Al risultato che dà questa operazione, si aggiugnerà per le volte murate in gesso, una linea per piede di lunghezza, ovvero $\frac{1}{144}$ della corda K G, che sostiene la parte estradossata.

Per le volte murate in malta, si aggiugnerà $\frac{1}{96}$ e $\frac{1}{72}$, per quelle eseguite in pietra di taglio tenera, che non hanno carico da portare. Questo spessore cominciando ad aumentare dal punto di mezzo della chiave sino al punto N, ove la volta si distacca dai reni, ove essa avrà una volta e mezza quella trovata pel mezzo della chiave. Così sono stati regolati tutti gli spessori delle volte a botte della chiesa di Santa Genevieffa, eseguite in pietra di Conflans.

Le volte a schifo, a crociera e le volte sferiche dello stesso diametro delle volte a botte, possono avere minore spessore, e però può dispensarsi dall' aggiugnere alcun che all' operazione per i profili che loro corrispondono.

Dopo tutte le osservazioni che abbiamo fatte, la costruzione in pietra di taglio mi sembra preferibile, per le volte d' un grandissimo diametro, a quelle in mattoni o in rottami, quando non si può dare ad esse che pochissimo spessore, e per quelle degli edifici pubblici che devono essere decorati d'ornamenti, come a Santa Genevieffa. Questo è il mezzo che ho proposto per la costruzione della cupola del Mercato del Grano di Parigi, nella Memoria che ho pubblicato nel 1803, ed alla quale si potrà ricorrere per i dettagli e le osservazioni, sui mezzi di costruire questa cupola in mattoni, in legno ed in ferro.

Le volte costruite in pietra di taglio hanno il vantaggio di non essere soggette ad alcun calo, e di sostenersi indipendentemente dal gesso o dalla malta adoperata. È vero che queste materie non possono legare i peducci in pietra di taglio con tanta forza quanto i rottami, ma si può supplirvi d'una maniera ancora più sicura, coi ramponi e cogli aghi di ferro, incastrati nelle commessure. Alcuni costruttori invece di aghi, si sono serviti di ciottoli rotondi fissi nelle cavità emisferiche, praticate nelle commessure che si riuniscono affine di fortificare le loro sezioni, e d'impedire ai peducci di scorrere, quando le volte provano alcuni movimenti o alcune disunioni, che, con questa precauzione, non diventano pericolose. Ho trovato negli avanzi di molte volte antiche di Roma, costruite in pietra di taglio, delle bozze praticate nella commessura d'uno dei peducci, ed incastrate nell'altra, in modo da produrre lo stesso effetto; si rimarcano pure i tagli dei ramponi, che legano tra essi quelli dello stesso filare. Finalmente nella demolizione di molti edifici gottichi, si son trovate delle teste d'osso, invece di ciottoli nelle commessure dei rilievi in pietra di taglio, per impedire di spostarsi e scorrere sulle loro commessure.

APPENDICE ALLA SESTA SEZIONE DEL NONO LIBRO.

Stabilita la teoria delle volte su basi i cui risultati, confermati dall'esperienza, meritano tutta la fiducia, abbiamo pensato che importa soprattutto di renderne le applicazioni facili nella pratica. Per conseguire più direttamente questo scopo, abbiamo posto qui delle Tavole calcolate in metri ed in piedi, contenenti gli spessori che bisogna dare alle volte a botte a tutto sesto, che sono generalmente più in uso, ed ai muri che devono sostenerle, dai 4 metri di lunghezza fino a 42 1/2, e dai 12 piedi sino ai 130.

Si sono riuniti in queste Tabelle i tre stati in cui esse sogliono trovarsi, cioè intieramente estradossate orizzontalmente per formare pavimento; metà orizzontalmente, e metà d'eguale spessore; finalmente metà a livello e metà d'ineguale spessore, per le volte che non formano pavimenti al di sopra, come quelle delle chiese ed altri grandi edifici.

Benchè queste Tavole non sieno calcolate che per volte a tutto sesto si può, col sussidio d'una figura simile a quella, numerata 8 nella Tavola CLXXXXIII, trovare le dimensioni corrispondenti per le volte a botte ribassate e rialzate.

Tracciata la metà della curva rialzata o ribassata dell' arco della volta di cui si tratta, si condurrà dal punto B una linea indefinita B 4, formante un angolo di 45 gradi con la verticale B 6; si porterà sopra questa linea, da B in 4, lo spessore trovato nella Tavola per una volta a tutto sesto, d' egual diametro, e d' egual forma di spessore, si descriverà il quarto di cerchio 1, 4, 6; poi si tirerà nel mezzo della curva la corda di G B, che si prolungherà fino all' incontro di questo quarto di cerchio: se dal punto ove essa lo taglia, si conduce una parallela alla verticale B 6, essa indicherà lo spessore del muro che conviene alla volta rialzata o ribassata di cui si tratta. Così, per una volta ribassata d' un terzo, la corda G' B prolungata darà il punto 3, pel quale si condurrà la verticale 3 c, che indicherà lo spessore del muro di questa volta.

Quando gli spessori alla chiave e verso il mezzo dei reni devono essere più forti o più deboli di quelli indicati nelle Tavole, bisognerà, se la parte estradossata in linea curva è d' eguale spessore, prendere la radice quadrata del doppio dello spessore di questa parte, moltiplicata per m L, che si porterà da B in 4, per descrivere il quarto di cerchio 1, 4, 6, che determinerà, colla lunghezza della corda prolungata al di là del punto B, lo spessore del piedritto.

Supponiamo una volta di 30 piedi di diametro, estradossata metà orizzontalmente e metà d'eguale spessore; se non si volesse dare che 6 pollici di spessore alla chiave, invece di 10 pollici indicati dalla Tavola, il raggio essendo 15, si avrà

$$\mathrm{KL} = \frac{15 \times 70}{99} = 10{,}6 \text{ ed } i\,\mathrm{K} = 15 - 10{,}6 = 4{,}4.$$

il che dà m L = 6,2, che, moltiplicato per 1 piede, doppio dello spessore alla chiave, darà 6,2, la cui radice quadrata è 2,49, o presso a poco 2 piedi 6 pollici, invece di 2 piedi 8 pollici 9 linee, marcati nella Tavola. Questi due piedi $\frac{49}{100}$, ovvero 2 piedi 6 pollici, si porteranno da B in 4, per descrivere il quarto di cerchio che deve fissare lo spessore col prolungamento della corda B G, secondo che la volta sarà più o meno ribassata.

Si può trovare questa radice quadrata col metodo geometrico poc' anzi indicato, cioè portando il doppio dello spessore della volta da B in n, ed m L da B in h, per descrivere sopra nh, come diametro, una mezza circonferenza che taglia l'orizzontale B O in un punto, che indicherà lo spessore che bisognerà portare da B in 4, sulla linea inclinata a 45 gradi: pel resto si opererà come poc' anzi.

Se gli spessori G D, K N della parte estradossata in linea curva, non sono simili a quelli indicati nelle Tavole, si porterà la somma degli spessori che si vogliono dare, da B in n, ed m L da B in h, per operare come poc' anzi.

È facile vedere che col mezzo di queste operazioni e delle Tavole si potranno trovare agevolmente gli spessori dei muri per tutte le specie di volte a botte, estradossate coi tre modi indicati dalle Tavole, tanto ribassate che rialzate.

Siccome nei calcoli di queste Tavole si è fatta astrazione dagli sforzi verticali che tendono a rinforzare i piedritti, i risultati potranno combinare, qualunque sia l'altezza dei muri o dei piedritti, e si possono adottare con sicurezza per tutte le volte in cui l'altezza dei piedritti non è maggiore del diametro.

Per le volte a schifo, non si prenderanno che i due terzi dello spessore trovato, e per le volte sferiche, soltanto la metà. In quanto alle volte a crociera si determineranno le dimensioni dei loro punti d' appoggio coi metodi che abbiamo poc' anzi spiegato.

Osservazione.

Ci siamo serviti spesso dei piedi invece dei metri, 1.° perchè il piede è più conosciuto e la sua grandezza è più proporzionata alle dimensioni che si sogliono dare alle parti degli edificj.

2.° Perchè la suddivisione per 12, che permette di prendere la metà, i terzi, i quarti ed i sesti, di cui si fa molt'uso nelle arti, è più utile che la divisione decimale, che non può dare che la metà ed i quinti.

Si faciliterebbe molto l'uso del metro dividendolo in tre piedi metrici; questo nuovo piede sarebbe diviso in 12 pollici ed il pollice in 12 linee. Questo piede sarebbe maggiore dell' antico piede del re o piede di Parigi, un poco più di 3 linee e 3/4, o di un trentanovesimo, in modo che 37 piedi metrici varrebbero 40 piedi antichi.

39 pollici metrici, 40 pollici antichi.

39 linee metriche, 40 linee antiche.

Si vede che sarebbe facilissimo, secondo questo rapporto, valutare i piedi antichi in piedi metrici, o i piedi metrici in piedi antichi, e di usare le Tavole espresse in piedi come quelle in metri (1).

(1) Non abbiamo voluto cangiar nulla di tale osservazione che comparve per la prima volta nell' edizione del 1805; si sa che un decreto del 12 febbrajo 1812 ha autorizzata la fabbricazione di campioni di misure e di pesi che presentino in una delle loro faccie le frazioni ed i multipli della loro unità principale, e che finalmente l' uso del piede metrico è stato legalmente adottato.

Tavola *delle diverse grossezze che bisogna dare alle volte a botte a tutto sesto ed ai loro piedritti, in ragione del diametro di esse e del modo con cui sono estradossate.*

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametri indicati da quarto in quarto di metro	Interamente a livello		Metà a livello e metà di eguale grossezza		Metà a livello e metà d'ineguale grossezza		
	GROSSEZZA		GROSSEZZA		GROSSEZZA		
					Delle volte		Dei piedritti
	delle volte alla chiave	dei piedritti	delle volte alla chiave	dei piedritti	o metà dei reni	alla chiave	
4. 0	0.083	0.363	0.111	0.444	0.125	0.083	0.400
4.25	0.088	0.386	0.118	0.472	0.132	0.088	0.425
4.50	0.093	0.409	0.125	0.500	0.140	0.093	0.450
4.75	0.098	0.432	0.131	0.527	0.148	0.098	0.475
5. 0	0.104	0.454	0.138	0.550	0.156	0.104	0.500
5.25	0.109	0.477	0.145	0.583	0.164	0.109	0.525
5.50	0.114	0.500	0.152	0.611	0.171	0.114	0.550
5.75	0.119	0.522	0.159	0.638	0.179	0.119	0.575
6. 0	0.125	0.545	0.166	0.666	0.187	0.125	0.600
6.25	0.130	0.568	0.173	0.694	0.195	0.130	0.625
6.50	0.135	0.590	0.180	0.722	0.203	0.135	0.650
6.75	0.140	0.613	0.187	0.750	0.210	0.140	0.675
7. 0	0.145	0.636	0.194	0.777	0.218	0.145	0.700
7.25	0.151	0.659	0.201	0.805	0.226	0.151	0.725
7.50	0.156	0.681	0.208	0.833	0.234	0.156	0.750
7.75	0.161	0.704	0.215	0.861	0.242	0.161	0.775
8. 0	0.166	0.727	0.222	0.888	0.250	0.166	0.800
8.25	0.171	0.745	0.229	0,916	0.257	0.171	0.825
8.50	0.176	0.772	0.236	0.944	0.265	0.176	0.850
8.75	0.182	0.795	0.243	0.972	0.272	0.182	0.875
9. 0	0.187	0.818	0.250	1,000	0.281	0.187	0.900
9.25	0.192	0.841	0.256	1,027	0.289	0.192	0.925
9.50	0.197	0.863	0.263	1,055	0.296	0.197	0.950
9.75	0.202	0.886	0.273	1,083	0.304	0.202	0.975
10. 0	0.207	0.909	0.277	1,111	0.312	0.207	1.000
10.25	0.213	0.932	0.284	1,138	0.320	0.213	1.025
10.50	0.218	0.954	0.291	1,166	0.328	0.218	1.050
10.75	0.223	0.977	0.298	1,194	0.335	0.223	1,075
11. 0	0.228	1,000	0.305	1,222	0.343	0.228	1.100
11.25	0.233	1,022	0.312	1,250	0.351	0.233	1.125
11.50	0.239	1,045	0.319	1,277	0.359	0.239	1.150
11.75	0.244	1,068	0.326	1,305	0.367	0.244	1.175
12. 0	0.250	1,090	0.333	1,333	0.375	0.250	1.200
12.25	0.255	1,113	0.340	1,361	0.382	0.255	1.225
12.50	0.260	1,136	0.347	1,388	0.390	0.260	1.250
12.75	0.265	1,159	0.354	1,416	0.398	0.265	1.275

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametri indicati da quarto in quarto di metro	Interamente a livello		Metà a livello e metà di eguale grossezza		Metà a livello e metà d'ineguale grossezza		
	GROSSEZZA		GROSSEZZA		GROSSEZZA		
					Delle volte		
	delle volte alla chiave	dei piedritti	delle volte alla chiave	dei piedritti	a metà dei reni	alla chiave	Dei piedritti
13. 0	0.270	1.181	0.361	1.444	0.406	0.270	1.300
13.25	0.278	1.204	0.368	1.472	0.414	0.276	1.325
13.50	0.281	1.227	0.375	1.5·0	0.421	0.281	1.350
13.75	0.286	1.250	0.382	1.527	0.429	0.286	1.375
14. 0	0.291	1.273	0.389	1.555	0.437	0.291	1.400
14.25	0.296	1.295	0.396	1.583	0.445	0.256	1.425
14.50	0.302	1.318	0.402	1.611	0.453	0.302	1.450
14.75	0.307	1.340	0.409	1.638	0.460	0.307	1.475
15. 0	0.312	1.363	0.416	1.666	0.468	0.312	1.500
15.25	0.317	1.385	0.423	1.694	0.476	0.317	1.525
15.50	0.322	1.409	0.430	1.722	0.484	0.322	1.550
15.75	0.328	1.431	0.437	1.750	0.492	0.328	1.575
16. 0	0.333	1.454	0.444	1.777	0.500	0.333	1.600
16.25	0.338	1.477	0.451	1.805	0.508	0.338	1.6·5
16.50	0.343	1.500	0.458	1.833	0.516	0.343	1.650
16.75	0.348	1.522	0.465	1.861	0.523	0.348	1.675
17. 0	0.353	1.545	0.472	1.888	0.531	0.353	1.700
17.25	0.359	1.568	0.479	1.916	0.539	0.359	1.725
17.50	0.364	1.590	0.486	1.944	0.546	0.364	1.750
17.75	0.369	1.613	0.493	1.972	0.554	0.369	1.775
18. 0	0.374	1.636	0.500	2.000	0.562	0.374	1.800
18.25	0.379	1.659	0.507	2.027	0.570	0.379	1.825
18.50	0.385	1.681	0.514	2.055	0.578	0.385	1.850
18.75	0.390	1.704	0.521	2.083	0.585	0.390	1.875
19. 0	0.395	1.727	0.528	2.111	0.593	0.395	1.900
19.25	0.401	1.750	0.535	2.138	0.601	0.401	1.925
19.50	0.406	1.773	0.542	2.166	0.609	0.406	1.950
19.75	0.411	1.795	0.549	2.194	0.817	0.411	1.975
20. 0	0.416	1.818	0.556	2.222	0.625	0.4·6	2.000
20.25	0.421	1.840	0.563	2.250	0.632	0.421	2.025
20.50	0.426	1.863	0.570	2.277	0.640	0.426	2.050
20.75	0.432	1.886	0.576	2.305	0.648	0.432	2.075
21. 0	0.437	1.909	0.583	2.332	0.656	0.437	2.100
21.25	0.442	1.931	0.590	2.361	0.664	0.442	2.125
21.50	0.447	1.954	0.697	2.388	0.672	0.447	2.150
21.75	0.453	1.977	0.604	2.416	0.679	0.453	2.175
22. 0	0.458	1.000	0.611	2.444	0.687	0.458	2.200
22.25	0.463	1.022	0.618	2.472	0.695	0.463	2.225
22.50	0.468	1.045	0.625	2.500	0.703	0.468	2.250
22.73	0.473	1.068	0.631	2.527	0.711	0.473	2.275
23. 0	0.479	1.090	0.638	2.555	0.718	0.479	2.3·0
23.25	0.484	1.114	0.645	2.583	0.726	0.484	2.325
23.50	0.489	1.136	0.651	2.611	0.734	0.489	2.350
23.75	0.494	1.159	0.659	2.638	0.742	0.494	2.375

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametri indicati da quarto in quarto di metro	Intieramente a livello		Metà a livello o metà di eguale grossezza		Metà a livello o metà d'ineguale grossezza		
	GROSSEZZA		GROSSEZZA		GROSSEZZA		
					Delle volte		Dei piedritti
	delle volte alla chiave	dei piedritti	delle volte alla chiave	dei piedritti	o metà dei reni	alla chiave	
24. 0	0.499	2.181	0.666	2.666	0.750	0.499	2.400
24.25	0.505	2.204	0.673	2.694	0.757	0.505	2.425
24.50	0.510	2.227	0.680	2.722	0.765	0.510	2.450
24.75	0.515	2.250	0.687	2.750	0.773	0.515	2.475
25. 0	0.520	2.272	0.694	2.777	0.781	0 520	2.500
25.25	0.526	2.296	0.701	2.805	0.789	0.536	2.525
25.50	0.531	0.318	0.708	2.833	0.796	0.531	2.550
25.75	0.536	2.340	0.715	2.861	0.804	0.539	2.575
26. 0	0.541	2 363	0.722	2.888	0.812	0.541	2.600
26.25	0.546	2.386	0.729	2.916	0.820	0,546	2.625
26.50	0.551	2.409	0.736	2 944	0.828	0.551	2.650
26.75	0.557	2.431	0.743	2.971	0.835	0.557	2.675
27. 0	0.562	2 454	0.750	3.000	0.843	0.562	2.700
27.25	0.567	2.472	0.757	3.027	0.851	0.567	2.725
07.50	0.572	2.500	0.763	3.055	0.859	0.572	2.750
27.75	0.578	2.522	0.770	3 083	0.867	0.578	2.775
28. 0	0.583	2 545	0.777	5.111	0.875	0.583	2.800
28.25	0.588	2.568	0.784	3.138	0.882	0.588	2,825
28.50	0.593	2.590	0.791	3.166	0.890	0.593	2.850
28.75	0.598	2.613	0.798	3.194	0.898	0.598	2.875
29. 0	0.604	2.636	0.805	3.222	0.9.6	0.604	2.900
29.25	0.609	2.659	0.812	3.250	0.914	0.609	2.925
29.50	0.614	2.681	0 819	3.273	0.921	0.614	2.950
29.75	0.619	2.704	0.826	3.305	0.929	0.619	2.975
30. 0	0.624	2.727	0.833	3.333	0.937	0.624	3.000
30.25	0.630	2.750	0.840	3.361	0.945	0.630	3.025
30.50	0.635	2.772	0.847	3.388	0.953	0.635	3.050
30.75	0.640	2.795	0.854	3.416	0.960	0.640	3.075
31. 0	0.645	2.818	0.861	3.444	0 968	0.645	3.100
31.25	0.650	2.841	0.868	3.472	0.976	0 650	5.125
31.50	0.656	2.863	0.876	3.500	0.984	0.656	3.150
31.75	0.661	2.986	0.881	3.527	0.992	0.661	3.175
52. 0	0.666	2.909	0.888	3.555	1.000	0.666	3.200
32.25	0.671	2 932	0.895	3.587	1.007	0.671	3.225
32.50	0.676	2.954	0.902	3.611	1.013	0.676	3.250
32.75	0.682	2.977	0.909	3.638	1.023	0.682	3.275
33. 0	0.687	3.000	0.916	3.666	1.031	0.687	3.300
33.25	0.694	3.022	0.923	5.694	1.039	0.692	3.325
33.50	0.697	3.045	0.930	3.722	1.046	0.697	3.350
33.75	0.703	3.068	0.937	3.750	1.054	0.703	3.375
34. 0	0 708	3.090	0 944	3.777	1.062	0 708	3.400
34.25	0.713	3.113	0.951	3.805	1.071	0.713	3.425
34.50	0.718	3.136	0.958	3.833	1.078	0.718	3.450
34.75	0.723	3.159	0.965	3.861	1.085	0.723	3.475

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametri indicati da quarto in quarto di metro	Interamente a livello — GROSSEZZA		Metà a livello e metà di eguale grossezza — GROSSEZZA		Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA		
	delle volte alla chiave	dei piedritti	delle volte alla chiave	dei piedritti	Delle volte: a metà dei reni	Delle volte: alla chiave	Dei piedritti
35. 0	0.729	3.181	0.972	3.888	1.093	0.729	3.500
35.25	0.734	3.204	0.979	3.916	1.101	0.734	3.525
35.50	0.739	3.227	0.986	3.944	1.109	0.739	3.550
35.75	0.744	3.250	0.993	3.972	1.117	0.744	3.575
36. 0	0.750	3.272	1.000	4.000	1.125	0.750	3.6 0
36.25	0.755	3.295	1.006	4.027	1.132	0.755	3.625
36.50	0.760	3.317	1.013	4.055	1.140	0.760	3.650
36.75	0.765	3.340	1.020	4.083	1.148	0.765	3.675
37. 0	0.770	3.363	1.027	4.111	1.156	0.770	3.700
37.25	0.776	3.386	1.034	4.139	1.164	0.776	3.725
37.50	0.781	3.409	1.041	4.166	1.171	0.781	3.750
37.75	0.786	3.431	1.048	4.194	1.179	0.786	3.775
38. 0	0.792	3.454	1.055	4.222	1.187	0.792	3.800
38.25	0.797	3.477	1.062	4.250	1.195	0.797	3.825
38.50	0.802	3.500	1.069	4.277	1.203	0.802	3.850
38.75	0.807	3.522	1.076	4.305	1.210	0.807	3.875
39. 0	0.812	3.545	1.083	4.333	1.218	0.811	3.900
39.25	0.817	3.568	1.090	4.361	1.226	0.817	3.925
39.50	0.822	3.590	1.097	4.388	1.234	0.822	3.950
39.75	0.828	3.613	1.104	4.416	1.242	0.828	3.975
40. 0	0.833	3.636	1.111	4.444	1.250	0.833	4.000
40.25	0.838	3.659	1.118	4.472	1.256	0.838	4.025
40.50	0.843	3.681	1.125	4.500	1.265	0.843	4.050
40.75	0.848	3.704	1.131	4.527	1.273	0.848	4.075
41. 0	0.854	3.727	1.138	4.555	1.281	0.854	4.100
41.25	0.859	3.750	1.145	4.583	1.287	0.859	4.125
41.50	0.864	3.772	1.152	4.611	1.296	0.864	4.150
41.75	0.869	3.795	1.159	4.638	1.304	0.869	4.175
42. 0	0.874	3.818	1.166	4.666	1.312	0.874	4.200
42.25	0.880	3.840	1.173	4.694	1.320	0.880	4.225
42.50	0.885	3.863	1.180	4.722	1.328	0.885	4.250

Tavola *delle varie grossezze che bisogna dare alle volte a botte a tutto sesto ed ai loro piedritti in ragione del diametro di esse e del modo con cui sono estradossate*

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametro in piedi	Interamente a livello		Metà a livello e metà di eguale grossezza		Metà a livello e metà d'ineguale grossezza		
	GROSSEZZA		GROSSEZZA		GROSSEZZA		
	delle volte alla chiave	dei piedritti	delle volte alla chiave	dei piedritti	Delle volte: o metà dei reni	Delle volte: alla chiave	Dei piedritti
	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.
12	0. 3. 0	1. 1. 1	0. 4. 0	1. 4. 0	0. 4. 6	0. 3. 0	1. 2. 5
13	0. 3. 3	1. 2. 2	0. 4. 4	1. 5. 4	0. 4.10	0. 3. 3	1. 3. 7
14	0. 3. 6	1. 3. 3	0. 4. 8	1. 6. 8	0. 5. 3	0. 3. 6	1. 4. 9
15	0. 3. 9	1. 4. 4	0. 5. 0	1. 8. 0	0. 5. 7	0. 3. 9	1. 6. 0
16	0. 4. 0	1. 5. 6	0. 5. 4	1. 9. 4	0. 6. 0	0. 4. 0	1. 7. 2
17	0. 4. 3	1. 6. 6	0. 5. 8	1.10. 8	0. 6. 4	0. 4. 3	1. 8. 4
18	0. 4. 6	1. 7. 7	0. 6. 0	2. 0. 0	0. 6. 9	0. 4. 6	1. 9. 7
19	0. 4. 9	1. 8. 8	0. 6. 4	2. 1. 4	0. 7. 1	0. 4. 9	1.10. 9
20	0. 5. 0	1. 9.10	0. 6. 8	2. 2. 8	0. 7. 6	0. 5. 0	2. 0. 0
21	0. 5. 3	1.11. 0	0. 7. 0	2. 4. 0	0. 8. 0	0. 5. 3	2. 1. 2
22	0. 5. 6	2. 0. 0	0. 7. 4	2. 5. 4	0. 8. 3	0. 5. 6	2. 2. 5
23	0. 5. 9	2. 1. 1	0. 7. 8	2. 6. 8	0. 8. 7	0. 5. 9	2. 3. 7
24	0. 6. 0	2. 2. 2	0. 8. 0	2. 8. 0	0. 9. 0	0. 6. 0	2. 4. 9
25	0. 6. 3	2. 3. 3	0. 8. 4	2. 9. 4	0. 9. 4	0. 6. 3	2. 6. 0
26	0. 6. 6	2. 4. 4	0. 8. 8	2.10. 8	0. 9. 9	0. 6. 6	2. 7. 2
27	0. 6. 9	2. 5. 6	0. 9. 0	3. 0. 0	0.10. 1	0. 6. 9	2. 8. 5
28	0. 7. 0	2. 6. 7	0. 9. 4	3. 1. 4	0.10. 2	0. 7. 0	2. 9. 7
29	0. 7. 3	2. 7. 8	0. 9. 8	3. 2. 8	0.10.10	0. 7. 3	2.10. 9
30	0. 7. 6	2. 8. 9	0.10. 0	3. 4. 0	0.11. 3	0. 7. 6	3. 0. 0
31	0. 7. 9	2. 9.10	0.10. 4	3. 5. 4	0.11. 8	0. 7. 9	3. 1. 2
32	0. 8. 0	2.11. 1	0.10. 8	3. 6. 8	1. 0. 0	0. 8. 0	3. 2. 5
33	0. 8. 3	3. 0. 0	0.11. 0	3. 8. 0	1. 0. 4	0. 8. 3	3. 3. 7
34	0. 8. 6	3. 1. 1	0.11. 4	3. 9. 4	1. 0. 9	0. 8. 6	3. 4. 9
35	0. 8. 9	3. 2. 2	0.11. 8	3.10. 8	1. 1. 1	0. 8. 9	3. 6. 0
36	0. 9. 0	3. 3. 3	1. 0. 0	4. 0. 0	1. 1. 6	0. 9. 0	3. 7. 2
37	0. 9. 3	3. 4. 4	1. 0. 4	4. 1. 4	1. 1.10	0. 9. 3	3. 8. 5
38	0. 9. 6	3. 5. 5	1. 0. 8	4. 2. 8	1. 2. 3	0. 9. 6	3. 9. 7
39	0. 9. 9	3. 6. 7	1. 1. 0	4. 4. 0	1. 2. 7	0. 9. 9	3.10. 9
40	0.10. 0	3. 7. 8	1. 1. 4	4. 5. 4	1. 3. 0	0.10. 0	4. 0. 0
41	0.10. 3	3. 8. 9	1. 1. 8	4. 6. 8	1. 3. 4	0.10. 3	4. 1. 2
42	0.10. 6	3. 9.10	1. 2. 0	4. 8. 0	1. 3. 9	0.10. 6	4. 2. 5
43	0.10. 9	3.11.11	1. 2. 4	4. 9. 4	1. 4. 1	0.10. 9	4. 3. 7
44	0.11. 0	4. 0. 0	1. 2. 8	4.10. 8	1. 4. 6	0.11. 0	4. 4. 9
45	0.11. 3	4. 1. 1	1. 3. 0	5. 0. 0	1. 4.10	0.11. 3	4. 6. 0
46	0.11. 6	4. 2. 2	1. 3. 4	5. 1. 4	1. 5. 3	0.11. 6	4. 7. 2

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametro in piedi	Interamente a livello — GROSSEZZA — delle volte alla chiave	Interamente a livello — GROSSEZZA — dei piedritti	Metà a livello e metà di eguale grossezza — GROSSEZZA — delle volte alla chiave	Metà a livello e metà di eguale grossezza — GROSSEZZA — dei piedritti	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA — Delle volte a metà dei reni	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA — Delle volte alla chiave	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA — Dei piedritti
	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.
47	0.11. 9	4. 3. 3	1. 3. 8	5. 2. 8	1. 5. 7	1 11. 9	4. 8. 5
48	1. 0. 0	4. 4. 4	1. 4. 0	5. 4. 0	1. 6. 0	1. 0. 0	4. 9. 7
49	1. 0. 3	4. 5. 5	1. 4. 4	5. 5. 4	1. 6. 6	1. 0. 3	4.10. 9
50	1. 0. 6	4. 6. 7	1. 4. 8	5. 6. 5	1. 6. 9	1. 0. 6	5. 0. 0
51	1. 0. 9	4. 7. 8	1. 5. 0	5. 8. 0	1. 7. 1	1. 0. 9	5. 1. 2
52	1. 1. 0	4. 8. 9	1. 5. 4	5. 9. 4	1. 7. 6	1. 1. 0	5. 2. 5
53	1. 1. 3	4. 9.10	1. 5. 8	5.10. 8	1. 7.10	1. 1. 3	5. 3. 7
54	1. 1. 6	4.10.11	1. 6. 0	6. 0. 0	1. 8. 3	1. 1. 6	5. 4. 9
55	1. 1. 9	5. 0. 0	1. 6. 4	6. 1. 4	1. 8. 7	1. 1. 9	5. 6. 0
56	1. 2. 0	5. 1. 1	1. 6. 8	6. 2. 8	1. 9. 0	1. 2. 0	5. 7. 2
57	1. 2. 3	5. 2. 2	1. 7. 0	6. 4. 0	1. 9. 4	1. 2. 3	5. 8. 5
58	1. 2. 6	5. 3. 3	1. 7. 4	6. 5. 4	1. 9. 9	1. 2. 6	5. 9. 7
59	1. 2. 9	5. 4. 4	1. 7. 8	6. 6. 8	1.10. 1	1. 2. 9	5.10. 9
60	1. 3. 0	5. 5. 5	1. 8. 0	6. 8. 0	1.10. 6	1. 3. 0	6. 0. 0
61	1. 3. 3	5. 6. 7	1. 8. 4	6. 9. 4	1.10.10	1. 3. 3	6. 1. 2
62	1. 3. 6	5. 7. 8	1. 8. 8	6.10. 8	1.11. 3	1. 3. 6	6. 2. 5
63	1. 3. 9	5. 8. 9	1. 9. 0	7. 0. 0	1.11. 7	1. 3. 9	6. 3. 7
64	1. 4. 0	5. 9.10	1. 9. 4	7. 1. 4	2. 0. 0	1. 4. 0	6. 4. 9
65	1. 4. 3	5.10.11	1. 9. 8	7. 2. 8	2. 0. 4	1. 4. 3	6. 6. 11
66	1. 4. 6	6. 0. 0	1.10. 0	7. 4. 0	2. 0. 9	1. 4. 6	6. 7. 2
67	1. 4. 9	6. 1. 1	1.10. 4	7. 5. 4	2. 1. 1	1. 4. 9	6. 8. 5
68	1. 5. 0	6. 2. 2	1.10. 8	7. 6. 8	2. 1. 6	1. 5. 0	6. 9. 7
69	1. 5. 3	6. 3. 3	1.11. 0	7. 8. 0	2. 1.10	1. 5. 3	6.10. 9
70	1. 5. 6	6. 4. 4	1.11. 4	7. 9. 4	2. 2. 3	1. 5. 6	7. 0. 0
71	1. 5. 9	6. 5. 5	1.11. 8	7.10. 8	2. 2. 7	1. 5. 9	7. 1. 2
72	1. 6. 0	6. 6. 7	2. 0. 0	8. 0. 0	2. 3. 0	1. 6. 0	7. 2. 5
73	1. 6. 3	6. 7. 8	2. 0. 4	8. 1. 4	2. 3. 4	1. 6. 3	7. 3. 7
74	1. 6. 6	6. 8. 9	2. 0. 8	8. 2. 8	2. 3. 9	1. 6. 6	7. 4. 9
75	1. 6. 9	6. 9.10	2. 1. 0	8. 4. 0	2. 4. 1	1. 6. 9	7. 6. 0
76	1. 7. 0	6.10.11	2. 1. 4	8. 5. 4	2. 4. 6	1. 7. 0	7. 7. 2
77	1. 7. 3	7. 0. 0	2. 1. 8	8. 6. 8	2. 4.10	1. 7. 3	7. 8. 5
78	1. 7. 6	7. 1. 1	2. 2. 0	8. 8. 0	2. 5. 3	1. 7. 6	7. 9. 7
79	1. 7. 9	7. 2. 2	2. 2. 4	8. 9. 4	2. 5. 7	1. 7. 9	7.10. 9
80	1. 8. 0	7. 3. 3	2. 2. 8	8.10. 8	2. 6. 0	1. 8. 0	8. 0. 0
81	1. 8. 3	7. 4. 4	2. 3. 0	9. 0. 0	2. 6. 4	1. 8. 3	8. 1. 2
82	1. 8. 6	7. 5. 5	2. 3. 4	9. 1. 4	2. 6. 9	1. 8. 6	8. 2. 5
83	1. 8. 9	7. 6. 7	2. 3. 8	9. 2. 8	2. 7. 1	1. 8. 9	8. 3. 7
84	1. 9. 0	7. 7. 8	2. 4. 0	9. 4. 0	2. 7. 6	1. 9. 0	8. 4. 9
85	1. 9. 3	7. 8. 9	2. 4. 4	9. 5. 4	2. 7.10	1. 9. 3	8. 6. 0
86	1. 9. 6	7. 9.10	2. 4. 8	9. 6. 8	2. 8. 3	1. 9. 6	8. 7. 2
87	1. 9. 9	7.10.11	2. 5. 0	9. 8. 0	2. 8. 7	1. 9. 9	8. 8. 6
88	1.10. 0	8. 0. 0	2. 5. 4	9. 9. 4	2. 9. 0	1.10. 0	8. 9. 7
89	1.10. 3	8. 1. 1	2. 5. 8	9.10. 8	2. 9. 4	1.10. 3	8.10. 9
90	1.10. 6	8. 2. 2	2. 6. 0	10. 0. 0	2. 9. 9	1.10. 6	9. 0. 0

VOLTE ESTRADOSSATE

Diametro in piedi	Interamente a livello — GROSSEZZA delle volte alla chiave	Interamente a livello — GROSSEZZA dei piedritti	Metà a livello e metà di eguale grossezza — GROSSEZZA della volte alla chiave	Metà a livello e metà di eguale grossezza — GROSSEZZA dei piedritti	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA Delle volte a metà dei reni	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA Delle volte alla chiave	Metà a livello e metà d'ineguale grossezza — GROSSEZZA Dei piedritti
	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.	p. pol. li.
91	1.10. 9	8. 3. 3	2. 6. 4	10. 1. 4	2.10. 3	1.10. 9	9. 1. 2
92	1.11. 0	8. 4. 4	2. 6. 8	10. 2. 8	2.10. 7	1.11. 0	9. 2. 5
93	1.11. 3	8. 5. 5	2. 7. 0	10. 4. 0	2.11. 0	1.11. 3	9. 3. 7
94	1.11. 6	8. 6. 7	2. 7. 4	10. 5. 4	2.11. 4	1.11. 6	9. 4. 9
95	1.11. 9	8. 7. 8	2. 7. 8	10. 6. 8	2.11. 9	1.11. 9	9. 6. 0
96	2. 0. 0	8. 8. 9	2. 8. 0	10. 8. 0	3. 0. 0	2. 0. 0	9. 7. 2
97	2. 0. 3	8. 9.10	2. 8. 4	10. 9. 4	3. 0. 4	2. 0. 3	9. 8. 3
98	2. 0. 6	8.10.11	2. 8. 8	10.10. 8	3. 0. 9	2. 0. 6	9. 9. 7
99	2. 0. 9	9. 0. 0	2. 9. 0	11. 0. 0	3. 1. 1	2. 0. 9	9.10. 9
100	2. 1. 0	9. 1. 1	2. 9. 4	11. 1. 4	3. 1. 6	2. 1. 0	10. 0. 0
101	2. 1. 3	9. 2. 2	2. 9. 8	11. 2. 8	3. 1.10	2. 1. 3	10. 1. 2
102	2. 1. 6	9. 3. 3	2.10. 0	11. 4. 0	3. 2. 3	2. 1. 6	10. 2. 5
103	2. 1. 9	9. 4. 4	2.10. 4	11. 5. 4	3. 2. 7	2. 1. 9	10. 3. 7
104	2. 2. 0	9. 5. 5	2.10. 8	11. 6. 8	3. 3. 0	2. 2. 0	10. 4. 9
105	2. 2. 3	9. 6. 7	2.11. 0	11. 8. 0	3. 3. 4	2. 2. 3	10. 6. 0
106	2. 2. 6	9. 7. 8	2.11. 4	11. 9. 4	3. 3. 9	2. 2. 6	10. 7. 2
107	2. 2. 9	9. 8. 9	2.11. 8	11.10. 8	3. 4. 1	2. 2. 9	10. 8. 5
108	2. 3. 0	9. 9.10	3. 0. 0	12. 0. 0	3. 4. 6	2. 3. 0	10. 9. 7
109	2. 3. 3	9.10.11	3. 0. 4	12. 1. 4	3. 4.10	2. 3. 3	10.10. 9
110	2. 3. 6	10. 0. 0	3. 0. 8	12. 2. 8	3. 5. 3	2. 3. 6	11. 0. 0
111	2. 3. 9	10. 1. 1	3. 1. 0	12. 4. 0	3. 5. 7	2. 3. 9	11. 1. 2
112	2. 4. 0	10. 2. 2	3. 1. 4	12. 5. 4	3. 6. 0	2. 4. 0	11. 2. 5
113	2. 4. 3	10. 3. 3	3. 1. 8	12. 6. 8	3. 6. 4	2. 4. 3	11. 3. 7
114	2. 4. 6	10. 4. 4	3. 2. 0	12. 8. 0	3. 6. 9	2. 4. 6	11. 4. 9
115	2. 4. 9	10. 5. 5	3. 2. 4	12. 9. 4	3. 7. 1	2. 4. 9	11. 6. 0
116	2. 5. 0	10. 6. 7	3. 2. 8	12.10. 8	3. 7. 6	2. 5. 0	11. 7. 2
117	2. 5. 3	10. 7. 8	3. 3. 0	13. 0. 0	3. 7.10	2. 5. 3	11. 8. 5
118	2. 5. 6	10. 8. 9	3. 3. 4	13. 1. 4	3. 8. 3	2. 5. 6	11. 9. 7
119	2. 5. 9	10. 9.10	3. 3. 8	13. 2. 8	3 8. 7	2. 5. 9	11.10. 9
120	2. 6. 0	10.10.11	3. 4. 0	13. 4. 0	3. 9. 0	2. 6. 0	12. 0. 0
121	2. 6. 3	11. 0. 0	3. 4. 4	13. 5. 4	3. 9. 4	2. 6. 3	12. 1. 2
122	2. 6. 6	11. 1. 1	3. 4. 8	13. 6. 8	3. 9. 9	2. 6. 6	12. 2. 5
123	2. 6. 9	11. 2. 2	3. 5. 0	13. 8. 0	3.10. 1	2. 6. 9	12. 3. 7
124	2. 7. 0	11. 3. 3	3. 5. 4	13. 9. 4	3.10. 6	2. 7. 0	12. 4. 9
125	2. 7. 3	11. 4. 4	3. 5. 8	13.10. 8	3.10.10	2. 7. 3	12. 6. 0
126	2. 7. 6	11. 5. 5	3. 6. 0	14. 0. 0	3.11. 3	2. 7. 6	12. 7. 2
127	2. 7. 9	11. 6. 7	3. 6. 4	14. 1. 4	3.11. 7	2. 7. 9	12. 8. 5
128	2. 8. 0	11. 7. 8	3. 6. 8	14. 2. 8	4. 0. 0	2. 8. 0	12. 9. 7
129	2. 8. 3	11. 8. 9	3. 7. 0	14. 4. 0	4. 0. 4	2. 8. 3	12.10. 9
132	2. 8. 6	11. 9.10	3. 7. 4	14. 5. 4	4. 0. 9	2. 8. 6	13. 0. 0

CAPO QUARTO

DEI PONTI DI PIETRA.

Nello scorso secolo la costruzione dei ponti si è arricchita di tante cognizioni, che ne hanno formato il soggetto di una scienza speciale nell'architettura, e della quale tutti gli sviluppi non potrebbero entrare nel piano di quest' opera. Ci limiteremo ad aggiunger qui alcune osservazioni a ciò che abbiamo detto precedentemente, circa le varie quistioni dell' arte di edificare che si riferiscono particolarmente a queste costruzioni. Le dotte opere di Perronet e di Gauthey offriranno uua seconda sorgente d'istruzione a coloro che desiderassero dedicarsi ad uno studio profondo di questa materia.

Le principali condizioni da adempiere nel disporre tal genere di edificj ne sembrano esposte con ammirabile precisione nel primo fascicolo degli Studj sull'Arte delle Costruzioni, raccolti da Bruyere: vi si trova in certo modo l'epilogo della dottrina moderna.

« Le volte dei ponti, dice quest'abile ingegnere, presentano generalmente nell'intradosso una superficie cilindrica, la cui generatrice si appoggia costantemente ad una curva di specie variabile secondo le circostanze. Questa curva può essere una semicirconferenza di cerchio o una semi-elisse; ma più comunemente si sostituisce a quest'ultima una curva a più centri, chiamata *a mezza botte*. Gli antichi hanno quasi sempre adottato il semicerchio per gli archi de' loro ponti. Questa forma che soddisfa il gusto è in pari tempo la più favorevole all'economia: pare adunque preferibile, sempre che le condizioni possano permetterlo. Non si può negare però che non è molto opportuna allo scolo delle grandi copie d'acqua, perchè l'estensione dei timpani diminuisce la larghezza dello sbocco, specialmente quando sarebbe necessario poterla aumentare. Le pigne quali si costruiscono, non potendo abbracciare

tutta l'estensione fra i due archi difendono malissimo gli spigoli dalle acque e dai corpi galleggianti. Queste stesse pigne applicate contro i timpani non sembrano far parte della disposizione generale, il che si può vedere in quello di Sévres, che è uno dei più belli di questo génere.

Gl' inconvenienti di cui abbiamo parlato son tanto comuni agli archi a semicerchio quanto a quelli a mezza botte. Quello relativo allo scolo diviene gravissimo quando la vicinanza delle due rive non permette di compensare, colla larghezza totale dello sbocco, le perdite dipendenti dalla forma dei timpani, e quest' ultima considerazione ha fatto sovente accordare la preferenza alle volte in parti di cerchj, le cui origini sono collocate al di sopra delle maggiori piene.

Palladio, le cui opinioni fanno legge in architettura, ha generalmente adottate le porzioni di cerchio pei diversi ponti, i cui disegni si trovano nelle opere di lui; ma per l'apertura e per la saetta degli archi si è attenuto a limiti, che potendo non si dovrebbero mai oltrepassare. Le picciole dimensioni delle areate gli hanno concesso di adottare pei suoi ponti il carattere di solidità ed il genere di decorazione che convengono ad essi. Sciaguratamente quando le acque s'innalzano molto, non è facile imitarlo del tutto, e soddisfare ad un tempo alle regole del gusto ed alla necessità di procurare alle acque uno scolo facile, e finalmente a tutte le condizioni imposte dalle località. La soluzione rigorosa di questa specie di problema è rare volte possibile, ma si può cercare di approssimarvisi. »

Terminiamo questa citazione coll'osservazione giudiziosa che l'autore premette alla sua descrizione dei ponti di Sévres e della Scuola Militare, il primo de' quali è formato di nove arcate a tutto sesto, e l'altro di cinque ad arco di cerchio:

« Questi due ponti, dice Bruyere, sono osservabili del pari per la loro bella esecuzione e per una posizione felice. Benchè immaginati secondo differentissimi sistemi, possono esser messi fra i più bei ponti di Francia. Mi limiterò ora a far osservare a chi preferisce esclusivamente l'uno o l'altro sistema, che quello adottato pel ponte della Scuola Militare è motivato dalla necessità di conservare alle acque uno sbocco bastante, mentre a Sévres la larghezza del letto poteva permettere di moltiplicare le pile e di contenere le volte a tutto sesto; ne è risultato che ciascuno di questi ponti presenta un carattere particolare, in armonia cogli oggetti

che lo circondano. Queste convenienze sono tali che ognuno può sentire che essi perderebbero assai del loro effetto, se uno fosse trasportato nel luogo dell' altro.

Prima del duodecimo secolo dell' era cristiana, l' Italia sola offriva una quantità considerabile di ponti ben costrutti. I monumenti eretti dai Romani, e che hanno in gran parte resistito agli sforzi del tempo, forniscono modelli che furono imitati con sufficiente esattezza dagli architetti di questo paese. Ma nel secolo ultimo scorso la Francia ha superato tutti gli altri paesi d'Europa pel numero e per la grendezza de'suoi ponti; gl' ingegneri francesi hanno eretto opere di un ardire e di una perfezione, di cui gli avanzi dell' antichità non avevano potuto offrire nessun' idea (1).

Delle arcate a tutto sesto.

Le arcate di quasi tutti i ponti antichi sono a tutto sesto, cioè formate da una semicirconferenza di cerchio; e quando gli antichi sono stati obbligati di farle ribassate, hanno impiegato, per la curvatura della volta di esse, un arco di cerchio minore della semicirconferenza. Le arcate le cui curvature sono elittiche, o formate di molti archi di cerchio imitando l'elisse, sono d'invenzione moderna.

Fra tutti i ponti antichi, le cui arcate sono a tutto sesto, citeremo per primo quello di Rimini, fabbricato da Augusto, figura I, Tavola CLXXXXIX. Palladio lo riguarda come il più bello di tutti i ponti che ha veduto; e la maggior parte dei progetti che egli ha dato, non sono difatti che copie di esso. È composto di cinque arcate a tutto sesto; le due estreme hanno 22 piedi d'apertura (7 metri 14). e le tre intermedie 27 piedi (8 metri 77). Lo spessore dei piloni è quasi eguale alla metà del vuoto delle arcate; esse sono formate da un piedestallo che si eleva a 6 piedi 3 pollici 9 linee (4 metri) al di sopra dell'acqua, e sormontato da nicchie accompagnate da colonne che sostengono un frontone. Una cornice, ornata di medaglioni d'un bel profilo, completa nella maniera la più soddisfacente la disposizione architettonica di questo monumento.

Le figure 2 e 3 rappresentano una delle tre arcate del ponte Sant-Angelo, a Roma, ed una sezione presa nel mezzo di questa arcata sulla larghezza del ponte. Questo monumento magnifico, che portava

(1) Gauthey, Trattato della Costruzione dei Ponti.

un tempo il nome di ponte *Elius*, fu costrutto l'anno 138, da Adriano, di fronte al superbo sepolcro che si era fatto innalzare. I piloni erano sormontati da otto colonne colossali, portanti statue di bronzo: queste colonne furono distrutte nelle turbolenze d'Italia; ed una grande folla, prodotta da una processione di giubileo, avendo fatto cadere i parapetti nel Tevere, Papa Clemente IX li fece rialzare nel 1668, coi disegni di Bernino. Essi furono allora decorati di piedestalli in marmo bianco, con dieci statue colossali d'angeli. Gl'intervalli sono riempiti con appoggi a giorno, pure in marmo, di cui i vacui sono guerniti di grate di bronzo. Le arcate a tutto sesto, di 56 piedi 5 pollici 4 linee (18 metri 33) d'apertura, sono decorate d'archivolte; formano oggidì, comprendendovi una delle picciole arcate laterali dalla parte del Castello Sant-Angelo, un adito di 200 piedi di lunghezza (64 metri 96). La larghezza del ponte Sant-Angelo è di 32 piedi 1 pollice (10 metri 42).

La figura 3 offre, nell'altezza del pilone, un esempio rimarcabile dell'apparecchio irregolare di cui si è parlato al II. Libro, Tomo II. Abbiamo già fatto osservare che in generale il motivo di queste irregolarità proveniva dall'ineguaglianza delle masse di travertino; ma qui la regolarità delle corsie, sulle faccie del ponte e sotto gli archi, potrebbe far considerare l'incastramento delle pietre nelle corsie dei piloni come un mezzo d'assicurare la loro resistenza contro l'impeto della corrente; sembra, d'altronde, che lo stesso sistema d'apparecchio sia stato osservato nell'interno dei massicci degli archi e che, di più, tutte le pietre sieno unite con ramponi su tutti i sensi in questa parte (1). Comunque sia, il rovesciamento del ponte Senatorio, oggidì *il ponte Rotto*, di cui l'aspetto sembrava presentare ancor più solidità, poco tempo dopo la sua ristaurazione fatta da Papa Gregorio XIII, sembrava dover dare alcun peso a questa congettura.

Delle arcate a mezza botte.

Il ponte d'Orleans, sulla Loira, è considerato come quello ove si sono impiegate le prime grandi arcate di questo genere. Quest'opera è stata cominciata nel 1751, sul progetto di Hupeau, e i lavori sono stati diretti da Soyer; esso è stato finito nel 1760. Pitrou aveva fatto un altro progetto presso a poco simile, se non che il luogo era un poco differente,

(1) Vedi i ponti antichi di Roma, in Piranesi.

e il raggio degli archi, partendo dalle origioi, in quelle a *mezza botte* era più grande, il che teodeva ad aumentare lo shocco.

Questo ponte è composto di nove arcate, le cui origini sono stabilite a 12 pollici (325 millimetri) al di aopra delle acque basse: quella di mezzo, figura 5, ha 100 piedi d'apertura (32 metri 48), e 28 piedi d'altezza sotto la chiave (9 metri); la sua curvatura, che è ribassata, è composta di tre archi di cerchio, formaoti iosieme una curva più aperta dell'eliase. Il raggio dei piccioli archi, nel punto delle origini, è di 22 piedi 9 pollici (7 metri 38), e quello dell' arco di mezzo di 56 piedi 6 pollici (18 metri 35).

La parte di mezzo è estradossata a livello, la chiave ha l' altezza di 6 piedi 6 pollici (2 metri 11), ed i peducci delle estremità E, 10 piedi (3 metri 24); gli altri vanno diminuendo fioo alle origini. Questa disposizione, che pone le parti più pesanti d'uoa volta nel puoto ove si fa il più grande sforzo, è contraria a ciò che indica l'esperienza ed a quanto prescrivono i principj di teoria, dai quali risulta *che per mettere i peducci d'una volta in equilibrio fra loro, fa d'uopo che a superficie di fronte eguale, la loro altezza vada aumentando dalla chiave fino alle origini, nel rapporto della differenza delle tangenti*, come si è spiegato nel Libro III. Tomo II. Abbiamo detto che questo aumento doveva aver luogo fino all'incontro delle linee perpendicolari o verticali condotte dalle origini della curva formaute la volta. Questa disposizione deve aver luogo priocipalmente per le grandi volte, e soprattutto per le arcate dei ponti. La disposizione contraria è senza dubbio uno dei motivi della caduta di alcune arcate de' ponti moderoi e degli accideoti più o meno gravi che hanno avuto luogo nel disarmamento di molti altri, come quelli di Mantes, di Neuilly e specialmente di Nogeot sulla Senna.

La disposizione dei pezzi di legno che compongono l'armature delle centioe di legno può pure contribuire a questi accidenti, quando esse non sono fortificate con asticciuole, come abbiamo dimostrato al Capo II, III. Sezione del V. Libro; perchè la compressiooe di cui aooo suscettibili cangia la loro curva, che, non trovandosi più eguale a quella secondo la quale i peducci sooo stati tagliati, fallisce nella propria azione, per lo spoatamento dei tagli e l'irregolarità delle commessure.

Aggiugneremo aocora che i diversi poligoni inscritti di cui si compongono le armature delle centine moderne, le rendono meno proprie

a resistere al carico, che hanno a sostenere quando si pongono i peducci, fino a che il rango che forma la chiave sia posato.

La compressibilità delle armature ripiegate, alle quali d'altronde sembrava che ai avesse rinunciato per le grandi arcate, contribuisce pure a produrre questi effetti, in quanto che essa si oppone al riempimento dei reni al di sopra dei piloni in murazione, abbastanza in alto per controspingere le parti inferiori degli archi, e metterle con ciò in caso di resistere allo sforzo delle parti superiori (1).

(1) L'opinione da noi emessa circa le cause degli effetti osservati quando si disarmano i ponti ci sembra acquistar molta forza pel dettaglio dei fatti seguenti, registrati nel Trattato dei Ponti di Gauthey.

L'arcata del ponte di Nogent, figura 4, Tavole CLXXXXIX, fatta a mezza botte, la cui apertura è 90 piedi (metri 29, 236) e la cui saetta è un po' meno del terzo del diametro, ha subito lungo il tempo della posatura, un abbassamento di 2 pollici e 7 linee (millim. 74); quarantacinque giorni dopo il disarmamento, eseguito subito dopo la posatura delle chiavi, l'abbassamento era aumentato di 1 piede e 6 linee (millimetri 338); si è ancora aumentato di un pollice e 3 linee (millimetri 33) alla fine dell'anno, in guisa che era allora 1 piede, 4 pollici e 7 linee (millimetri 448).

La grande arcata del ponte di Mantes, di piedi 120 di apertura (39 metri) con un ribassamento del terzo, si è abbassata durante la posatura 12 pollici (millimetri 325); nei 10 giorni che hanno seguito il disarmamento, 5 pollici (millim. 135); e nel corso dell'annata seguente 3 pollici e 9 linee (millim. 757). Si ebbe la precauzione nel tagliar le centine di rialzare la curva delle volte di 12 pollici (millim. 325). Il disarmamento si è fatto 13 giorni dopo la posatura delle chiavi.

Le arcate del ponte di Neuilly, figura 6, hanno del pari 120 piedi (metri 39) d'apertura, ma siccome sono ribassate per un quarto, l'abbassamento è stato più considerevole. Il peso solo della centinatura avea bastato per farla ribassare alla sommità per circa 1 pollice (27 millim.); nel corso della posatura, ha piegato un piede e 6 linee (338 millim.). Il disarmamento è stato cominciato 18 giorni dopo la posatura delle chiavi: tre giorni dopo si era fatto un abbassamento di 8 pollici e 9 linee (237 millim.); così l'abbassamento totale è stato di 2 piedi e 5 pollici (66 centimetri). La curva si era rialzata di 1 piede 3 pollici e 2 linee (41 centim.).

Le volte ad arco di cerchio del ponte di Nemours hanno 50 piedi (metri 16, 24) d'apertura con una saetta di 3 piedi, 4 pollici e 7 linee (metri 1, 11). Il dì dopo del disarmamento delle volte, l'abbassamento era di 3 pollici 7 linee (millim. 95); esso è giunto in seguito a 9 pollici e 6 linee (millim. 203). La saetta era stata aumentata, quando si è tagliata la centinatura, di 7 pollici (189 millimetri).

Le volte del ponte di Jena, fig. 7, sono ad arco di cerchio di 86 piedi, 2 pollici e 4 linee (metri 28) d'apertura, per 10 piedi 5 pollici e 10 linee (metri 3, 4) di saetta, sono state disarmate 38 giorni dopo la posatura delle chiavi. L'abbassamento della curvatura è stato 3 pollici e 2 linee (millim. 85) e l'abbassamento totale, 4 pollici e 5 linee (12 centim.) Si erano rialzate le centine sul modello, 8 pollici e 2 linee (22 centimetri).

Bisogna osservare, facendo uso di questi esempj, che quando le centine sono portate da pali, l'abbassamento che ha luogo durante la posatura dei peducci, e che risulta dalla compressione del legname, è necessariamente assai meno considerevole che nei ponti sopra indicati, ove, eccetto quello di Jena, le volte sono state costrutte su centine ripiegate. (Gauthey, Costruzione dei ponti, Tomo II.)

Delle arcate ad arco di cerchio.

Fa d'uopo distinguere tre casi diversi, rapporto alle arcate ad arco di cerchio. Il primo è quello ove le origini sono immerse nell'acqua come lo sono nei primi grandi ponti fabbricati in Francia, come il ponte di Santo-Spirito e l'antico ponte d'Avignone; allora la forma dell'arcata ha sopra la mezze botte lo svantaggio di dare uno sbocco molto meno considerabile, e di produrre timpani troppo massicci. Quest'ultimo difetto sembra essere stato sentito dai primi costruttori, perchè i reni delle loro volte sono quasi sempre ripieni semplicemente di terra, ovvero scaricati col mezzo di picciole arcate.

Nel secondo caso, le origini dell'arco sono elevate su piloni, all'altezza più costante delle acque del fiume, a somiglianza di molti altri ponti antichi, come il ponte Fabricio, oggi *Quattro Capi*, e quello di Sestio, ora *Ponte Sisto*, a Roma. Questa disposizione necessita, come pel primo caso, il perforamento dei timpani, per procurare uno sbocco sufficiente alle acque del fiume, per le ordinarie escrescenze; e gli antichi sono stati i primi a dare l'esempio di questa ingegnosa combinazione.

Il terzo caso è quello in cui le origini dell'arco sono elevate su piedritti, presso a poco all'altezza delle massime piene, come fu usato per la prima volta dagli antichi nel ponte vecchio di Vicenza, descritto da Palladio, ed in molti ponti moderni. L'impiego delle arcate ad arco di cerchio obbliga comunemente, in quest'ultimo caso, a fare l'arco bassissimo, d'onde risulta che la pressione laterale dei peducci è considerabilissima.

L'esperienza ha dimostrato fino a qual punto si potrebbe calcolare, in simil caso, sul soccorso del ferro per collegare fra loro le pietre degli archi e dei piloni; e procurare anche a tutto l'insieme i mezzi di resistere agli sforzi della spinta. Si sa che il ponte di San Massenzio, formato di tre arcate ad arco di cerchio ribassate, deve in parte la sua conservazione a tale precauzione, quando la prima arcata sulla riva dell'Oisa fu distrutta durante la campagna del 1814.

Il più bel ponte moderno di questo genere è, senza dubbio, quello costrutto a Parigi, dal 1806 al 1812, innanzi alla Scuola militare, da M. Lamandé, Ingegnere in capo di Ponti e Strade. Questo ponte è composto di cinque arcate eguali in pietra di taglio; esse hanno

86 piedi 2 pollici 4 linee d' apertura (28 metri), 10 piedi 1 pollice 1 linea di salita (3 metri 30 centimetri), e la loro curva generatrice è un arco di cerchio di 96 piedi 5 pollici 9 linee di raggio (31 metri, 347 centimetri).

Il rapporto tra la saetta e la sottesa è di 2 a 17.

Le origini delle volte sono a 18 piedi 6 pollici 10 linee al di sopra dell' alveo. Lo spessore alla chiave è di 4 piedi 5 pollici 2 linee (1 metro 44 centimetri). « Questo spessore, dice M. Lamandé nell'estratto del progetto, che ha pubblicato per la costruzione di questo ponte, è quello delle volte del ponte di Luigi XVI. Dovendosi impiegare la stessa qualità di pietra (la pietra di Saillancourt, *Vedi* Libro I.°, 1.° e 2.° Sezione), e l'apertura delle arcate di questo ponte essendo presso a poco la stessa di quella del progettato, abbiamo creduto non doversi mutar nulla a questa dimensione, che l'esperienza ha provato essere sufficiente, e che Perronet non ha riguardato come troppo forte. Si sa che quest' abile ingegnere si è applicato a dare a tutti i ponti che ha costrutto un carattere di leggerezza e di eleganza, e che, per questa ragione, ha ridotto più che è stato possibile lo spessore delle volte e quello dei piloni. Le numerose esperienze da lui fatte sulla resistenza delle pietre, che servono di guida agli ingegneri, avevano lo scopo di conoscere il termine ove doveva fermarsi per conciliare la solidità con l' ardire delle sue costruzioni. »

I piloni hanno 9 piedi 2 pollici 10 linee di spessore (9 metri), sopra tre piedi 1 pollice 2 linee (14 metri) di lunghezza; il ponte ha 41 piedi di larghezza fra i parapetti (13 metri 34 centimetri); la larghezza della carreggiata è di 28 piedi 9 pollici (9 metri 34 centimetri).

Questo ponte è coronato da una cornice di bellissimo stile, imitata da quella dei muri di cinta del tempio di Marte Ultore.

Alle tre specie d'arcate, di cui si è parlato, e che sono le sole attualmente usate in Francia, si può aggiugnere la forma gottica, composta di due archi di cerchio, conosciuta sotto il nome di terzo acuto; quest' ultima avrebbe l'inconveniente di diminuire considerabilmente lo sbocco, ma si rimedia facilmente a questo difetto praticando delle aperture nei timpani, come si è fatto nel Ponte di Pavia. Si possono incontrare dei casi ove questa forma abbia i suoi vantaggi; il gusto d'altronde non ne deve proscrivere alcuno; perchè tali arcate hanno tutto il loro merito, quando sono impiegate convenientemente.

OSSERVAZIONE.

Non è possibile dare regole generali per la scelta da fare tra queste diverse specie di arcate; si deciderà in ciascun caso particolare secondo le circostanze locali che potranno presentarsi. La superficie dello sbocco che bisognerà dare al fiume, le altezze relative delle massime piene e delle più basse acque, quella alla quale si potrà elevare la superficie del pavimento del ponte, *l'obbligo in cui si sarà alcuna volta di lasciare la libertà di distruggere un' arcata, e per conseguenza di far fare ai piloni la funzione di fianchi*, forniranno i principali motivi del partito che si prenderà su questo oggetto. Bisognerà pure prendere in considerazione la natura dei materiali che si avranno a disposizione, ed il grado di resistenza che essi potranno offrire.

Del disarmamento dei ponti.

Usavasi un tempo, per disarmare una volta, di cominciare dal levare un cuscinetto fra due per tutta la estensione di essa, in modo che ne risultava la metà; di ricominciare la stessa operazione per non lasciarvi che il quarto, e di continuare nella stessa maniera sino a che l'ultimo cuscinetto fosse tolto; ma questo metodo era vizioso, perchè la totalità della volta venendo ad essere sostenuta sopra un picciolo numero di cuscinetti allontanati gli uni dagli altri, potevano formarsi, negli intervalli di essi, abbassamenti particolari più o meno sensibili.

È preferibile levare i cuscinetti, cominciando alle origini dei due lati dell'arcata, e terminando alla sommità. È facile togliere i primi cuscinetti, ma al di là dei punti di rottura, e soprattutto presso la chiave, la volta premendo fortemente sull'armatura, non si possono levare che distruggendo poco a poco le biette con uno scalpello. L'armadura scaricata tende d'altronde a sollevarsi, e questa circostanza aumenta la forza colla quale gli ultimi cuscinetti sono serrati contro il vertice della volta. Si deve allora porre a lato di questi pezzi dei piccioli puntelli verticali, la cui base è tagliata a punta; essi daranno la facilità di levarli, e sopporteranno il peso della volta. Si faranno poscia distruggere cominciando dai più distanti della chiave, e diminuendo collo scalpello la superficie della punta. Queste diverse operazioni devono essere

esegnite nello stesso tempo ai peducci posti simmetricamente ai due lati della chiave; e nei ponti ove i piloni non servendo di coscie, le arcate cacciano la loro spinta le une sulle altre, esse devono farsi a tutte le arcate in una volta. *Fa d'uopo condurle con molta lentezza e precauzione, evitando qualunque specie d'urto, e tutto ciò che potrebbe far prendere qualche movimento alla massa delle volte.*

Il disarmamento del ponte di Nemours è stato operato facendo al piede dei puntoni delle intaccature ad ugnatura, la profondità delle quali si andava aumentando, finchè l'abbassamento della centinatura le avesse fatto abbandonare la volta. Questo metodo è più spedito che il precedente, e non può dare luogo ad alcun accidente; ma esso non può adoperarsi che per le arcate costrutte sopra centinature ripiegate. Se ne è impiegato un altro al ponte della Scuola Militare, ove le armatura erano in parte sostenute da pali. I pali che sostenevano le armature avevano al loro piede un maschio che entrava in una trave orizzontale, i cui pali erano cerchiati; ma questo maschio non penetrava fino al fondo della piaga, e le sue guancie erano sostenute da biette. Quando si è voluto disarmare il ponte si sono distrutte a poco a poco le biette, in modo da far appoggiare le guancie sulla piana, e cacciare il maschio in fondo alla piaga; allora la centinatura si è abbassata, ed è stato facile levare i cuscinetti.

Parlando dell'ingegnosa combinazione delle centinature, che hanno servito alla costruzione del ponte di Strand abbiamo detto che il disarmamento delle arcate era stato preveduto ed effettuato mediante un processo il cui merito sorpassa, a parer mio, tutto ciò che si è potuto immaginare in questo genere. Fa d'uopo primieramente aggiugnere ai dettagli nei quali ci siamo diffusi parlando della loro costruzione, che ciascuna armatura composta di otto travi, formava, partendo dal livello delle massime piene, un'immensa armatura, di cui tutte le parti erano intimamente collegate tra esse, in guisa che questo sistema poteva innalzarsi e abbassarsi in un sol pezzo, e trasportarsi da un'arcata all'altra col mezzo d'una barca costrutta espressamente. Indipendentemente dal vantaggio che questo metodo di costruzione doveva offrire all'istante del disarmamento, osserviamo prima di tutto che con ciò si fece a meno di stabilire un'armatura generale, e che tre armature potevano bastare per costruire successivamente le nove arcate di cui si compone questo ponte.

Tutto il sistema delle armature era portato, come si vede dalla Tavola CXXVI, dai puntelli E, appoggiati sulle riseghe dei fondamenti e dei piloni. I piedi dell'armatura e la testa di questi puntelli erano terminati da un forte pezzo P, tagliato a denti esternamente; questi due pezzi ricevevano fra loro un altro pezzo tagliato in forma di cuneo V, le cui incavature corrispondevano in senso contrario a quelle dei dentelli. La posatura delle armature era condotta in modo che, poste alla loro altezza, si trovavano appoggiate sulle parti più saglienti dei dentelli di questi due pezzi, in guisa che dopo la costruzione dell'arcata bastava allontanare simultaneamente i sedici cunei esterni per operare ad un tempo il disarmamento della volta intera.

D'altronde, il trasporto delle armature, e la loro posatura da una arcata all'altra si facevano colla più grande facilità, per mezzo dei successivi abbassamenti ed innalzamenti dell'acqua nel tempo delle alte e basse maree. Tutta l'operazione era per solito terminata in otto giorni, essendo bel tempo; ma se avvenivano due maree in un giorno, in quattro o cinque giorni l'armatura poteva essere levata e messa ad altro arco. Ogni armatura pesava circa 320 tonnellate, che corrispondono a 325000 chilogrammi.

NOTE ADDIZIONALI

SOPRA MOLTE TAVOLE

Descrizione di diversi mezzi impiegati dagli antichi e dai moderni, per movere, condurre o elevare massi di forme e dimensioni straordinarie.

Le ruine immense degli antichi edifici d'Egitto attestano il gusto che gli Egiziani avevano per tutto ciò che era grande e durevole; le pietre impiegate nelle loro costruzioni erano d'una grandezza sorprendente. Erodoto parlò d'un edificio che faceva parte del tempio di Latona a Buto, i cui muri erano formati d'una sola pietra di quaranta cubiti di lunghezza per altrettanti di altezza. Il plafone che serviva di copertura a questo edificio era pure d'una sola pietra che aveva quattro cubiti di spessore.

In un altro luogo, ei dice che Amasis fece trasportare dall'isola Elefantina alla città di Sais, lungi l'una dall'altra venti giorni di navigazione, un edificio formato d'un solo pezzo di pietra: la sua lunghezza esterna era di 21 cubiti sopra 14 di larghezza ed 8 di altezza. Aveva all'interno 18 cubiti 5/6 di lunghezza sopra 12 cubiti di larghezza e 5 di altezza. Due mila uomini furono impiegati per tre anni a questo trasporto.

La massa di quest'ultimo edificio, deducendo il vano dell'interno, era di 1222 cubiti cubici, e il suo peso di 440 mila libbre (208000 chilogrammi), supponendo che la pietra di cui era formato fosse dello stesso granito degli obelischi.

In quanto all'altro edificio che faceva parte del tempio di Latona a Buto, il testo greco d'Erodoto sembra dire che i quattro muri erano formati d'una sola pietra, *incavata come un truogolo*. In questo caso sarebbe stato necessario un pezzo della solidità di più di 64 mila cubiti cubici, e del peso di 22 milioni di libbre (11 milioni di chilogrammi): e quando si supponesse che non fosse trasportato che dopo essere stato scavato, il suo peso sarebbe ancora stato più di 9 milioni di libbre (4 milioni, cinquecento mila chilogrammi).

Il trasporto d'una massa così pesante e d'un volume così considerevole ci pare d'una difficoltà inconcepibile, anche per acqua, a motivo della grandezza prodigiosa del battello o zattera necessario a sostenere a galla un così enorme peso, che era venti volte più grande di quello dell'edificio che Amasi fece trasportare. Le difficoltà per sbarcare e muovere sulla terra una massa così imponente dovevano essere insuperabili, perchè non era possibile trovare macchine, nè cilindri abbastanza forti per sostenere, senza schiacciarsi, un così gran peso. Il conte Carburi, che fu incaricato di trasportare lo scoglio di Pietroburgo, il cui peso non era che di tre milioni, dice che non fu possibile far uso di cilindri, mentre anche quelli di ferro erano insufficienti. Le palle di ferro battuto e fuso, colle quali volle ripiegare, si appianavano o si spezzavano come anche i canali dello

stesso metallo, nei quali si facevano rotolare queste palle; non vi furono che quelle fatte d'un miscuglio di rame, di stagno e di giallamina, che potessero resistere. Frattanto, siccome non si può contraddire una cosa che Erodoto dice aver veduta e esaminata con sorpresa, fa d' uopo credere che i muri di questo edificio sieno stati scavati in una massa di scoglio che trovavasi sul luogo. *Questa congettura è tanto più probabile, in quanto che Erodoto non parla d'onde questo enorme masso sia stato condotto, nè della maniera con cui fu trasportato.*

In quanto alla pietra, che forma il di sopra di questo edificio, è evidente che essa fu tratta da un altro masso, e che fu duopo muoverla per condurla ed elevarla al di sopra dei muri. Questa pietra, che doveva avere 40 cubiti di lunghezza per altrettanti di larghezza, e 4 cubiti di spessore, produceva, benchè tagliata, una massa di 6400 cubiti cubici e un peso di più di 1800 mila libbre (ovvero 900 mila chilogrammi), supponendola di qualità mediocremente dura, come quella impiegata per la maggior parte dei tempii e pei gradini delle piramidi.

Una pietra di così grande larghezza non poteva essere trasportata che piana cioè nel modo in cui deve essere nel luogo. Occorreva per questa operazione una superficie piana e solida, d' una grande estensione; e siccome il legno era raro in Egitto, si può presumere, dietro quello che dice Erodoto parlando della grande piramide di Cespe, che in queste circostanze straordinarie l' uso degli Egiziani era di costruire larghi argini e piani inclinati in pietra di taglio, sui quali essi traevano le pietre enormi che si compiacevano di mettere in opera nella costruzione dei loro edifici. Questi mezzi, che sarebbero per noi estremamente dispendiosi, erano poca cosa per essi, a motivo della quantità considerabile degli uomini ch'essi impiegavano nei loro lavori, che loro costavano poco in proporzione di ciò che noi paghiamo le opere, e perchè i materiali non costavano nulla.

Quando si trattava di trasportare masse di granito gregie e rotondate, come se ne trovano nelle cave d' Egitto, essi le facevano rotolare o capovolgere a forza d' uomini. Si trovano in molti luoghi lontanissimi da queste cave delle masse di granito, il cui trasporto pare essere stato interrotto da qualche circostanza impreveduta.

In quanto alle masse, la cui forma non si prestava a questo genere di trasporto, e quelle di cui le superficie erano piane, come la pietra che serve di copertura al tempio di Buto, e l'edificio monolito d'Amasi, si potrebbe credere ch' essi facessero uso di cilindri e di argani, che sono le macchine le più semplici e le più antiche, quelle i cui effetti sono i più potenti e i più immediati. Per darne un'idea, riporteremo il risultato d'una esperienza fatta a quest'oggetto con una pietra di taglio il cui peso era circa 1080 libbre.

Per trascinare questa pietra sopra una superficie orizzontale della stessa materia grossolanamente tagliata, furono necessarie 758 libbre.

Per la stessa, tratta su pezzi di legno, occorse una forza di 652 libbre.

La stessa pietra, posta sopra una piattaforma di legno e tratta sul legno, importò 606 libbre di forza. Ma dopo aver insaponato le due superficie di legno che scorrevano l' una sopra l'altra, non fu mestieri che di uno sforzo di 182 libbre.

Questa pietra, posta sui cilindri di tre pollici di diametro e messa in movimento sopra una superficie della stessa materia, non importò che una forza di 34 libbre, la

stessa, rotolando su pezzi di legno, ha ceduto ad uno sforzo di 28 libbre; e quando i cilindri erano posti fra due pezzi di legno, 22 libbre bastavano.

Risulta da questa esperienza che, per tirare una pietra per terra sopra un suolo a livello, fermo e unito, fa d'uopo un poco più di due terzi del suo peso; i tre quinti se la superficie è in legno, cinque noni se il movimento si fa legno sopra legno; e insaponando le due superficie di legno che scorrono l'una su l'altra, non fa duopo che un sesto. Ma se si fa uso dei cilindri, farà duopo, se essi sono posti immediatamente fra la pietra e il suolo, un poco più di trentadue parti del peso, e la quarantesima parte se essi girano sul legno; e infine, se girano fra due superficie unita come di legno, non occorrerebbe che circa la cinquantesima parte del peso.

Frattanto, è utile osservare che, siccome il legno si comprime sotto i grandi carichi, i cilindri fatti di questa materia sono soggetti a cangiare di forma, a schiacciarsi e ad immergersi nei pezzi di legno fra i quali essi sono posti; ciò produce una confricazione nel loro effetto, che aumenta in ragione del carico. Abbiamo già detto che, per elevare l'obelisco della piazza S. Pietro a Roma, che pesava con tutti i suoi attrezzi più di settecento cinquanta mila libbre, occorsero quaranta argani, e che per trascinarlo sopra un piano orizzontale, facendo uso di cilindri posti fra due superficie in legno, non occorsero che quattro di questi argani; d'onde risulta che in questo caso la forza era la decima parte del peso, mentre l'esperienza da noi citata non dà che poco più della cinquantesima parte. Ma Fontana, che fu incaricato di questa operazione, fa osservare che molti di questi cilindri, che erano settanta, si schiacciarono, ed altri si immersero nei pezzi di legno fra i quali erano posti.

Per conservare il vantaggio che procurano i cilindri, bisognerebbe che fossero incompressibili, al pari delle superficie fra le quali si muovono; come per esempio, cilindri di granito che ruotassero fra superficie della stessa materia. Perchè non potessero rompersi, farebbe d'uopo che fossero cortissimi e che il loro numero fosse grandissimo, affine che ciascuno portasse una minor parte di peso. La loro lunghezza non dovrebbe essere più d'un diametro e mezzo. Quando le pietre avessero una larghezza considerabile, come quella che forma la copertura del tempio di Buto, se ne metterebbero molti ranghi. Questo mezzo, se fosse eseguibile, sarebbe più vantaggioso che le palle di cui il Conte di Carburi ha fatto uso per il trasporto del masso di granito che serve di base alla statua equestre di Pietro il Grande a Pietroburgo, che esigevano una forza eguale alla ventiduesima parte del peso.

Dietro i risultati di queste esperienze e le osservazioni alle quali hanno dato luogo, si può calcolare la forza che sarebbe occorsa per trasportare la pietra che forma la copertura del tempio di Buto e l'edificio monolitico di Sais.

L'esperienza giornaliera nei lavori ci ha fatto conoscere che un uomo mediocremente robusto e accostumato al lavoro, come quelli che impiegavano gli antichi, può portare un carico eguale al suo peso, e trascinarne uno una volta e mezza più pesante; d'onde risulta che per la pietra che serviva di copertura al tempio di Buto, di cui abbiamo valutato il peso a 1800 mila libbre, sarebbero stati necessarii 10,000 uomini per tirarla sopra un suolo unito e solido; 9,000 uomini per strascinarla sopra una superficie formata da pezzi di legno, 8333 uomini se si suppone che questa pietra fosse posta sopra una piattaforma di legno e trascinata, pure sul legno; e solamente

2500 uomini se si avesse avuto cura d'insaponare le due superficie che strisciavano l'una sopra l'altra.

Questa pietra avendo 40 cubiti di larghezza, si potevano facilmente disporre gli uomini a ranghi di 40 ognuno, il che avrebbe formato una colonna di 250 ranghi pel primo caso, supponendoli eguali, e di molto meno facendoli divergere; 225 per il secondo; 208 pel terzo; e 62 e mezzo pel quarto: non vi sarebbe che quest'ultimo mezzo da praticarsi.

La larghezza straordinaria di questa pietra e il suo peso dovevano rendere impossibile l'uso dei cilindri di legno. In quanto a quelli di granito, di cui abbiamo parlato, crediamo che se fosse stato possibile formare un suolo abbastanza solido ed unito per poterne far uso, sarebbero bastati, trecento uomini o sette ordini e mezzo per muovere questo peso. Ma non crediamo che si sia mai fatto uso di questo mezzo che avrebbe importato una spesa troppo grande. È infinitamente più probabile che si sia fatto uso degli argani.

Supponendo un argano semplice attraversato da due leve orizzontali, la cui lunghezza media nel luogo ove agiscono gli uomini sia dieci volte il diametro del verricello, ciascun uomo applicato a questa macchina fa uno sforzo che, secondo l'esperienza, può essere valutato a 500 libbre. Così, supponendo dodici uomini a un argano, il loro sforzo sarà di sei mila libbre, ciò che darà per il primo caso, ove fa d'uopo agire con una forza eguale ai due terzi del carico, 2400 uomini e 200 argani.

Pel secondo caso, 2160 uomini e 180 argani.

Pel terzo, 2000 uomini e 50 argani.

E pel quarto, 600 uomini e 267 argani.

È certo che facendo uso di carruccole e di taglie, si può diminuire il numero d'uomini e di argani della metà o del quarto, come abbiamo fatto conoscere nel principio di questo libro.

I risultati da noi trovati indicano le forze che sarebbero necessarie per muovere questa pietra sopra un piano orizzontale; ma siccome sarebbe d'uopo inoltre elevarla sopra i muri del tempio a cui doveva servire di copertura, facendola salire sopra un piano inclinato, è evidente che la forza doveva essere più grande in proporzione dell'inclinazione di questo piano. Citeremo a questo oggetto qualche esperienza, che servirà a far conoscere in quale proporzione questa forza deve aumentare.

Se si pone sopra un piano orizzontale un solido a base quadrata, le cui superficie non sieno punto levigate, si provano più o meno difficoltà per moverlo, secondo che la superficie posta sul piano, e quella di questo piano, sono più o meno ruvide. Ma se, invece di spingere questo corpo per muoverlo, si inclina il piano finchè incomincia a strisciare, si trova che fa d'uopo tanta forza per far salire sopra questo piano inclinato un corpo infinitamente levigato o piuttosto un corpo rotondo, quanto per trascinare il solido a base quadrata sopra un piano orizzontale. Si trova pure che, per far salire un solido a base quadrata sopra un piano inclinato, è necessario impiegare una forza eguale a quella che farebbe d'uopo per far salire un corpo rotondo o infinitamente levigato sopra un piano inclinato di tanti gradi di sopra il piano sul quale il solido a base quadrata incomincia a sdrucciolare, di quanti il primo piano è al di sopra del piano orizzontale.

La forza che fa d'uopo per far salire un corpo sferico sopra un piano inclinato, è presso a poco eguale o quella che dà la teoria; d'onde risulta che, se si prende per piano orizzontale il piano sul quale un solido a superficie piana incomincia a sdrucciolare, si troverà la forza necessaria per far salire questo solido sopra un piano inclinato qualunque, aggiungendo alla sua inclinazione quella del piano che si prende per piano orizzontale.

ESPERIENZE.

Per trascinare sopra una lastra in pietra di liais, posta orizzontalmente, un cubo della stessa materia, di cui ciascuna faccia è 4 pollici, pesante 6 libbre 4 once, fa d'uopo un peso di 3 libbre 5 once. Questo cubo non comincia a sdrucciolare che quando il piano sul quale è posto ha un inclinazione di poco più di 30 gradi. Per far salire su questo piano inclinato un corpo rotondo dello stesso peso e della stessa materia del cubo precedente, occorrono 3 libbre 4 oncie 2 grossi; il diametro di questo corpo è di 4 pollici un quarto, e si muove rotolando.

Per far salire il cubo precedente sopra questo stesso piano inclinato 30 gradi, fa d'uopo una forza di 5 libbre 8 oncie 2 grossi tirandolo parallelamente al piano.

Questa forza di 5 libbre 8 oncie è sufficiente per far salire il corpo rotondo sopra un piano inclinato di 60 gradi.

La forza che fa d'uopo per far salire il corpo rotondo sopra i piani inclinati di 30 e di 60 gradi, è presso poco eguale a quella che dà l'applicazione dei principj di meccanica. Perchè nel primo caso, la teoria dà 3 libbre 2 oncie, e l'esperienza 3 libbre 5 oncie.

Pel secondo caso, la teoria dà 5 libbre 7 oncie e l'esperienza 5 libbre 8 oncie 2 grossi.

Risulta da queste esperienze che prendendo per piano orizzontale quello sul quale un solido a superficie piana incomincia a sdrucciolare, si troverà lo forza che fa d'uopo per far montare questo solido sur un piano inclinato qualunque, aggiugnendo all'inclinazione di questo piano quella del piano su cui il solido incomincia a sdrucciolare. Così per far l'applicazione di questa regola alla grande pietra di Buto, supponiamo che il piano per condurla al di sopra dei muri fosse inclinato 12 gradi. Ciò posto, si dimostra in meccanica che la forza necessaria per far salire un corpo rotondo sopra un piano inclinato, sta al suo peso come l'altezza del piano inclinato alla sua lunghezza, oppure come il seno dell'inclinazione del piano al seno totale: abbiamo trovato che per trascinare questa pietra sopra un piano orizzontale, nel primo caso, la forza necessaria era i due terzi del peso; cioè corrispondente a quella che occorrerebbe per far salire un corpo rotondo sopra un piano inclinato di 41 gradi 48 minuti; ai quali aggiugnendo 12 gradi, per l'inclinazione del piano sul quale la pietra deve salire, si trovano 53 gradi 48 minuti, il cui seno indica che occorrono quattro quinti del peso, in luogo dei due terzi.

Nel secondo caso, la forza essendo tre quinti del peso, corrisponde al seno d'un angolo di 36 gradi 53 minuti, ai quali aggiugnendo 12 gradi, si avranno 48 gradi 53 minuti, il cui seno indica i tre quarti del peso.

Pel terzo caso, la forza è cinque noni del peso, che corrispondono al seno di 33 gradi e 45 minuti, e di 45 gradi e 45 minuti, aggiugnendovi li 12 gradi, il cui seno indica sette decimi del peso.

In fine il quarto caso, che non esige che un sesto del peso, corrisponde al seno di 9 gradi 36 minuti, ai quali aggiugnendo l'inclinazione del piano inclinato, si avranno 21 gradi 36 minuti, il cui seno indica una forza eguale a nove venticinquesimi del peso. Così, facendo uso di argani semplici senza taglie, nel primo caso, per far salire questa pietra sopra un piano inclinato di 12 gradi, occorrerebbero 240 argani e 2880 uomini.

Pel secondo caso, 225 argani e 2700 uomini.

Pel terzo caso, 210 argani ò 2520 uomini.

Pel quarto caso, 108 argani e 1296 uomini.

Facendo le stesse applicazioni all'edificio monolitico d'Amasi, il cui peso abbiamo trovato di 440 mila libbre, si troverà che per trascinarlo senza argani, sopra un piano orizzontale, come quello del primo caso, sarebbero occorsi 2444 uomini.

Pel secondo caso 2200 uomini, per il terzo 2037 uomini, e pel quarto 611 uomini. La descrizione d'Erodòto prova che si è fatt'uso del terzo mezzo per trasportare questo edificio, e che non si adoperarono per tale operazione nè cilindri nè argani. Sembra che l'edificio fosse posto sopra una piattaforma di legno, o trascinato pure su pezzi di legno. Probabilmente lo stesso processo fu impiegato per trasportare l'obelisco di Ramesse, di cui parla Plinio, e per il quale si impiegarono 20,000 uomini. Questo obelisco, che è il terzo della Tavola L.ª e del quadro relativo, poteva pesare 1500 mila libbre con gli attrezzi ed armature di legno occorrenti per impedirgli di rompersi, a motivo della sua grande lunghezza. Questo processo doveva esigere più di 7000 uomini, senza contare quegli occupati a preparare le strade e le macchine, ciò che poteva formare insieme 10,000 uomini in attività, e un pari numero per alternarli.

TAVÒLA CLXVIII.

Descrizione dei mezzi impiegati per trasportare lo scoglio che serve di base alla statua di Pietro il Grande a Pietroburgo.

Questo pezzo, di cui la base era piatta, aveva 42 piedi di lunghezza (13 metri 643 millimetri) sopra 27 piedi di larghezza (ovvero 8 metri 770 millimetri), e 21 piedi di altezza (6 metri 821 millimetri); ma fu ridotto, prima di trasportarlo, a 37 piedi di lunghezza (12 metri 19 millimetri) sopra 21 piede di larghezza (6 metri 822 millimetri), e 22 piedi di altezza (7 metri 146 millimetri). Abbiamo già detto che questo pezzo pesava tre milioni di libbre; fu trasportato dal luogo ove era, su la riva della Neva, lontana una lega e mezza, adoperando una forte intelajatura di legno che serviva di carro, di cui i bracci o pezzi laterali erano formati da travi di 42 piedi di lunghezza (13 metri 643 millimetri), larghi 18 pollici (487 millim.) e grossi 16 pollici (433 millim.), scavati in forma di canale, guerniti d'una materia composta di rame, di stagno e di giallamina. Questi sostegni posavano sopra grandi pezzi di legno di 33 piedi di lunghezza (10 metri 720 millim.) sopra 14 pollici di larghezza (378 millimetri) a 12 pollici di spessore (324 millim.), incavati e guerniti come li precedenti; fra questi pezzi di legno v'erano palle dello stesso metallo di 5 pollici di diametro (ovvero 135 millim.), come si vede rappresentato dalla figura 1, e dai dettagli della Tavola CLXVIII.

I bracci o pezzi laterali del carro erano riuniti da quattro forti traverse, di 14 piedi di lunghezza ciascuna (4 metri 548 millim.), sopra 12 pollici di quadratura (325 millimetri), e tre forti cavicchie di ferro poste negli intervalli. Erano necessarii sei uomini per strascinare ciascuna trave che dovea ricevere il peso; le palle erano spaziate nei canali di 2 piedi in 2 piedi, in guisa che il carico si trovava poi diviso sopra 30 a 32 palle. Le parti indicate dalle lettere K, K, servivano a collocarvi degli uomini, che avevano cura di far girare le palle che non portavano, mentre il carico era in marcia, affine d' evitare gli inconvenienti che avrebbero potuto risultare se molte di queste palle si fossero unite, valendosi a tal uopo di appositi strumenti di ferro. Quantunque questa operazione possa sembrare pericolosa, non produsse nullameno alcun sinistro accidente.

Il trasporto di questo carico enorme dovendosi fare a traverso del pantano, in mezzo al quale era posto, si scelse il tempo dei forti ghiacci; ma siccome si trovavano dei luoghi coperti d' un letto di fango-grasso, che impediva al pantano di gelare ad una profondità abbastanza considerabile, fu necessario, per consolidare il terreno, di innalzarlo e di far trasportare sul luogo, della ghiaja e dei letti alternativi di piccioli abeti diramati. L'umidità del pantano che penetrava questi letti, li fece gelare a più di 4 piedi di profondità (1 metro 299 millim.), e formò una massa solidissima e compatta, capace di sopportare il carico. Si spesero sei settimane a fargli percorrere lo spazio di circa una lega e mezza, fra il luogo ove era situato e le rive della Neva, ove fu imbarcato per essere condotto a Pietroburgo.

Per far muovere questo carico, disposto come è stato detto, sopra un suolo presso a poco di livello, non occorrevano che due argani messi in movimento ciascuno da 32 uomini. Questi argani erano guerniti di 8 barre, ciascuna di 8 piedi di lunghezza, presa dal centro del verricello (2 metri 599 millim.). Gli uomini erano posti in maniera che il centro d'impressione della forza con la quale essi agivano era a 5 piedi di distanza da questo centro (1 metro 624 millim.). Questa forza, che può essere valutata a 50 libbre, (24 chilogrammi 475 gramme) per ogni uomo, dà 1600 libbre (783 chilogrammi 209 gramme) per trentadue. Ad ogni rivolgimento del verricello, il centro d' impressione percorreva una circonferenza di 31 piedi 3/7 (10 metri 909 millimetri), mentre che la parte della fune che s'inviluppava sul verricello, era di 4 piedi 5/7 (531 millim.). Questa fune non era immediatamente attaccata al carico, e corrispondeva a taglie contenenti tre carrucole, che faceano percorrere al carico solamente la sesta parte della porzione della fune che s'inviluppava sul verricello, cioè 9 pollici 3/7 (252 millim.); di modo che il cammino che percorreva la potenza, era di 10 metri 209 millimetri, mentre il carico non avanzava che di 252 millimetri, cioè la quarta parte dello spazio percorso dalla potenza. Ora si dimostra in meccanica che le forze motrici sono in ragione inversa degli spazi percorsi, d'onde risulta che quella che facea muovere questo peso dovea essere eguale a quattro volte la forza impiegata dagli uomini applicati ai due argani, cioè a 128 mila (62,556 chilogrammi). Questa forza era i due quarantasettesimi del peso, invece del cinquantesimo, che dovrebbe risultare dalle esperienze fatte sugli oggetti di cui il peso non era abbastanza considerabile per comprimere le materie le più dure, come quella di cui si tratta. Chi ha avuto occasione di far trasportare grandi carichi, converrà che i mezzi semplici ed ingegnosi impiegati per muovere una così pesante massa, il cui peso era, per così dire, al di sopra della

resistenza delle materie che dovevano sostenerla in movimento, esigevano molte cognizioni e risorse in chi gli ha immaginati.

Macchina per volgere lo scoglio.

Siccome la situazione dello scoglio non avrebbe permesso di farlo strascinare in linea retta, dal luogo ove si trovava sino al fiume, fu necessario costruire una macchina con la quale si potesse volgerlo, per fargli cangiar strada. Essa è indicata dalla lettera A nelle figure 2 e 3.

Essa era assolutamente come quella che serviva a farlo avanzare in linea retta, ma più forte. Le travi e i canali di questa seconda macchina erano di forma circolare, come si vede dalle figure 2 e 3, in guisa che le estremità dello scoglio, figura 2, si movevano, mentre il centro restava fisso. La macchina circolare è indicata in questa figura dalle linee punteggiate sotto la massa dello scoglio. Quest' era un cerchio di 12 piedi di diametro (3 metri 898 millim.): la trave che lo formava avea 18 pollici di quadratura (487 millim.), e il canale in rame 8 pollici e mezzo di spessore al suo fondo (95 millim.); quindici palle sostenevano lo scoglio su questa macchina.

Impiego delle viti per sollevare lo scoglio.

Volendosi trasportare lo scoglio, la prima operazione da farsi era di elevarlo un poco per sostituire alle travi su cui posava, quei sistemi sui quali dovea collocarsi per poterlo strascinare.

Era tanto più importante il far questa operazione d'una maniera semplice, quanto che essa dovea essere ripetuta tutte le volte che bisognerebbe far cangiare di strada allo scoglio, sostituendo alla intelajatura disposta per tirarlo in linea retta, quella unicamente formata per farlo girare.

A tal uopo si fecero fare delle viti, rappresentate dalle figure B B, che entravano in un dado di rame e: che sostenevano un cappello *t*, pure in rame, e si appoggiavano, con due cerchi di ferro e due cavicchie, che le traversavano, sopra un pezzo di legno duro R. Quando si erano poste la viti sotto lo scoglio, e si volgevano le leve, che traversavano la loro testa, queste viti col loro movimento in un senso o in un altro, elevavano o abbassavano lo scoglio, come si vede nella figura 3. Queste viti, erano stabilite sotto lo scoglio, e fuori della intelajatura sulla quale era collocato, affinchè si potesse con facilità sostituire alla intelajatura la macchina circolare di cui si è parlato.

Le viti avevano tanta forza, che non se ne impiegarono che 12 per sostenere il peso dello scoglio.

Preparativi fatti per imbarcare lo scoglio, e difficoltà incontrate cominciando questa operazione.

Per trasportare lo scoglio nello spazio che si dovea fargli percorrere su la Neva, si fece costruire una barca LL, figura 4, di 180 piedi di lunghezza (58 metri 471 millim.),

e 66 di larghezza (21 metri 439 millim.), sopra 17 di altezza (5 metri 522 millim.). Essa era munita d' un triplo rango di travi trasversali alla sua stiva, e d' un forte graticolato che si elevava al mezzo. Si potranno forse credere queste dimensioni esorbitanti per un peso di tre milioni, veduto che ne avrebbe portato quasi il doppio; ma fa d'uopo rimarcare che nei molti luoghi ove dovea necessariamente passare, la Neva non ha che circa 8 piedi d'acqua (2 metri 599 millim.). Si dovea dunque disporre la barca in modo che non tirasse maggior quantità d'acqua, perchè non fosse esposta ad arrenare.

In quanto all' altezza datale poi, era necessaria per le ragioni seguenti. Vi erano 11 piedi d'acqua dalla estremità del molo sino al fondo: la barca non ne tirava che circa 8 (2 metri 599 millimetri); ma per caricarla sarebbe stato necessario che il fondo della barca fosse talmente appoggiato, che un lato non potesse alzarsi, mentre l' altro si abbassava; senza di che, portato appena lo scoglio sopra un' lato della barca, l'altro lato sarebbe stato elevato dall' acqua, e, la barca perdendo il suo equilibrio, lo scoglio sarebbe caduto fra essa ed il molo. Era dunque necessario che la barca posasse sul fondo dell' acqua, per ricevere lo scoglio senza esserne rovesciata.

Quelli che furono incaricati dell'imbarcamento lasciarono riempire la barca d'acqua, obbligandola a posare sul fondo del fiume. Siccome il molo si affondava 11 piedi nell'acqua (3 metri 537 millim.), si elevava di 3 piedi al di sopra della sua superficie; e l'altezza dei bordi della barca era di 17 piedi (5 metri 522 millim.); quantunque il graticolato non ne avesse che 14 (4 metri 548 millim.), si aprì la barca dalla parte ove lo scoglio dovea entrare; e questo sostegno ed il molo essendo precisamente della stessa altezza, si tirò lo scoglio orizzontalmente e si fece avanzare sino al mezzo del graticolato per mezzo di due argani posti in un vascello. Appena entrato, si ristabilì il lato della barca che erasi aperto, e si turò ben bene tutta questa parte della barca.

Fatto ciò, con secchie, e facendo giocare le pompe, si incominciò a vuotar l'acqua che era nella barca. Nel tempo di questa operazione, si scoprì con sorpresa e dolore che tutte le parti della barca non si elevavano egualmente. Il centro troppo caricato, restava al fondo del fiume, e la poppa e la prua solamente si elevavano, e facevano prendere al fondo della barca una curva rappresentata da C C, figura 4. Lo sforzo che i panconi della barca sopportarono per la curvatura presa, fece disgiugnere i suoi membri, e l' acqua incominciò ad entrarvi in grande quantità. Si impiegarono sino a 400 uomini per evacuarla più prontamente; ma più si diminuiva il volume d' acqua contenuto nella barca, più l'effetto che si temeva aumentò; ed essa prese una forma d' arco sì pronunciata, che si temeva di vederla a rompersi.

Mezzi impiegati per far riprendere alla barca la sua prima forma.

Si impiegarono due settimane in manovre inutili per rimediare all' inconveniente accaduto alla barca. Il mese di settembre avendo condotto dei venti che facevano temere che lo scoglio non perisse nella baja, e nessuno, proponendo mezzi atti a rimediare all' accidente arrivato alla barca, il conte di Carburi fu incaricato di ritirare lo scoglio sul molo.

» Allora, dic' egli, ho voluto mandar ad effetto le mie idee, per rendere alla barca la sua prima forma senza che fosse necessario di rimettere lo scoglio sul molo.

Ho notato primieramente che la barca non avea perduto la sua prima forma se non perchè il peso non posava sopra il suo centro, e che, per riparare a questo inconveniente, bastava distribuire il peso egualmente sopra tutte le parti della barca. Feci prima di tutto caricare di pietre la poppa e la prua dello barca, obbligandola così a posarsi di nuovo in fondo dell' acqua.

» Accadde quanto io avea prevedato; i panconi avendo ripreso la loro prima situazione, le aperture per le quali l' acqua della barca penetrava si otturarono quasi intieramente, e avendo fatto cavare tutta l' acqua della barca, essa non si curvò più, ma il mezzo si elevò un poco come tutto il resto. Non si trattava dunque più che di distribuire egualmente il peso sopra tutta la superficie della barca. Per riescirvi, elevai col mezzo della vite, lo scoglio di 6 pollici al di sopra della intelajatura che lo portava, e posi, da ciascun lato, dei pilastri B B, figura 4, che si appoggiavano da una delle loro estremità negli intagli fatti allo scoglio, e, dall' altro contra forti tasselli fissi al fondo della barca.

» Questi pilastri diminuivano gradatamente di lunghezza; avea messo per mantenerli in luogo, i pezzi di legno P P, disposti come si vede sulla figura, e legati con croci di ferro. Tutto essendo così preparato, feci togliere le viti che sostenevano lo scoglio al di sopra delle intelajature, ed avendolo lasciato discendere, il suo peso si distribuì sui pilastri e su tutta la superficie della barca.

» Dopo questa operazione, si finì di vuotar l'acqua nella barca. Feci togliere tutte le pietre di cui aveva fatto caricare la poppa a la prua D D, e la barca si alzò conservando perfettamente la sua forma.

TAVOLA CLXVIII (*bis*).

Lettera indirizzata dall' autore al Sig. Conte d' Angivillers, sul rimovimento dei gruppi di Monte Cavallo.

» Signor Conte,

» Sto attualmente ponendo in pulito ciò che ho fatto sopra il Tempio della Pace.
» Ne ho rilevato le principali dimensioni, perchè mi sono accorto che la pianta che
» avevo, e con la quale ho avuto l' onore di indicarvi qualche paragone con gl'Invalidi, non era giusta. Dietro le misure che ho prese, e confrontate con i monumenti
» antichi di Desgodets, ne risulta che i piedritti non sono che l'ottavo della superficie
» libera. Ho esaminato con la più grande attenzione la maniera con cui questo tempio è costrutto; ho paragonato ciò che ho veduto, con quel che Vitruvio e Plinio
» dicono sulla maniera di fabbricare degli antichi Romani. Ho distinto negli antichi
» ventitrè maniere differenti di costruzioni. Le più antiche ruine sono quasi tutte in opera
» ingraticolata; la seconda maniera è a grandi pietre congiunte insieme senza malta
» con ramponi di bronzo; la terza maniera è a mattoni per li paramenti dei muri e
» il mezzo in rottame. Tutte le volte sono fatte per incassamento con ogni sorta di
» rottami di pietra, di marmo, di mattoni e di coccio, impiegati a bagno di malta e

» battuti. Ho pure esaminato il calcistruzzo che serviva per gli acquidotti e le conserve
» d' acque; ho paragonato lo stucco con quello che si fa al presente.

» Ho interrotto il mio lavoro per spedirvi un'idea delle preparazioni che si erano
» fatte per girare uno dei gruppi che sono a Monte Cavallo dinanzi al palazzo del
» Papa. Quindici giorni fa si era tentato questa operaziona, ma non aveva riuscito;
» perchè l' architetto non aveva ben disposto tutte la sue forze; ma vi si è lavorato
» dopo, a jeri è giunto al suo scopo con grandissimo onore. Questo gruppo è com-
» posto d'una figura colossala in marmo cha sembra domare un cavallo, è posto so-
» pra un piedestallo di circa 12 piedi sopra tutti i sensi, il centro di questo piedestallo
» à in murazione di rottame, e l' esterno è rivestito di marmo. Il tutto può pro-
» durre circa 2000 piedi cubici è può pesare, con tutto l'apparecchio per farlo girare,
» 320 mila libbre.

» La maniera adoperata è semplicissima: si è incominciato col forare il piede-
» stallo in due sensi in tutto il suo spessore, come è marcato in A nella figura 1. Poi
» si è formato una croce con travicelli di 9 a 10 pollici di grossezza. Ciascun braccio
» di questa croce è composto di quattro ranghi di travicelli, di cui quattro a ciascun
» rango. Due ranghi di questi travicelli traversano il piedestallo in tutto il suo spes-
» sore, i due altri ranghi servono di unione ai travicelli che traversano il piedestallo
» dall' altro senso; di modo cha ciascuna estremità delle traverse presenta 16 travi-
» celli, come si vada alla figura 2 in B. Al centro di questa croce, nel di sotto, si
» era attaccato un forte perno di ferro di 3 pollici di diametro. Quando la croce fu
» ben assicurata sotto il piedestallo, si tagliarono le quattro parti di murazione mar-
» cate *e*, *d*, *e*, *f* figura 3. Prima, si era fatto l' incassamento rappresentato dalla fi-
» gura 2, per impedire al piedestallo di disunirsi. Quando tutto il peso del piedastallo
» si è trovato sulla croce, le braccia hanno piegato 2 pollici, il perno si è immerso
» nella piatra che gli serviva di dado, e si provò inutilmente, quindici giorni fa, a
» muovere il piedastallo con quattro argani; si ruppero due cavi ma senza alcun frutto.
» Avendo poi l' architetto fatto guernire di nuovo e fortificare tutte le parti della
» sua macchina, è riuscito finalmente jeri nel proprio intento; ma invece di 4 ar-
» gani ne aveva 8 con carruccole entro taglie, e 12 uomini a ciascun argano. La mac-
» china ha servito benissimo; si è fatto fare un ottavo di rivoluzione al piedestallo in
» quattro riprese, in meno di tre ore di tempo, malgrado l'attrito considerevole. Spero,
» signor conte, che vorrete continuarmi la vostra protezione; alla prima occasiona non
» risparmierò fatica per mandarvi qualche cosa di più interessante. Avrei voluto avere
» il tempo di finire il disegno che vi unisco; ma ho pensato che non vi rincrescerebbe
» d'essere informato tutto di seguito d' una operazione, cha non è delle comuni.

» Ho l'onore d' essere, signor conte, col più profondo rispetto,

» Vostro Umilissimo, Ubbidientissimo Servitore

» Rondelet. »

Da Roma, li 3 settembre 1783.

TAVOLA CLXIX.

Descrizione delle macchine che hanno servito al trasporto ed all' innalzamento delle due grandi pietre di frontispizio al Palazzo del Louvre.

« Non era tanto difficile, dice l'erudito Perrault (nelle note dello sua traduzione di Vitruvio) l'innalzar queste pietre a motivo del loro peso di più di 80 milo libbre, quanto per la loro figura che le rendea facilmenta rompibili se noo fossero state sostenute egualmente; perchè sopra 52 piedi di lunghezza ad 8 di larghezza, non avevano tutto al più che 18 pollici di spessore.

» Per impedire che questa rottura non accadesse, sia nel loro trasporto dalla cava, situata sulla montagna di Maudon, a due leghe di Parigi, sia nella loro elevazione e posizione in opera, che era alla distanza di quasi 20 tese dal pian terreno, si presero le seguenti precauzioni: si è fatto una forte griglia della lunghezza della pietra, composta di grossi pezzi di legno per renderla più ferma, e meno suscettibile di piegare che fosse possibile; perchè la pietra, essendavi trattenuta e sospesa da otto parti per ciascun lato con cavi, non si poteva piegare, qualunque sforzo il suo enorme peso potesse fare, qualora l' unione che la tenea sospesa, e col mezzo della quale si moveva, fosse abbastanza forte per non poter piegare. Siccome per portarla all'altezza oecessaria, e per posarla, non si poteva servirsi dell' unione delle travi che era stata impiegata a condurla, si adoperò un graode intavolato di legname già elevato lungo la faccia del Louvre, e sino all'altezza di più di 20 tese, per servire di palco, sul quale si fece uo pavimento composto di sei travi, fra i quali poteano passare le funi che doveano elevare la pietra. Questo pavimento ne sosteneva un secondo, sopra il quale trovavansi otto verricelli o grossi cilindri sui quali col mezzo delle leve, che passavano a ciascuna delle loro estremità, si avvoltolavano le funi che dovevano elevar la pietra, la quale essendo portata un poco più alta del luogo ove dovea essere posta, fu spinta con tutta la macchina, al di sopra di questo luogo, il che si ottenoe facendo avanzare il secondo pavimento che scorreva sopra altri ciliodri posti fra i due pavimenti.

» Ora la difficoltà era ridotta a far sì che le funi che innalzavano la pietra fossero sempre ugualmente avvoltolate sui verricelli; perchè non si poteva esser sicuri di trovar tanta eguaglianza oella grossezza delle funi, nè in quella dei verricelli, perchè questi avvolgendosi tutti insieme, le funi tirassero egualmente, e fossero egualmente tese; oltre di cho queste funi della stessa grossezza poteano striogersi ed allungarsi le une più delle altre. Per rimediare a questo inconveoieote il maestro stava sulla pietra intanto che saliva, e andava passeggiandovi sopra come io una galleria, per toccare i cavi l'uno dopo l'altro, affinchè conosciuto per tal mezzo quello cho avea fatto più giri degli altri, ordinasse che il verricello che fasciava questo cavo eessasse d'agire, mentre gli altri continuavano a ricever giri di corda. Per questo effetto, i verricelli avevano ciascuno il loro nome, e vi era ordioe d' osservare un gran silenzio onde i comandi potessero essere intesi. Si avrebbe forse potuto omettere alcuna di queste precauzioni, ma si è creduto che in una cosa così importante non si potessero prendere soverchie misure di sicurezza. »

Spiegazione della Tavola CLXIX, secondo Perrault.

La figura 1, rappresenta la macchina che ha servito a condurre la pietra; AABB, una grande ossatura di legname della lunghezza della pietra.

CC, la pietra rinchiusa nella commessura e sospesa da otto parti, marcate AAA.

ΔΔΔ, un tavolato sull' ossetura, al di sopra del quale vi erano otto mulinelli fasciati, con leve,

ΓΓΓ, un puntello fatto della lunghezza della pietra, sulla quale essa era posata. Questo puntello aveva a ciascuna delle otto parti dalle quali era sospeso due intagli ove erano allogate delle carruccole. Nell'altezza della commessura, verso le parti marcate A, vi erano pure degli intagli in ciascuno dei quali era allogata una carruccola. Presso ciascuna di queste carruccole, il cavo che vi era attaccato, dopo esser disceso e passato sulla prima carruccola in alto della commessura, discendeva ancora per passare sotto la seconda carruccola dei puntelli, per poi rimontare, e passando attraverso del pavimento, si attaccava ai mulinelli.

DD, le altezze dei due assi sulle quali l' ossatura posa.

EE le faccie delle due picciole commessure sulle quali posavano gli assi, a che servivano di ruote.

EGF, uno degli assi veduti separatamente, e rovesciati il di sopra al di sotto.

FF, due intagli rotondati nell'asse, pei quali posava sulla picciola commessura.

HIKIH, una delle faccie della picciola commessura, veduta separatamente.

II, due intagli per ricevere i maschi dei pezzi che, con i pezzi della faccia formavano la picciola commessura.

K, un ascialIone per ricevere l' intaglio rotondato dell' asse.

HH, due altri ascialloni per mezzo dei quali la picciola commessura posava sui cilindri marcati NN.

LML, uno dei cilindri veduto separatamente.

LL, intagli nei quali gli ascialluni HH erano fermati sui cilindri.

Fa d' uopo rimarcare che questi cilindri erano fasciati con vere di ferro attaccate con chiodi, di cui le teste erano a punta di diamante, tanto per impedire che questi cilindri non strisciassero, quanto per fare avanzare la macchina, oltre parecchi argani, ciascuno di otto uomini, che la tiravano. Vi aveva da ciascuna parte quattro grandi leve, di cui la estremità inferiori erano infisse nell' estremità dei cilindri, e le superiori avevano ciascuna una carruccola nella quale passava una corda attaccata al basso della grande commessura, ed era tirata da due o tre uomini; ne derivava che i cilindri, ai quali le teste di chiodi impedivano di strisciare sulle fasciature, non potevano essere mossi senza avanzare la macchina.

La figura 2 rappresenta la macchina che ha servito ad elevare ed a porre in opera la pietra.

AAA, la pietra.

BB, lo stesso puntello sul quale essa era posto nella prima macchina, ma che trovasi qui sulla pietra che gli è attaccata in otto luoghi colle corde.

CCC, un altro puntello che corrisponda alla parte superiore della grande commessura della prima macchina, marcata A A, e che ha pure intagli e carrucole, a cui i cavi sono attaccati per passare e ripassare sulle carrucole dei puntelli nel basso, a ritornare ad attaccarsi ai mulinelli che sono pure ai puntelli dell'alto, sul letto di legnami, come alla prima macchina.

D D, le quattro estremità delle travi che portavano il puntello superiore.

E E, i cilindri che sostenevano queste travi.

F F, altre travi sulle quali i cilindri potevano girare.

Fu d'uopo notare che, la pietra essendo elevata poco più della parte ove dovea esser posta, si facevano girare questi cilindri con leve verso la parte ove bisognava farla ondare; il che faceva sì che tutto il tavolato che sosteneva i mulinelli, a quindi la pietra sospesavi, si avanzasse sulla parte ove dovea essere posta, ed a cui si facea discendere allentando i mulinelli. Per porre la pietra si era steso un letto di malta alcun poco più grosso delle corde, con cui la pietra era attaccata al puntello, affinchè, sostenuta dalla malta fornisse il modo di togliere le corde: dopo che la pietra calò insensibilmente e fece uscire l' eccesso della malta, sino a non avere se non l' ordinaria grossezza della commessura.

TAVOLA CLXX.

La Storia non ci ha trasmesso notizia alcuna intorno ai mezzi impiegati dagli Egiziani per l'innalzamento dei loro obelischi, nè meglio siamo in chiaro di quali ordigni gli antichi Romani al medesimo scopo usassero per eriger quelli che trasportavano in Italia; se non che dalla mancanza stessa degl'indizi intorno a ciò può inferirsene con Scamozzi, che a questi lavori non occorresse, almeno tra questi ultimi, un apparecchio così considerabile come quello adoperato da D. Fontana, per l'obelisco di San Pietro in Roma. I pochi documenti sino a noi pervenuti, non rimontono al di là della decadenza dell' Impero, e la descrizione d' Ammiano Marcellino, relativa al trasporto e all' erezione dell'obelisco del gran Circo a Roma, nel tempo dell'imperatore Costantino, non può esser altro che una prova dell' impotenza dell'arte a quest'epoca. Del resto, ecco in quali termini rende conto questo autore di tutti i lavori necessarii a tale intrapreso, al Capo IV del XVII Libro.

« Tolto dal suo posto l' obelisco fu lasciato giacente tutto il tempo che dimandavano i preparativi necessari a poterlo trasportare. Si condusse poi sul Nilo sino ad » Alessandria, ove si costruì un vascello d' una grandezza sino allora incredibile che » dovevano far muovere trecento remi. Ma appena preparato tutto, la morte dell'im» peratore Costantino sospese l'esecuzione di questa intrapresa. Lungo tempo dopo se » ne caricò il vascello, e attraversando i mari e il Tebro, arrivò al borgo d' Alessan» dria, lontano da Roma tre leghe. Qui, l'obelisco fu trasferito sopra una slitta d'una » costruzione particolare, e bel bello condotto per la porta d'Ostia o per la Piscina » pubblica sino al gran Circo. Non rimaneva più che innalzarlo, cosa che a stento » credevasi eseguibile. *Dopo aver drizzato, non senza pericolo, degli altri travi di cui » il numero rassomigliava ad una foresta, vi si attaccarono lunghi e grossi cavi che si » intrecciavano come una trama* e toglievano col loro spessore la vista del cielo. Da

» tale meccanismo, questa massa, per non dire questa montagna carica di emblemi,
» fu insensibilmente elevata in aria, e dopo esservi stata lungo tempo sospesa, *coll'ajuto*
» *di molte migliaja d'uomini, che sembrava movessero ruote di mulino*, fu posta nel mezzo
» del gran Circo; si collocò al suo vertice una palla di rame coperta d' una foglia
» d' oro. Ma essendo stato colpita dal fulmine, vi si sostituì l' effigie d' una fiamma
» scintillante, pure di rame, similmente ricoperta di foglia d' oro, il cui chiarore ras-
» somigliava a quello d' una torcia accesa. »

È facile rilevare che la macchina qui descritta altro non è se non il Trispasto di cui Vitruvio ha dato la descrizione al Capo III.° del X.° Libro. Abbiamo già veduto al tomo I.° che l' obelisco d' Arles era stato elevato con la massima facilità, con un mezzo analogo; ma il principio di questo meccanismo, così bene appropriato per elevare un peso di 2,000 quintali, poteva bene non andar scevro di pericoli nel sollevare una massa di 983,000 libbre, anche non supponendo che la Meccanica avesse potuto fornire metodi molto più economici.

Se poniam mente al bassorilievo scolpito sulla base dell'obelisco di Costantinopoli, di cui si è già tenuta parola nel primo libro, un esame più profondo ci porta a credere che si tratti solamente del trasporto e non già dell' erezione di questa guglia. E questo è almeno quanto si può arguire dalle copie recateci dai viaggiatori.

Dopo l' imperatore Teodosio, sotto il quale ha avuto luogo l'erezione di quest'ultimo obelisco, non pare che alcun monumento di questo genere abbia subìto rimovimento di sorta, sino a tanto che furono tutte quante rovesciate dai Barbari. Solo alla metà del secolo decimo sesto, il gusto delle arti risvegliò l'ammirazione per queste intraprese difficili. Scamozzi, che era stato testimonio dei primi saggi che aveano suggerita l'idea di questa intrapresa, ne dà una descrizione che merita aver posto nell'istoria dell'architettura. Ecco in qual modo si esprime nel Capo XIX, dell' VIII.° Libro della sua architettura universale.

« Questi obelischi essendo stati per la maggior parte spezzati, e gettati a terra dalle nazioni Barbare, e per gl'incendii di Roma lungo tempo sepolti nelle rovine della città, e rimasto solo in piedi quello del Vaticano, per esser forse così riposto in un canto: e perciò nell'età passate andarono pensando di trapportarlo, come cosa meravigliosa ai tempi nostri e riporlo in luogo riguardevole sulla Piazza di S. Pietro maggiore ivi vicino. Nella qual cosa in varii tempi si affaticavano molti elevati ingegni della città, ed altrove, per ritrovare il modo più sicuro, ed artificioso per doverlo condurre, dei quali nella nostra gioventù, mentre eravamo a Roma, vedemmo parte d' essi: e perciò ne toccaremo brevemente alcuna delle più segnalate, lasciando da parte quelli che s'immaginavano di far grandissimo carro di legnami armati, e con molte ruote benissimo ferrate, e di buona altezza, sopra il quale da luogo a luogo pensavano di portar l' obelisco infasciato, e poi messo in bilico rizzarlo in piedi, ed altri che intendevano di far un canale bene argerato, e pieno d'acqua, e formar un vascello che ricevesse l' obelisco, e così condurlo al luogo destinato, ed altri simiglianti modi.

» Furono poi certi, che (forse considerando alle forze della lieva) si persuaderono di poter levare l'obelisco, ed abbassarlo per forza d'una grandissima lieva di ferro, in modo di stadera (per quello che si può giudicare) con gli uncini ad alto in un armamento di legname, e mettendo un grandissimo sasso per contrappeso della lieva, e dopo

cuneato l'obelisco condur esso armamento per forza d' argani, e di nuovo alzarlo con la lieva e riporlo a suo luogo. Alcuni attenendosi alla forza delle viti (benchè siano di moto tardissimo) volevano con due grandissime viti poco pendenti, ed appuntate al lato dell' obelisco tirarlo alquanto, e così pendente, ed appoggiato a mezza aria ad un loro armamento di legnami, e cuneato sotto, condurlo, e poi con le medesime viti rizzarlo in piedi.

» Altri parimente si andarono immaginando per forza di quattro grosse viti ritte in piedi con le loro madri poterlo alzare a piacer loro dentro d'uno armamento di legnami, e poi con due altre pietre e lunghe viti andar a poco a poco tirando esso armamento sopra ruotoli, a parimente con le prime viti abbassarlo a suo luogo. Furono altri che sopra ad un letto di travi volevano far una gran mezza ruota di legnami armati, e con denti nella circonferenza di fuori, a' quali si attraversassero grossi legni, e così a poco a poco andar abbassando l'obelisco, ad appoggiato, ed affermato là dentro, per forza d' argani andarlo tirando all' innanzi, e poi retrogradando vicendevolmente rizzarlo in piedi.

« Altresì volevano far una gran mezza ruota bene armata di legnami, la quale fusse benissimo fermata all'obelisco con legature di ferramenta, e così bilanciato nella ruota, condurlo sopra un letto, e di nuovo rizzando la mezza ruota in piedi, egli pervenisse al luogo destinato. Poscia alcuni belli ingegni, che conoscevano, che il moto circolare prevale a tutti gli altri, avrebbono voluto fare una ruota doppia de' legnami armati di 120 palmi di diametro, o sia 15 passa delle nostre, proporzionata a ricevere quell' obelisco, la circonferenza della quale fusse composta di 8 catene, ad ogn' una delle quali, ed a'colonnelli corrispondesse legni per lungo, e per traverso, ed incrociati per ogni verso, e nel mezzo di questa macchina di convenevol larghezza fusse serrato, e cuneato, e benissimo rinvestito l'obelisco, e poi con duoi perni affermati nel centro delle ruote di qua e di là fussero involte grossissime funi, tirate dalle argane, e così sopra un letto di travi andar ravogliendo la ruota, ma in modo tale, ch'ella pervenisse con l'obelisco in piedi al luogo destinato.

» Non mancarono anco di quelli, che si promettevano dentro d' un armamento piramidale fatto di legnami, e fermato bene sopra un suolo poter alzare a poco a poco l' obelisco per forza di cunei, ancora che le forze loro siano tardissime, e così ritto in piedi condurre per forza d'argano esso armamento, e ridur la pietra a suo luogo, e poi levar i cunei. Fu un bellissimo ingegno, ed amico nostro inclinato naturalmente alle meccaniche, che oltre ad altre belle invenzioni, fabbricò un modello (il quale per mezzo nostro fu veduto, e lodato molto dagli Eccellentissimi Signori Ambasciatori Veneti, che allora si ritrovarono alla Santità di Sisto Quinto) d' uno armamento di legnami in forma d' obelisco, dentro del quale era la pietra ben rinvestita da capo a piedi, e per forza di quattro grandissime lieve di legname poste ad alto, e governate con grosse funi sospendeva alquanto l' obelisco, e così cuneato e ritto in piedi voleva sopra un letto di legnami per forza d'argana condurre esso armamento, e poi con le medesime lieva andar a poco a poco abbassando, e porlo a suo luogo. »

Nicola Zabaglia ha dato, nella sua interessante opera, molti schizzi di questi diversi progetti, disegnati dietro descrizioni a stampa. Del resto, non si può a meno di non convenire con Scamozzi, che questa importante questione non si trova qui risoluta in

differenti maniere, ma solo razionalmente, ed è a lamentare che la cognizione esatta dei mezzi materiali per la esecuzione loro non sia pervenuta sino a noi. Scamozzi entrò poi in alcune particolarità sui mezzi impiegati dal cavalier Fontana, incaricato di questa intrapresa. Giudicammo che le figure 1ª, 2ª e 3ª, trascritte sopra quella dell'opera pubblicata a questo oggetto da C. Fontana, fratello di questo abile architetto, potevano essere d'un'utilità più generale, in tal caso, che non la descrizione più circostanziata. Il Capo XIX dell'VIII.° Libro di Scamozzi è terminato dall'indicazione degli ordigni che l'autore avrebbe impiegati per una operazione di questo genere, che differiscono poco, quanto al meccanismo, da quelli messi in uso.

INSCRIZIONE DELLA TAVOLA CLXX

Secondo Zabaglia e Fontana.

Fig. 1 e 2. A, l'obelisco ancora sopra la sua antica base.
B, cinture e catene di ferro di cui era armato.
C, pezzi verticali, formati di travi commesse, fortemente mantenute nel sistema.
D, pezzi inclinati, o contraffissi, composti come i precedenti, che assodano il sistema in tutti i sensi.
E, armadure che legano i pezzi verticali alla sommità del palco.

Fig. 1 e 2. F, taglie fermate all'armadura superiore del legname.
G, taglie fissate alle centinature dell'obelisco, guernite delle loro corde.
H, luogo delle carrucole di ritorno che dirigevano i cavi verso gli argani.
I, leve di legno adoperate per facilitare l'inalzamento dell'obelisco.
L, croci di Sant'Andrea che assicuravano le commessure.
M, cavi attaccati alle taglie e diretti sugli argani, passando dalle carrucole.

Figura 3. La manovra qui rappresentata è quella della discesa dell'obelisco, che non differisce per nulla nell'insieme delle operazioni, da quella osservate nel suo innalzamento.
A, travi doppie, alle quali erano fissate le taglie principali, nelle quali passavano i cavi che sostenevano il massimo peso.
B, l'obelisco sospeso ai cavi nel momento in cui si abbassa poco a poco verso terra.
C, le gomene che prevenivano le oscillazioni che il sistema poteva provare sotto la carica.
D, la contraffissa mobile, composta di quattro carrucole, che sosteneva l'obelisco a misura che discendeva.
Q, la piattaforma lunga 80 palmi, larga 9, composta di quattro carrucole di 2 palmi ed un quarto di grossezza, legate fra esse con traversi intaglieti, destinata a ricevere l'obelisco a sulla quale la sua base era fermata con corde, affinchè potesse strascinarlo seco mediante lo sforzo obbliquo del suo peso sui cilindri che la sostenevano.

E, piede dell'obelisco, mantenuto dall'azione di quattro argani che allentavano il cavo a misura che discendeva.

F, punta dell'obelisco, eccedente l'insieme del palco di legno.

G, i cilindri ferrati alle loro estremità, d'un palmo di diametro, posti al numero di 70 fra la piattaforma ed il letto di legno, di cui alcuni schiacciaronsi sotto il peso, ed altri furono immersi nei pezzi inferiori.

H, gli argani che agivano insieme per la discesa dell'obelisco.

Figura 3 . . . *i*, picciola piattaforma di 30 palmi di lunghezza, posta primitivamente sotto il piede dell'obelisco, e ritirata dopo che fu disceso.

h, scala per poter trasportare i ponti ovunque il bisogno poteva richiederlo.

s, collari di ferro che servivano a legare, con le cavicchie, i pezzi principali. È prezzo dell'opera il far osservare che molti di questi collari essendosi rotti a cagione dell'immenso sforzo che la massa faceva sopra tutte le commessure nella discesa dell'obelisco, si giudicò opportuno aggiugnere a questo mezzo quello dei legami di corde in uso nell'alberatura de' bastimenti, il quale è stato riconosciuto d'effetto più sicuro dopo l'erezione di questo monumento.

TAVOLA CLXXII.

Spiegazione data da Vitruvio, relativamente alle macchine in uso per la costruzione degli edifici.

LIBRO X. — CAPO II (1).

« Parleremo prima di quelle (macchine), che si costruiscono per i tempj, o per altra opera pubblica, le quali si fanno così. Si prendono tre travi proporzionati alla grandezza dei pesi (figura 2), e legati in cima con un cavicchio si alzano, slargandoli da'piedi, dopo d'avere legate delle funi alle teste; e queste sono quelle, che distribuite intorno intorno, servono per tener fermi i travi alzati. Si attacca in cima una carrucola, detta ancora taglia: nella carrucola vi vanno due girelle, che girano intorno ai loro assi, e per la girella superiore si passa un menale: questo si cala, e si passa attorno alla girella inferiore della carrucola di sotto, poi si riporta attorno alla girella inferiore della taglia superiore, e si fa calare alla inferiore, legandosi il capo d'essa fune a un buco della medesima: l'altro capo della fune si attacca al di sotto della macchina. Ne'piani poi esteriori de'travi, ove sono questi slargati, si attaccano degli anelli, dentro i quali si ficcano le teste de'perirochj, sicchè vi giri con facilità l'asse. Questo perirochio ha verso le punte due buchi in tal maniera, che vi entrino delle manovelle. Finalmente si attaccano alla carrucola inferiore le forbici di ferro, le punte delle quali

(1) Traduzione di B. Galiani.

si adattano a' buchi fatti nella pietra, e poi che si è legato il capo delle fune all' asse, e le manovelle mosse lo girano, la fune ravvolgendosegli intorno si stira, e così solleva i pesi a quell'altezza, ove bisogna al lavoro.

CAPO III.

» Questa specie di macchina, perchè agisce con tre girella, si chiama *Trispasto*: quando nella carrucola di sotto vi sono due girelle, a tre nella superiore si chiama *Pentaspasto*. Se poi occorresse di dover preparare macchine per pesi grandi, bisogna allora adoperare travi e più lunghi, a più grossi, a servirsene della stessa maniera coll' incavigliamento sopra, e coll' asse di sotto.

» Dopo ciò fatto, si situino prima i menali ma lenti, e si distribuiscano anche sopra la schiena della macchina i venti a lungo, (figura 1) i quali se non vi sarà ove legarli, si conficchino in terra de' pali inclinati, assodandoli con palizzate attorno, perchè a questi poi si legheranno. Sulla cima della macchina si attacchi con una fune la carrucola, a di là si tirino le funi fino a un palo, ove si faccia girare la fune intorno alla girella della carrucola legata a detto palo, riportandola poi a quell'altra carrucola, che sta legata in cima della macchina: dopo girata la fune di sopra di questa girella, si cali, a si ritorti all' asse, che sta in fondo della macchina, ed ivi si leghi: or girandosi l'asse colle manovelle, alzerà senza pericolo la macchina. Così disponendo attorno, e legando a' pali le funi, o sien venti, si situerà ogni macchina grande: le taglie poi, e le funi da tirare si adoprano, come si è detto di sopra.

CAPO IV.

» Se mai bisognerà mettere in opera pezzi strabocchevoli e per la grandezza a per il peso, non basterà il perirochio, (fig. 2) ma invece di por questo negli anelli, vi si metterà un asse, con un gran timpano in mezzo, che taluni chiamano ruota, e i Greci alcuni *Amphireusin*, altri *Peritrochion*. In queste macchion però si preparano diversamente le taglie: mentre hanno queste a sotto e sopra due ordini di girelle, quindi la corda da tirare si passa per il buco della taglia inferiore in guisa che restino due capi aguali, stirata che sia, e questi ambedue si legano presso la taglia inferiore con cordelle avvolte e strette, acciocchè non iscappino nè a destra, nè a sinistra. Indi i capi delle funi si riportano alla taglia superiore dalla parte di fuori, si calano attorno alle girelle inferiori, e ritornano a basso, ove si ficcano nelle girella della taglia inferiore dalla parte di dentro, e si riportano a destra a a sinistra alla cima dalla taglia superiore intorno alle girelle superiori: trapassati poi dalla parte di fuori, si riportano all' asse o destra a a sinistra del timpano, ed ivi fortemente si legano.

» Fatto ciò, un'altra fune ravvolta attorno al tamburo si riporta all'argano, il quale girando fa girare e il tamburo, a l'asse, e così anche le funi, cha sono legate all'asse si stendono, e vanno dolcemente senza pericolo alzando i pesi. Che se si adopera un tamburo grande o nel mezzo, o anche in una punta con degli uomini, cha vi camminino, anche senza argano si può avere lo stesso effetto più spedito.

CAPO V.

» Evvi un' altra specie di macchina molto ingegnosa, e facile e pronta, ma non è da adoperarsi se non da'pratici. Consiste in un trave, che si drizza, ed è mantenuto per quattro lati da quattro venti: sotto la legatura di queste s' inchiodano due bracciuoli, e sopra queste si lega con funi una taglia: sotto la taglia si situa un regolo lungo due piedi in circa, largo sei dita, e alto quattro. Le taglie, che vi si pongono, hanno per larghezza tre registri di girelle, onde si legano in cima della macchina anche tre menali: questi si riportano alla taglia inferiore e si passano per la parte di dentro per le girelle superiori: si riportano poi alla taglia superiore, e si passano dalla parte di fuori a quella di dentro per le girelle inferiori; calata indi a basso, si passano per le seconde girelle dalla parte di dentro verso fuori, e si riportano sopra, ove passate per le seconde girelle ritornano alla più bassa: d' onde si riportano alla più alta, ove passate per le girelle superiori, ritornano alla parte inferiore della macchina.

» Alla radice della macchina si situa una terza taglia: la quale i Greci chiamano *Epagonta*, i nostri *Artemone*: si lega questa alla radice della macchina, e tiene tre girelle, per le quali passate le funi, si consegnano agli uomini, che tirano. Così tre ordini d'uomini, che tirino, presto e senza argano alzeranno su il peso. Questa specie di macchina si chiama *Polispasto*, perchè produce con facilità, e prestezza l'effetto a forza di molte girelle. L' esservi poi un solo trave drizzato ha questo vantaggio, che col piegarsi quanto si vuole a destra o a sinistra, può deporre ovunque si vuole il peso.

» Le costruzioni di tutte queste specie di macchine, che si sono finora descritte, servono non solo per queste cose, ma anche per caricare, o scaricare le navi, situandone altre dritte, altre coricate sopra calcesi con ruote. Parimente senza alzare travi, ma disponendo in terra colle stesse regole e i sarti, e le taglie, si tirano a terra le navi. »

La descrizione di questa ultima macchina si applica perfettamente a quella di cui si è fatto uso nell'erezione dell'obelisco del gran Circo, come abbiamo veduto poc'anzi nel passo d'Ammiano Marcellino. Provenne forse dalla destrezza con la quale si usò nella marina, la scelta di questo mezzo in tal circostanza. »

TAVOLA CLXXIII.

Grande argano che era stato fatto pel servigio della cupola di Santa Genevieffa nel 1763.

1. Monaco rotondato in alto, con della hozze.
2. Parte inferiore del detto monaco, quadrato e trattenuto con doppie contraffissi, 3.
4. Cerchio orizzontale.
5. Sostegno della grue composto di doppi travi nei quali sono commessi i contraffissi e che abbracciano il piede del monaco.

6. Cilindri situati fra doppie travi.
7 e 8. Legname della volata, composto di due grandi pezzi, marcati 7 e 8, innestati l'uno all'estremità dell'altro, con un rinforzo al di sotto, 9.
10. Pietra nella quale si ionesta il cardine del monaco.
12 e 13. Due grandi ascialloni al basso, che abbracciano il monaco.
14. Chiave pendente.
15 e 16. Grandi legami per sostenere la volata.
17, 18, 19 e 20. Altri ascialloni che abbracciano i legami e la volata.
21 e 22. Altre chiavi pendenti che servono a sostenere il verricello.
23. Tamburo a cavicchie, nel quale camminano gli uomini che alzano i pesi.
24. Cerchio orizzontale sul quale girano delle girelle coniche adattate all'estremità delle chiavi pendenti che portano il verricello, affine di facilitare il movimento della volata intorno al monaco.
25, 26 e 27. Carrucole di ferro battuto, con incavature di rame.

Argano che ha servito alla costruzione della Scuola di chirurgia (1772).

1. Monaco ritondato all'alto e quadrato al basso trattenuto da quattro pali, 2, 2.
3. Sostegno composto di due pezzi di legno che s'incrociano ad angoli retti.
4. Volata composta di due pezzi innestati l'uno all'estremità dell'altro.
5 e 6. Due grandi legami che sostengono la volata.
7, 8, 9, 10 e 11. Ascialloni che fortificano l'unione dei legami con la volata.
12. Pezzo di ferro battuto, che riceve il cardine del monaco.
13 e 14. Agugli pendenti, e legami che sostengono il verricello.
16. Ruota dentata, adattata al verricello, che ingrana con un rocchetto a quattro denti, portante una ruota di quercia, che gira col mezzo d'una vite perpetua, alla quale è adattata una manovella mossa da un sol uomo.
17. Bilanciere che serve di moderatore.
18. Ponte leggiero sul quale è posto l'uomo.

TAVOLA CLXXIV.

Spiegazione delle cifre che indicano le parti della nuova grua immaginata, nel 1785, da Rondelet, architetto, allora inspettore dei lavori della nuova Chiesa di Santa Genevieffa.

MONACO.

1. Tronco del monaco, ritondato, portante il cardine.
2. Parte quadrata del detto monaco, trattenuta da 4 contraffissi marcati 3.
4. Telajo di legno, nel quale si uniscono i contraffissi.
5. Cosce o unione di legname mobile intorno al monaco.

6. Traversa con batrachite di ferro battuto, che serve a ricevere il cardine del monaco.
7. Grande ascialIone.
8. Cappello.
9. Trave al basso.
10. Contraffissi per trattenere le cosce al di sopra del grande ascialIone.
11. Grandi legami, che fanno lo stesso effetto al di sotto.
12. Pali doppii che servono a sostenere il verricello da una estremità.
13. Chiave pendente, con legame, che sostiene l'altra estremità del verricello.
14. Grande ruota a cavicchia.
15. Volata mobile portante una carrucola per allontanare il cavo ed il peso sostenuto.
16. Braccio con catena di ferro che serve a sostenere la volata ed a fermarla col mezzo d'una specie di coltello, 17, che incastra nella catena.
18. Verga di ferro, con incavatura per far muovere il coltello per incastrare o disincastrare.
19. Albero di ferro che porta una manovella incavata che pone in moto la verga col mezzo d'una leva di ferro marcata 20.

a e *b* sono due ramponi per fermare la leva in *a* per rendere la volata ferma, ed in *b* perchè sia mobile.

21. Picciola leva di ferro adattata nell'albero marcato 19, per far muovere, col mezzo d'una catena, un'altra picciola leva 22, che porta un peso 23, e un picciolo verricello 24, intorno del quale s'inviluppa una catena 25, e che corrisponde ad una leva doppia che stringe la carrucola in alto, ingranando in una ruota di ferro dentata attaccata alla carrucola.
26. Picciolo peso che tiene la leva doppia innalzata, quando la carrucola è disincastrata e che la volata è ferma.
27. Cilindro di legno per facilitare il movimento del braccio, marcato 16, portante la catena. Il peso marcato 23, serve a tendere egualmente la catena 25, mentre si fa muovere la volata.
28. Mazzapicchio per fermare la ruota; 29 peso per levare il mazzapicchio, perchè la ruota sia mobile.

TAVOLA CLXXVI.

Abbiamo detto in occasione del nuovo sistema di cassoni inventato da Tardif, che questo mezzo era stato applicato con importanti modificazioni alla costruzione del pozzo di discesa, conducente al cammino sotterraneo detto *Tunnel*, che si eseguisce in questo momento sotto il Tamigi a Londra. Ecco alcuni dettagli, a questo oggetto, estratti da una Memoria letta all'Accademia di belle arti dell'istituto, li 25 novembre 1826, da B. Schlick, architetto danese, che ha seguito per qualche tempo questi importanti lavori, sotto gli occhi di M. Brunel ingegnere francese, autore di questa ardita intrapresa.

Costruzione dei pozzi o discese.

Bisognò incominciare collo scavare un pozzo, la di cui profondità toccava il livello dei lavori da eseguire. L'architetto si appigliò ad una maniera utile del pari che ingegnosa, e che merita tanto più le nostre osservazioni, *che i dettagli di questa ingegnosa costruzione non sono ancora conosciuti.*

Stabilito il luogo definitivamente, vi fece porre un cerchio di pali destinato a sostenere momentaneamente la costruzione d'una specie di cilindro scavato, destinato a divenire il rivestimento d'un buco della stessa dimensione. Preparati in tal modo questi pali, vi si costruì sopra, all'altezza di quaranta piedi, questo giro nel quale devonsi ootare cinque parti distinte. La prima è un cerchio di ferro fuso, di 3 piedi di altezza, *la di cui base è tagliente, sopra un angolo di quarantacinque gradi, sufficiente a far sì che pel peso della costruzione che gli deve essere sovrapposta, tagli la terra sopra le sue pareti.*

La seconda è un anello di legno, di tre piedi di larghezza ed un piede di spessore, che posa su questo cerchio, e destinato a servire di intermediario fra il cerchio e la costruzione.

La terza è la costruzione, fatta di mattoni, intimamente uniti con calcistruzzo.

La quarta consiste in 48 pezzi di legno che rinchiudono altrettante cavicchie le quali attraversano perpendicolarmente questa costruzione in mattoni, e che, coll'ajuto delle madreviti, la tengono in uno stato di ristringimento. Queste cavicchie non essendo destinate a restarvi quando la costruzione sia terminata, sono per ciò stesso facili a ritirare, e una volta tolte, lo spazio ch'esse occupano lascia alla filtrazione delle acque un passaggio comodo che le conduce in uno smaltitojo costrutto nel fondo di questa discesa, daddove sarà facile estrarla. La quinta parte è composta di leggeri cerchi di legno che, di distanza in distanza, sono situati per guidare l'artefice in questa costruzione. Alla sommità di questo giro è stata costrutta una piattaforma sulla quale si è stabilito una macchina a vapore, ad alta pressinoe ed a doppio cilindro, della forza di 36 cavalli, con pompa, caldaia, cammino ecc., e che mette in movimento una catena di vasi, che fa le veci d'una macchina da pescare, che attinga la terra scavata dagli operaj, e l'innalza per portarla alla superficie.

Maniera con cui il rivestimento di questo pozzo entra in terra.

Preparata in tal modo l'ardita e ingegnosa costruzione, gli scavamenti cominciarono il 1.° aprile 1825; si principiò dallo scavare la terra che la macchina portò via tosto. Siccome v'era pericolo di trovare l'acqua, questo caso fo preveduto, e furono poste in opera delle pompe a tale effetto. La terra essendo rimossa poco a poco, *la costruzione, pel suo proprio peso e per la sua base tagliente,* discese quasi insensibilmente.

Tuttavia, mentre ch'io tenea dietro a questi lavori, si è provato una scossa sensibilissima. La costruzione discese tutta ad un tratto di 8 pollici, con orribile fracasso. Fummo presi da vivissimo spavento credendo che il rivestimento si fosse rotto,

e che la macchina, col suo fornello, crollasse sulle nostre teste. Per buona sorte la costruzione si riassettò, il romore cessò, e vedemmo con una soddisfazione inesprimibile che l'opera non avea provato alcun danno, e che il meccanismo superiore non avea sofferto niente.

TAVOLA CLXXX.

La figura superiore di questa tavola rappresenta la sezione della Basilica di S. Paolo, fuori delle mura; e l'inferiore quella della basilica di Santa Sabina, entrambe a Roma.

TAVOLA CLXXXI.

Le figure 1 e 2 di questa tavola rappresentano la sezione e la pianta della Rotonda di S. Stefano: la metà a destra della figura 1 indica lo stato attuale; e la metà a sinistra indica come poteva essere.

TAVOLA CLXXXII.

La figura 3 rappresenta la pianta del *Palazzo Vendome* a Parigi: *a* è il salone, *b* la sala da pranzo. La fig. 4 poi rappresenta la pianta di una casa di Palladio.

TAVOLA CLXXXIII.

Descrizione della macchina di Perronet.

Figure 1 e 2. Questa macchina essendo semplicissima, dice M. Le Sage, da cui abbiamo presa questa descrizione, può essere impiegata in tutti i casi ove si abbiano delle grandi pressioni da produrre, poichè il massimo del peso totale può essere portato sino a *trentanove mila libbre* ($18,649^k,950$). Essa consiste in una leva o barra di ferro A, A', di cui una delle estremità B non può girare che intorno ad un arco fermo ad un fortissimo sostegno di ferro C, invariabilmente fisso in un massiccio di murazione sotto il pavimento, ed al muro verticale contro il quale il sistema della macchina è addossato.

La barra che forma la leva è composta di due parti, di cui una mobile sull'altra, nel senso della lunghezza, permette d'allungare o di raccorciare il braccio di leva. Esse portano l'una e l'altra dei tratti di divisione che servono a misurare l'allontanamento o la diminuzione del braccio di leva, quando un pezzo qualunque è sottoposto all'esperienza, col mezzo del peso posto con precauzione e senza scosse sopra un forte piatto di legno E, sospeso a quattro corde, e ad un forte anello di ferro posto in una incavatura F, praticata all' estremità del braccio di leva, supposto presso a poco orizzontale.

Volendo servirsi di questa macchina per produrre grandi pressioni, si pone prima di tutto l'oggetto da comprimere sul somiere in legno di quercia N, che serve di base a tutta la macchina, e dopo sotto il centro della Berta, o massa di ferro G, col

mezzo di biette di legni e di ferro di differenti spessori. Questa berta che ha la forma d'un parallelepipedo rettangolo, sormontato d'un prisma triangolare di cui gli spigoli sono orizzontali e perpendicolari alla lunghezza della leva, è mobile solamente nel senso della sua altezza, in guisa da poter trasmettere la pressione che riceve dalla leva, al corpo sottoposto all'esperienza. Quando non vi ha corpo da sperimentare si mette sotto la berta una picciola cavicchia di ferro che la attraversa nella sua metà e le impedisce di cadere.

Conoscendo il peso della berta, quello della leva e del piatto, e la distanza del punto d'applicazione di questo peso al centro della pressione e a quello della rotazione, si calcolerà la misura del primo sforzo prodotto dagli elementi della macchina stessa; considerando poi il peso messo nel piatto, e aggiugnendo questo peso al suo prodotto col rapporto fra le distanze del punto d'applicazione e dell'asse di rotazione al centro della pressione, si avrà la misura del secondo sforzo prodotto dal carico impiegato. La somma di questi due sforzi darà l'espressione della pressione comunicata all'oggetto di cui si vuol conoscere la resistenza. Questa resistenza avrà per limite il carico sotto il quale si schiaccia, o cangia sensibilmente di forma.

La stessa macchina può ancora far conoscere la resistenza che i corpi oppongono alla curvatura. A tal fine si è adattato una specie di ponte di ferro H, solidissimo, e destinato a sostenere orizzontalmente il corpo alle sue estremità, col mezzo delle traverse di ferro I, rette o curve, che si pongono di sopra: la berta poggia allora sul mezzo del pezzo sottoposto all'esperienza.

Se la macchina deva essere impiegata a misurare la tenacità oppure la coesione dei legni e dei metalli, nel senso della loro lunghezza, allora il suo effetto dovrà essere di comunicare un traimento, al luogo d'una pressione che essa produceva nella prima esperienza. Si è praticato alla barra della leva un buco I, alla parte ove essa poggia sullo spigolo della berta. Si fa passare in questo buco una delle estremità del pezzo che si vuol tirare nel senso della sua lunghezza. Si ferma questa estremità alla base inferiore della leva, con una testa, un dado, o tutt'altro mezzo. L'altra estremità è serrata assai fortemente da una morsa di ferro K, munita d'un tronco a 4 viti; il forte dado forato M, di questa vite, poggia sullo sporto aderendo in una maniera invariabile al sostegno C, che porta già l'asse della leva A A'. Il tronco della morsa permette di allontanarla o di ravvicinarla alla base della leva, col mezzo del dado, secondo che esige la lunghezza del pezzo sottoposto all'esperienza. Lo sforzo che produce la macchina si misura, in questo caso, assolutamente nella stessa maniera che nel precedente.

LEGGENDA.

A A, doppia leva, calcolata in tutte le sue proporzioni, e perfettamente eseguita.
B, centro di rotazione.
C, Asta verticale di ferro che deve sostenere tutto lo sforzo della macchina.
D, staffe che legano i due bracci di leva.
E, piatto sul quale si poggiano successivamente i pesi, di cui la somma può ascendere sino a 900 libbre, peso di marco (440 ch. 550).

F, incavatura oella quale è posto l' anello che sostiene il piatto.

G, berta di ferro.

H, ponte di ferro.

I, due traverse di ferro, che, colla loro forma e posizione possooo variare tra esse gl' ioterValli, in ragione della lunghezza del pezzo da provare.

J, foro verticale praticato all'estremità della leva, oel quale si passano i pezzi cha si vogliono mettere in esperienza.

K, congegno di ferro, per conoscere la tenacità o la coesione dei metalli.

L, tronco a vite.

M, dado corrispoodente.

N, forte somiere di quercia.

O, ceppi di legno di differenti altezze, per cominciare a calare.

P, carrucole di rimando per elevare o abbassare la leva.

Q, primo peso posto sul piatto.

La descrizione della macchioa di Perronet, che differisce poco da quella di Soufflot, di cui si è parlato al Libro I.°, può servire a far meglio conoscere molti dettagli che la prospettiva non lascia vedere nella figura 1 della Tavola VII di questa opera.

TAVOLA CLXXXV.

Cupola del Panteon di Roma ed altre cupole antiche.

Veggonsi ancora a Roma le ruine d' una infinità di tempj circolari; se oe contano più di cinquanta, di cui i principali sono il Paoteon, i templi di Bacco, di Fauno, di Vesta, di Romolo, d'Ercole, di Cibele, di Nettuno, di Venere, ecc., e molti altri che troppo lungo sarebbe il nominare, senza contare gli edifici circolari delle Terme ed altre volte a cupola. La più grande e la più magnifica volta di questa specie è senza dubbio quella del Panteon d'Agrippa, oggidì chiesa di Santa Maria dei Martiri. Il diametro interno di questa cupola è di 134 piedi 7 pollici 1/3: ha un'apertura in mezzo di 27 piedi 5 pollici di diametro. L'elevazione di questa volta è di 66 piedi 7 pollici 1/4, dalla parte superiore della cornice dell'attico, sino allo spigolo della nominata apertura. Essa è decorata all'ioterno di cioque ranghi di grandi cassoni quadrati, di cui quelli del primo rango hanno circa 12 piedi; il loro interno, che è profondissimo, è circondato da cinque faccie o piattabaode formanti sporto l' una sull' altra. I frammenti di lamine d' argeoto trovati nel foodo di questi cassoni, hanno fatto credere che fossero rivestiti di questo metallo, con dei rosoni eguali. Esiste ancora intorno all'apertura di questa volta un resto di cornice in bronzo dorato, di cui i membretti sono decorati d' ornamenti; e varii ramponi d' eguale metallo destinati a sostenere questa cornice e i rinforzi al di sopra, che sono stati levati.

All'esterno, la piattaforma attorno all'apertura è ancora ricoperta di grandi lamine di bronzo aotiche di 5 linee di spessore; queste lamine hanno 6 piedi di lunghezza, sopra 4 piedi e mezzo di larghezza adeguati. Le commessure che tendono al ceotro dell'apertura sono ricoperte con fascie dello stesso metallo che hanno 3 pollici e un quarto

di larghezza, fermate con delle viti a teste ritagliate. Si dice che l'estremità superiore della calotta fosse pure ricoperta di bronzo, e che il tutto fosse dorato. Costanzo II, imperatore d'Oriente, tolse l'argento e il bronzo che ornavano questo monumento, e l'estremità superiore della calotta è restata esposta alle ingiurie dell'aria sino che Benedetto II fece ricoprire questa parte in piombo. Questa copertura fu rinnovata da Nicola V, e Urbino VIII. Quest'ultimo tolse dal portico una quantità prodigiosa di bronzo, che ha servito a fare la cattedra e il baldacchino di San Pietro, e di più un pezzo di cannone che è al castello Sant'Angelo. La cupola del Panteon è disimpegnata all'esterno dal muro circolare che la sostiene, per mezzo d'un grande zoccolo formante una risega di 9 piedi, e sei gradini al di sopra, di altezza ineguale, formanti pure risega. La parte al di sopra, dai gradini sino alla piattaforma, è estradossata, cioè ha la figura d'una calotta; alla parte opposta della facciata, si è praticato un ramo di scala di circa 3 piedi di larghezza, per montare sopra la piattaforma disposta intorno all'apertura circolare, da cui questo edificio riceve luce. I gradini e la calotta sono rivestiti in piombo, e la piattaforma è coperta in lamine di bronzo antiche disposte come è stato poc'anzi spiegato. Questa piattaforma ha 6 piedi di larghezza. Sembra dai disegni di Serlio, che avendo papa Urbino VIII voluto far ricoprire la calotta in piombo, in luogo d'un sol ramo di scala, ve ne fossero molti, che si ripetevano con simmetria, come lo dichiara nella spiegazione unita alla figura che rappresenta l'esterno di questo monumento.

Questa cupola è costrutta, parte in mattone, parte in rottami. Le piattaforme intorno ai cassoni, sono fabbricate in mattoni, per le parti apparenti, ed il sovrappiù, come pure i fondi, in piccioli tufi e pietre pomici.

La cupola del Panteon a Roma ha circa 16 piedi di spessore, laddove si distacca del muro del ricinto che la sostiene; essa ha 4 piedi 10 pollici, al di sopra dell'ultimo scalino, e 4 piedi e 4 pollici, unendo la piattaforma che gira intorno all'apertura.

Il recinto circolare che sostiene questa cupola ha 19 piedi di spessore, ma vi sono praticati grandi nicchie e fondi quadrati, che, senza diminuire molto la resistenza di questo muro, ne riducono la cubatura al terzo; di modo che per la materia messa in opera, questo ricinto non equivale che ad un muro di 6 piedi di spessore. La forma e la disposizione dei vani praticati nel muro del recinto sono combinati con molta arte; di modo che ne risulta la massima forza, con la minor materia possibile. Malgrado che questo muro di recinto non sia costrutto che in rottame con rivestimenti di mattoni, questa costruzione è stata fatta con tanta precauzione ed intelligenza, che, sebbene in picciole pietre, equivale per la solidità, a una costruzione in pietra di taglio. Per evitare i cali considerabili e ineguali che possono risultare da una costruzione di questo genere, che, oltre il suo proprio peso, aveva da sostenere una volta immensa, 1.° si sono formati due grandi archi di scarico a doppi ranghi di mattoni, ciascuno di 22 pollici di altezza: 2.° i rivestimenti sono formati di mattoni triangolari posti di piatto; di modo che la punta entra nel massiccio del muro e il lato maggiore forma paramento; questo lato ha circa 10 pollici e mezzo; 3.° per diminuire l'effetto dell'abbassamento e renderlo più uniforme di 4 in 4 piedi, si è formato un agguagliamento generale, sul quale si sono posti piatti dei *tavoloni* quadrati; di 22 pollici di lato, e grossi 2.

Gli antiquari non sono d'accordo sull'epoca in cui questo monumento è stato incominciato; gli uni pretendono che sia stato ai tempi della repubblica, altri ne attribuiscono la costruzione ad Agrippa, genero d'Augusto. Due ragioni sembrano riunirsi in favore di quest'ultima opiniona: la prime è che questo adificio è stato costrutto in mattoni cotti, e i Romani non hanno incominciato a farne uso che ai tempi d'Augusto. La seconda ragione è il silenzio che Vitruvio ha tenuto sopra un edificio di questa importanza. È più che probabile, che, se questo edificio avesse esistito al suo tempo, non ne avrebbe taciuto nella sua opera sull' architettura, soprattutto all'articolo dei tempj circolari. È da presumere che questo edificio fosse innalzato sol dopo che Vitruvio ebbe pubblicato la sua opera, e forse dopo la sua morte.

La difficoltà d'eseguire una cupola, d'una così prodigiosa grandezza, con archi comuni, ha fatto credere che, terminato il muro di ricinto, si fosse riempito l'interno di terra per formare il garbo della cupola e che, per impegnare il popolo a tor via queste terre, vi si fosse seminato dell'oro lasciato a coloro in balìa di quelli che le trasporterebbero. L'opinione comune, a Roma, è che il monte Citorio sia stato formato dalla terre che uscivano dell'interno del Panteon, dopo che la cupola fu compiuta. Quelli che hanno accreditato questa favole, non hanno fatto attenzione che l'uso dei tempj circolari era conosciuto moltissimo tempo prima della costruzione del Panteon, e che rimonta ai primi secoli della repubblica. Tali sono i tempj di Romolo e di Remo, di Venere, Vesta ed altri. Così quando si è incominciato il Panteon, circa l'anno 14.° dell'era cristiana, esistevano già molti tempj rotondi a volte in cupola. Il mezzo di cui si è parlato sarà stato posto in uso per la prima cupola che fu fatta; ma non è probabile che questo uso si sia conservato lungo tempo, e che esistesse ancora al secolo d'Augusto, ove l'arte di fabbricare era già portata alla sua perfezione. Le volte a cupola hanno un sì grande vantaggio sulle altre volte, che potrebbero esse anche eseguirsi senza centina, perchè, siccome abbiamo già detto, ogni rango forma una corona che ha la proprietà di sostenersi da sè stessa appena terminata. Non sarebbero necessarj a rigore, come ha osservato Leon Battista Alberti, che alcuni pezzi di legno tagliati in curva per sostenere le parti di ogni rango sino a che sia chiuso; finito questo rango, si ritoglierebbero queste curve per valersene al rango superiore e così di seguito.

Frattanto, sono persuasissimo che, per eseguire la grande cupola del Panteon, siasi fatto una centina, in legno leggero, che servisse nello stesso tempo di ponte, e che sopra questo arco siansi formati in rilievo i compartimenti dei cassoni, come si è praticato per la grande volta della navata di San Pietro in Roma; ed ho adottata questa opinione, per aver veduto alla Terme di Caracalla in molte volte antiche, di cui l'ultimo intonaco era caduto, i segni delle tavole che formavano il garbo di questi archi.

In quasi tutte le antiche Terme di Roma, vi erano uno o più locali circolari a volte a cupola. Il più grande è quello delle Terme di Caracalla, il di cui diametro è di 105 piedi. Alle Terme di Tito, ve ne aveva due di 80 piedi di diametro. Quella delle Terme di Costantino era di 72 piedi. Ve ne erano tre alle Terme di Diocleziano, di cui due esistono ancora; l'uno ha 69 piedi 5 pollici, e l'altro 59 piedi e un quarto. A giudicar da quelle che esistono intiere, e quelle di cui non si vedono che dei frammenti,

tutte queste volte erano aperte in alto, come il Panteon, a fabbricate in pietre pomici o lave spugnose, tirate dei dintorni del lago d'Albano, che si può considerare come il cratere d' un antico vulcano.

Nel golfo di Pozzuolo, al porto di Baia, si vedono le ruina di molti edificj, di cui due, da me misurati, sono circolari all'interno e fatti a volta a cupola. La più grande, di cui la volta e i muri esistono in gran parte, ha 91 piedi 8 pollici di diametro. L'altra, di cui non esistono che i muri e le origini della volta, ha 81 piedi 8 pollici. Queste volte erano costrutte, come quelle degli edifici antichi di Roma, in murazione di rottami di spuma di vulcano e di pietre pomici.

In quanto ai tempj antichi costrutti prima del secolo d'Augusto, come quello di Romolo, di Quirino, di Venere, presso la porta Salare, il loro diametro è circa 36 piedi; quello del tempio del Sole o di Vesta, vicino al Tevere, è di 22 piedi, e quello della Sibilla, a Tivoli, è pure di 22 piedi. Quest' ultimo è costrutto nella murazione di picciole pietre irregolari, chiamate dagli antichi *opus incertum.*

Presso gli antichi, le cupole, o volte emisferiche, non erano sempre stabilite su muri circolari, se ne trovano pure di quelli che riposano sopra muri la di cui pianta forma un poligono regolare. Tale è, nell'antichità, il tempio di *Minerva medica*, volgarmente chiamato *Galluzo*, di pianta decagona inscritta in un cerchio di 76 piedi 8 pollici di diametro. La cupola di questo edificio che esiste ancora in parte, è costrutta in mattoni e in pietre pomici. Le parti in mattoni formano delle catene al di sopra degli angoli rientranti. Questa volta non era aperta alla sommità; l'interno riceveva il lume da dieci finestre praticate nel mezzo dei timpani del poligono, nel quale la cupola si trova inscritta.

Fa d'uopo osservare che le volta di questa specie prendono il nome di *cupola* sol quando esse hanno un gran diametro, e soprattutto quando sono apparenti all'esterno, come la cupola di Santa Maria dei Fiori, a Firenze.

La scienza degli antichi non si limitava a far delle cupole rotonde e ad ale di muro essi ne hanno fatto ancora a pennacchi. Così questa invenzione che, molti autori hanno attribuito agli architetti moderni, era conosciuta da quelli dell' antichità. Se ne ha la prova in una delle sala del ricioto delle Terme di Caracalla, di pianta ottagona, ove si veggono ancora i pennacchi della volta emisferica che copriva questa sala. Lo sporto di questi pennacchi, che sono negli angoli, è di 2 piedi 6 pollici e 6 linee.

A Catania, in Sicilia, presso il monte Santa Sofia, si è trovato un avanzo di bagno antico: ove una volta sferica copre un vestibolo, di pianta quadrata. Questa volta ha quattro pennacchi negli angoli. Sebbene questa volta non abbia che 7 piedi di diametro, non prova però meno che i pennacchi non sono un'invenzione moderna, e che erano conosciuti lungo tempo prima di Antemio di Tralles, a cui si è attribuito l' onore di questa scoperta.

Cupola degl' Invalidi.

Il celebre Mansard faceva fabbricare a Parigi questa cupola, quasi nello stesso tempo che il cavaliere Wreen costruiva a Londra quella di San Paolo.

La pianta della cupola degli Invalidi è un quadrato, nel quale è inscritta una croce greca; negli angoli del quadrato si son poste quattro cappelle circolari; la cupola s'innalza al centro della croce greca: la sua pianta, al basso, forma un ottagono composto di quattro grandi lati e di quattro piccioli; nei grandi sono posti gli archi che servono di entrata alle quattro navate; questi lati hanno 42 piedi, e gli archi 34 piedi e mezzo di larghezza.

I quattro piccioli lati formano le faccie dei pilastri della cupola, essi hanno 24 piedi; in mezzo a ciascuna di queste faccie, si son praticati dei passaggi a volta per comunicare alle cappelle rotonde: questi passaggi hanno 14 piedi di larghezza.

Le navate sono decorate di pilastri corintii binati, sostenenti un cornicione compiuto che scorre davanti ai pilastri della cupola, ove è sostenuto da otto colonne dello stesso ordine e della stessa proporzione dei pilastri. Queste colonne posticcie par non servano ad altro che a sopportare un balcone praticato al di sopra del cornicione; frattanto si potrebbe credere che il vero motivo che le ha fatte porre così, fosse di coprire la posa in falso dei pennacchi, la cui forma è una specie di curvatura, che avrebbe prodotto un effetto spiacevole veduta al di sotto. Questi quattro pennacchi, che sono decorati di pitture, s'attaccano ad un cornicione circolare, al di sopra del quale s'innalza il giro della cupola, il cui diametro è di 75 piedi. L'interno di questo giro è decorato d'un piedestallo continuo, al di sopra del quale è un ordine di pilastri compositi, che sostengono un cornicione compiuto; esso riceve luce da dodici finestre poste negli spazi eguali che sono fra i gruppi dei pilastri. Ciò che vi è di particolare in questa disposizione, e che è contro tutte le regole della decorazione e della costruzione, è di vedere uno dei massicci che separano le finestre, posto precisamente al di sopra del mezzo di ciascuno dei grandi archi. Non può comprendersi quale abbia potuto essere il motivo d'una disposizione tanto straordinaria, che non pare essere stata suggerita da alcuna necessità.

Il giro della cupola è terminato all'interno da una doppia cupola, avente una origine comune. La parte inferiore rappresenta una volta sferica incompleta, terminata da una grande apertura circolare, attorno della quale è una cornice; la parte superiore della volta è decorato da archi doppi, divisi in cassoni con rosoni, il tutto dorato. Questi archi doppi corrispondono a ciascun gruppo di pilastri, e gli intervalli fra loro sono ornati di pitture.

La parte della volta superiore, che comparisce attraverso all'apertura della prima, è una volta sferoidica rialzata; la sua sommità è occupata da una composizione pittorica, e nel basso, nascosto dietro la volta inferiore, son praticate dodici lunette che terminano in finestre aperte nell'attico esterno, di modo che la pittura si trova illuminata pel di sotto: questa maniera ingegnosa d'illuminare, senza che si possa vedere al basso daddove venga la luce, dà uno spicco maraviglioso alla pittura.

All'esterno, il giro della cupola è composto di tre parti, cioè, d'un piedestallo; d'una parte superiore, decorata di colonne incastrate nel muro d'ordine corintio, e d'un attico ornato di pilastri con contrafforti contornati di modiglioni.

Il giro della cupola è fortificato all'esterno da otto avancorpi. Questi massicci sono posti a due a due al di sopra di ciascun pilastro della cupola.

Il garbo della cupola esterna è formato, come quello di San Paolo di Londra, in legname, ma è molto più pesante.

L'esterno della cupola degli Invalidi è coperto in piombo: è decorato di lati saglienti, che dappoi sono stati ristaurati in rame. Gli intervalli che non sono stati cangiati, sono ornati di trofei militari, nei quali si trovano degli elmi che servono di abbaini per illuminare l'interno dell'armatura. Il diametro esterno di questa cupola, alla sua origine è di 82 piedi, la sua altezza, sino al basso del corpo che la termina in alto, è di 53 piedi 9 pollici.

Il corpo superiore, ornato di modiglioni, ha 10 piedi 3 pollici; il di sopra forma un balcone circolare al basso della lanterna, alto dal pavimento esterno 233 piedi 2 pollici.

La lanterna ha di altezza, dal suolo di questo balcone sino al di sopra del peduccio che la termina, 37 piedi; l'obelisco al di sopra, compresa la croce, ha 39 piedi 6 pollici.

L'altezza totale di questo edificio, dalla sommità della croce sino sul pavimento esterno, è di 310 piedi.

All'interno, dal pavimento del mezzo della cupola sino al di sopra della cornice dei pennacchi, vi sono 82 piedi 2 pollici. Il giro al di sopra ha 52 piedi, cioè 14 piedi pel piedestallo e 38 per l'ordine in pilastri corintii, compreso il cornicione. Il diametro del giro, preso fra i pilastri, è di 79 piedi.

La cupola aperta, che pesa sul cornicione, ha 78 piedi di diametro su 28 piedi 9 pollici d'elevazione d'arco; l'apertura circolare, praticata al mezzo, ha 50 piedi di diametro; questa volta è costrutta in pietra di taglio. La seconda volta, alla sommità della quale è dipinta la Gloria di San Luigi, riesce confusa al basso, con la precedente; il suo arco che è rialzato, è formato da una semielisse, il cui semidiametro maggiore verticale è di 57 piedi, e l'asse minore orizzontale è di 78 piedi.

L'elevazione della sommità di questa volta, al di sopra del pavimento, è di 191 piedi; essa è costrutta in pietra da taglio, al basso, ed in mattoni all'alto. La parte in mattoni ha 25 pollici di spessore.

La costruzione di questo edificio non è rimarcabile che per l'eccessiva grossezza dei suoi muri e punti d'appoggio; i massicci enormi che rinchiudono le quattro cappelle circolari degli angoli, impediscono che si possa godere del complesso della pianta, a cagione della piccolezza delle finestre: facendo astrazione dalle decorazioni che ornavano questi massicci, non risulta più che un edificio estremamente pesante, che pare d'essere stato scavato in una petriera. Per provare quanto abbiam detto, giova fare un confronto dei punti d'appoggio che compongono questo edificio, con lo spazio totale occupato; questo rapporto farà vedere che, negli edificii di tal genere, questo è quello ove si è prodigalizzata maggiore materia.

Agli Invalidi, la superficie dei muri e punti d'appoggio è, con pochissima differenza, i due settimi della superficie totale occupata dall'edificio.

A San Pietro in Roma la superficie dei muri e punti d'appoggio, è circa il quarto della superficie totale.

A San Paolo in Londra, questa superficie è meno del quarto.

Al Panteon di Roma, i muri e punti d'appoggio sono nella stessa proporzione. Ma fa d'uopo osservare che, in questi tre edifici, i muri e punti d'appoggio non sono che in murazione di rottame con paramenti in mattoni ovvero in pietre di taglio,

il che diminuisce di molto la loro fermezza e la loro resistenza, paragonata a quelle dei muri e punti d'appoggio degli Invalidi, che sono in pietre di taglio durissime, la cui forza è sei volte più grande di quella della murazione in mattoni, ovvero in buoni rottami.

Alla nuova chiesa di Santa Genevieffa, i muri e punti d'appoggio sono la settima parte della superficie totale: il che prova che vi si è impiegato metà meno di materia che agli Invalidi. Questo eccesso di solidità, nella cupola degli Invalidi, non impedisce che non sia uno dei più bei monumenti di questo genere, dopo San Pietro in Roma e San Paolo in Londra.

Figura 3. Il fabbricato del Mercato dei Grani di Parigi, come è stato immaginato ed eseguito da M. Camus, di Méziéres, architetto, componevasi solamente di portici e di gallerie disposte circolarmente intorno ad una vasta corte di 120 piedi di diametro. Alcuni anni dopo il compimento di tali costruzioni, questo erudito architetto immaginava d'aumentare la superficie coperta del mercato, col mezzo d'una cupola che proponeasi di stabilire, in un modo ingegnoso del pari che pittoresco, sopra dodici colonne distribuite sul muro interno del ricinto. Benchè l'idea di far portare questa volta sopra questo muro stesso, meritasse la preferenza sott'ogni riguardo, ci sembra nullameno che il progetto di M. Le Camus non sia stato stimato al suo giusto valore, allorchè si è di nuovo parlato di ricostruire questa cupola, dopo l'incendio che ha consumato, nel 1802, quella di legname. È certamente lontano dal nostro pensiero il diminuire in verun modo il merito di quella che si ammira oggidì al suo luogo; ma non abbiamo potuto resistere al desiderio di rilevare la sicurezza e la semplicità dei mezzi proposti da questo abile costruttore, e l'unità ch'essi presentavano con le altre parti dell'edificio.

TAVOLA CLXXXIV.

La fig. 1 di essa esprime la pianta della basilica di San Paolo fuori delle mura di Roma; la fig. 5 la pianta del gran tempio di Pesto; la fig. 6 quella del tempio di Giunone Lucina a Girgenti, e la 7 quella del tempio della Concordia pure a Girgenti.

TAVOLA CLXXXV.

La fig. 1 di questa tavola rappresenta la pianta del Panteon d'Agrippa; le fig. 2 e 3 la pianta e lo spaccato del Mercato dei Grani a Parigi, e la fig. 4 la pianta della cupola degl'Invalidi a Parigi.

TAVOLA CLXXXVI.

Dopo le cupole antiche, una delle più celebri è quella di Santa Sofia a Costantinopoli, fabbricata dall'imperatore Giustiniano. I fondamenti di questo edificio furono gettati nel 532 e la dedicazione si è fatta nel 137.

L'istorico Procopio, che viveva quando si costruiva questo edificio, dice che Giustiniano fece venire da tutte le parti i più valenti artefici del suo secolo. Antemio

di Tralles, reputato il più abile architetto del suo tempo, fu incaricato di farne i disegni e di dirigere l'opera con Isidoro di Mileto.

L'interno di questo edificio forma una croce greca, terminata da due lati da una grande nicchia, e dai due altri, da fondi quadrati. In questi ultimi sono praticati due ordini di tribune. Il centro ove metton capo queste quattro parti, è un quadrato perfetto, sul quale è elevata la cupola, il di cui diametro è circa 110 piedi. Questa cupola è formata da una calotta elevata su quattro pennacchi posti negli angoli del quadrato, che s'uniscono alla base circolare della calotta. I pennacchi sono separati da una specie di cornice che porta una galleria circolare; il basso della calotta è illuminata da un rango di picciole finestre, ornate di colonne all'esterno. La curva della centina interna di questa calotta non si unisce con quello dei pennacchi, siccome dovrebbe essere, se la volta fosse regolare; invece d'essere formata da un arco di cerchio, è una curva che rassomiglia a una mezza elissa. L'altezza della centina è di 38 piedi, cioè un poco più del terzo del diametro. Il garbo esterno di questa cupola è diviso da lati saglienti e ritondati, coperti in piombo. La parte di mezzo è terminata da un corpo in forma di balaustro.

La cupola di Santa Sofia, dice Grelot, nel suo viaggio a Costantinopoli, è illuminata da ventiquattro finestre piccole e basse. Nell'intervallo di queste finestre sono dei sostegni o porzioni di cerchio largo, che vanno, sempre diminuendo, a terminare quasi vicino al mezzo della cupola ove essi formano una rosa che era verisimilmente altre volte guernita di mosaico, come lo sono ancora le ventiquattro porzioni di cerchio che la compongono; ma i Turchi lo hanno ora levato.

Questa cupola non è più quella che fu costrutta da Antemio e Isidoro. La loro era meno elevata: essa fu distrutta in parte da un terremoto, ventun anno dopo essere stata terminata. Giustiniano, che viveva ancora, ne affidò il ristabilimento a un secondo Isidoro, nipote di quello che aveva vegliato alla costruzione del primo con Antemio. Questo nuovo architetto diede 20 piedi di più all'elevazione della centina della cupola che fece costruire, e che noi abbiamo poc'anzi descritta, ed è quella che esiste ancora. Ha impiegato per la sua costruzione dei mattoni bianchi estremamente leggeri, cinque dei quali non pesano più di un mattone comune. Si dice che Giustiniano fece fabbricare questi mattoni nell'isola di Rodi.

Parrebbe, dalla descrizione che Procopio ha fatto della prima cupola, ch'essa non differisse molto da quella che esiste attualmente; ecco come si spiega.

« Il centro dell'edificio è formato da quattro grossi pilastri, due dal lato di mezzodì,
» due dalla parte di settentrione, disposti con simmetria, ed a distanze eguali. Fra i
» pilastri che formano le faccie laterali di mezzodì e di settentrione, vi ha da ogni
» lato quattro colonne. I pilastri sono costrutti in grandi pietre scelta, di cui i para-
» menti sono puliti, e le commessure sì sottili, che i pilastri sembrano essere d'un sol
» pezzo. Il loro volume e la loro elevazione è tanto considerabile, che si direbbero
» massi staccati da una montagna. Questi pilastri sono riuniti da quattro grandi archi
» disposti in modo che sovr'ogni pilastro ne sorgono due; la sommità di questi archi
» si eleva ad una altezza straordinaria. Il mezzo dei due archi che guardano all'oriente
» e all'occidente è vuoto. I due altri sono ripieni da un opera a colonne, al di sopra
» della quale è un'apertura circolare altissima, per la quale si vede entrare la luce. »

Siccome Procopio non era punto architetto, disperava di poter descrivere convenevolmente le volte che formavano la cupola. Nullameno, quantunque non si serva di termini tecnici, arriva a farsi intendere, e non gli si può rimproverare che troppo entusiasmo e qualche esagerazione. Ecco come si esprime.

« Fra i quattro grandi archi si trovano quattro parti di volte in triangoli, » aventi ciascuna al basso un angolo acuto, posto fra le origini dei due grandi archi » che posano sullo stesso pilastro. I due altri angoli di ciascuno di questi triangoli si » terminano al basso della cupola. Questa cupola, posta al di sopra, è d'un ardi- » mento che fa dubitare della sua solidità. Sembra che invece di posare sull'opera » di sotto, sia sospesa al cielo con una catena d'oro. Tutte queste parti, riunite con » molt'arte, formano un insieme maraviglioso, che non si può guardare senza una » piacevol sorpresa. »

Altrove dice: « Giustiniano ed Antemio impiegarono differenti modi per render solido questo edificio. » Siccome confessa di non conoscerli tutti, si è contentato di riportarne uno che basterà, dice, per giudicare degli altri, e dare una idea della solidità di tutta l'opera.

« I grossi pilastri non sono costruiti come il resto dell'edificio. Essi sono, come » si è già detto, in grandi pietre durissime. Quelle agli archi sono tagliate a cu- » neo, e le altre a commessure quadrate. Queste pietre non sono unite con malta » nè bitume, come i muri che Semiramide fece costruire a Babilonia, ma col » piombo fuso. »

Malgrado tutte queste precauzioni, è accaduto un inconveniente che sconcertò gli architetti. « Il grand' arco dal lato di levante non era ancora terminato, quando le » centine sulle quali era poggiato cominciarono a cedere ed a minacciare ruina. » Antemio ed Isodoro, disperando della loro arte, andarono a raccontare l'accaduto » a Giustiniano. Questo imperatore, che non era istruito nell'architettura, loro ordina, » quasi inspirato da Dio, di continuare l'arco, assicurando che quando sarebbe com- » pito si sosterrebbe da sè stesso, senza il soccorso di queste centine. » La stessa cosa accadde agli archi di mezzodì e di settentrione.

« Quando tutte le volte furono terminate, il basso della chiesa cominciò a ge- » mere, per così dire, sotto il peso del carico. Le colonne che ne sostenevano una » parte rigettavano tutta la malta, come se si fosse fregata. » Nuovi affanni per gli architetti. « I quali ritornarono all'imperatore per rendergli conto di ciò che era avve- » nuto. Ne trovò egli subito il rimedio; ordinando si togliessero le colonne che posa- » vano sotto le centine, e non le fece riporre che quando le malte furono interamente » secche, e che l'opera ebbe fatto tutto il suo effetto. »

Quest'ultimo effetto, accaduto alla chiesa di Santa Sofia, ebbe luogo da per tutto ove si vollero costruire nello stesso tempo opere dilicate, suscettibili di poca compressione, e costruzioni solide. Abbiamo veduto accadere la stessa cosa ai nostri giorni, riedificando la facciata di Santa Croce d'Orleans: si vollero posare troppo presto le picciole colonne che dovevano formare una galleria attorno al vestibolo dell'entrata, cioè prima che le grandi costruzioni fossero terminate; il calo inevitabile, prodotto dall'aumento del carico, fece rompere queste picciole colonne che fu forza sopprimere. Gli Architetti Gottici, che hanno fatto opere di tal sorta che contrastavano benissimo con le parti

solide dei loro edifici, avevano la precauzione di non farle mettere in luogo se non se dopo che le grosse costruzioni erano del tutto terminate.

E però non è maraviglia che le colonne che riempivano i grandi archi di mezzodì e di settentrione della chiesa di Santa Sofia, di cui parla Procopio, sieno stati sopraccaricati, quando le grandi volte furono terminate, e che cominciassero a piegarsi sui loro punti d'appoggio. Si può dire che Giustiniano operò prudentemente, facendo togliere le parti di colonne o pilastri che posavano sotto l'arco delle volte, sino a che le grandi parti dell'edificio avessero fatti i loro cali inevitabili. È sempre al momento in cui i grandi edifici stanno per essere terminati, e che il loro peso tende a distribuirsi sui loro punti d'appoggio, che nascono quei grandi effetti che hanno spaventato coloro che non erano interamente versati nell'arte di edificare.

Pel rapporto al piombo fuso, versato nelle commessure dei pilastri di Santa Sofia, invece di calcistruzzo, si può dire che questa pratica posta qualche volta in uso, è più dispendiosa che utile; 1.° per la difficoltà di colar esattamente nelle commessure in tutta la loro superficie; 2.° perchè tutte le sorta di pietre non possono, senza danno, soffrire il calore del piombo, e quello che bisognerebbe dare alla pietra, perchè la materia si estendesse egualmente da per tutto; 3.° perchè il piombo cede sotto il carico, finchè ne resta tra le commessure, il che prolunga l'effetto del calo all'infinito, e forma all'esterno, delle bave, che bisogna togliere a molte riprese. Ho avuto occasione di notare questo effetto a varie colonne isolate, composte di piccoli tamburi, sotto ciascuno dei quali si son messe delle lamine di piombo tagliate circolarmente.

Il solo uso che si potrebbe fare del piombo sarebbe di servirsene invece di biette di legno, nelle costruzioni in pietre di taglio poste sulla malta, quando queste pietre hanno un gran peso da sostenere, perchè il piombo si estende sotto il peso a misura che la malta si abbassa e prende consistenza, invece che le biette di legno, che resistono, producono dei guasti.

Un'altra particolarità di questo edificio, si è, che per porlo al sicuro dagli incendi, non si impiegarono legni per formare i tetti, ma bensì tegole, e grandi lastre di marmo.

La cupola di Santa Sofia non ha dovuto la sua celebrità che al tempo ove essa è stata fabbricata, perchè ha servito di modello agli architetti che hanno costrutto dopo edificj dello stesso genere. Benchè i dettagli di questo edificio siano d'un cattivo gusto, non si può a meno di convenire che la disposizione interna ha qualche cosa di grande, e che il meccanismo della sua costruzione è sufficientemente ben inteso sempre avuto riguardo al tempo.

TAVOLA CLXXXIX.

Cupola di Santa Maria dei Fiori, a Firenze.

La cattedrale di Firenze fu incominciata nel 1288, da Arnolfo, architetto Fiorentino, e continuata da Giotto. La pianta di questa chiesa è una croce latina. La sua lunghezza è di 75 tese, 3 piedi, 4 pollici; la sua larghezza di 52 tese, 1 piede, 6 pollici;

il lato dell' entrata, che è diviso in tre navate, ha 19 tese, 5 piedi, 10 pollici di larghezza; l'altezza della navata di mezzo ha 23 tese, 5 piedi, 6 pollici, le due altre 15 tese, 8 pollici. Il corpo di mezzo della croce forma un ottagono regolare il di cui diametro fra le faccie opposte è di 21 tesa, 2 piedi, 4 pollici, cioè, 128 piedi, 4 pollici. Tutto questo grande edificio è stato costrutto in pietre di taglio, e l'esterno è quasi tutto rivestito di marmo. La pianta di questa chiesa, che fu immaginata da Arnolfo, offre due parti così differenti, che a fatica si può crederla opera d'un solo architetto. Non si direbbe che sia stato eseguito nella stessa epoca. La pianta delle tre grandi navate dell'entrata ha tutta la leggerezza del gottico moderno; e la parte del fondo comprendente il coro, il corpo di mezzo e le due braccia della croce, ha tutta la pesantezza dell'antico gottico. Bisogna credere che Arnolfo, il di cui progetto era di coprire il centro della chiesa con una grande cupola, credesse non potere giammai abbastanza fortificare i piedritti che dovevano sostenerla. Nullameno questa cupola non era così considerabile come quella stata fatta dopo da Brunelleschi. Tutto l'edificio doveva essere compreso sotto la stessa altezza del tetto, cioè non doveva essere apparente all'esterno. Quando Arnolfo morì, non aveva fatto che tre archi destinati a sostenere la cupola. Dopo la sua morte, accaduta nel 1300, le opere furono sospese sino al 1420. Esse furono riprese sotto la condotta di Brunelleschi; questo abile architetto, che si riguarda a ragione come il restauratore della buona architettura, lavorava dopo venti anni ad un progetto di cupola molto più considerabile che quello d'Arnolfo. Dopo moltissime contrarietà, fu definitivamente incaricato di far eseguire il suo progetto. Per lo spazio di vent'anni che fu occupato alla costruzione di questo edificio, fece elevare al di sopra dei grandi archi, incominciati da Arnolfo, la grande cupola che esisteva, e il giro ottagono che la sostenevano, di cui le faccie sono illuminate da otto finestre circolari. I muri di questo giro hanno 16 piedi di spessore, la cornice che lo termina è elevata di 165 piedi, dieci pollici; e su questa cornice è stabilita la famosa cupola doppia che corona questo edificio.

La volta esterna ha al basso 7 piedi, 4 pollici di spessore, e l'interna 4 piedi, 4 pollici; l'intervallo fra le due cupole, è pure di 4 piedi, 4 pollici. Agli angoli e verso il centro delle faccie, si sono costrutti dei contrafforti che riunissero le due volte. Il diametro della cupola interna è di 130 piedi fra le faccie opposte, la sua altezza, dalla parte superiore che termina la cornice interna che termina il giro, sino all'occhio della lanterna, è di 125 piedi. Questa volta forma otto angoli rientranti, e otto faccie che vanno rastremandosi di mano in mano che si innalzano e terminano ad una apertura della stessa forma della base formante il vuoto interno della lanterna. L'arco di questa cupola estremamente scemo, è una specie di volta gottica, simile a quella della cupola di Milano, che fu fatta presso a poco nello stesso tempo.

Questa specie di volta è la più facile ad eseguire; e però Brunelleschi si era impegnato a costruirla senza centina. La sua proposizione pareva sì straordinaria che si voleva farlo passare per un pazzo. Fa maraviglia che la costruzione di questa cupola abbia fatto tanto romore in un tempo ove ne esistevano già molte, come quelle di Santa Sofia di Costantinopoli, di Ravenna, di San Marco in Venezia, della Cattedrale di Pisa; è vero ch'esse non sono doppie, e che quelle non hanno un sì grande diametro; ma dall'altra parte, si può dire che l'esecuzione di quest'ultima

era più facile, perchè s' innalza tutta unicamente su muri diritti senza pennacchi; d' altronde, la sua costruzione è fatta con molt' arte ed intelligenza. Brunelleschi vi ha posta la più grande attenzione: si può dire che la portò sino all' eccesso. All'origine delle due cupole nello spazio praticato tra esse, fece fare una forte armatura in legname formante una specie di cerchio, affine di ovviare all' effetto della volta contro il muro del ricinto che la sostiene. Aveva creduta questa precauzione necessaria, malgrado il suo grande spessore, che, siccome abbiamo già detto, è di 16 piedi. Questo muro di ricinto forma un poligono regolare, così bene legato dalla costruzione, che indipendentemente dall'armatura, era capace di resistere ad uno sforzo superiore a quello che potevano produrre le due volte caricate del peso della lanterna. Le disunioni che si notano in tutte le cupole, i cui punti d'appoggio sono isolati, o separati gli uni dagli altri, provengono piuttosto dall' ineguaglianza del calo che dallo sforzo delle volte. Tutte le centine e le armature non possono impedire questi effetti, ma vi hanno delle circostanze ove sono d'un grande soccorso, per riunire delle parti state disunite da un accidente qualunque.

TAVOLA CLXXXIX.

Cupola di San Paolo in Londra.

Questa cupola è, dopo quella di San Pietro in Roma, la più vasta e la più magnifica che sia stata eseguita. È situata al centro d' un superbo tempio, incominciato nel 1670 e finito nel 1720, sui disegni e sotto la direzione del cavalier Wréen, celebre architetto inglese e matematico. La pianta di questo edificio è una specie di croce composta di quattro navate; quella dell'entrata e quella del fondo sono lunghissime, e le due altre cortissime. Tutte queste navate hanno dei bassi lati e degli archi, i cui piloni sono decorati di pilastri corinzii dalla parte delle navate. Al centro di queste quattro navate si eleva la cupola. La sua pianta, al basso, è un ottagono regolare di cui ciascuna faccia ha 42 piedi di larghezza: quattro di queste faccie sono occupate da grandi archi formanti l' apertura delle navate. Il diametro di questi archi è di 37 piedi, 6 pollici, 6 linee, sopra 78 piedi d' elevazione.

Gli altri quattro archi hanno la stessa grandezza, ma essi non sono che finti; in questi archi si son praticate delle grandi nicchie di 26 piedi, 3 pollici di diametro, e 51 piedi, 6 pollici d'elevazione; il basso di ciascuna di queste nicchie ha due archi formanti angolo retto, la cui larghezza è di 13 piedi, 2 pollici sopra 36 piedi di altezza. Questi archi corrispondono ai bassi lati di due navate contigue. Una tale ingegnosa disposizione procura dei vani utilissimi, ed è forse la pianta della cupola di Santa Maria dei Fiori a Firenze che ne fece nascere l'idea; che che ne sia, si può dire che questa disposizione è molto più felice di quella a lati verticali adottata in quasi tutte le cupole moderne; offre di più il vantaggio di formare una base più solida, composta da otto punti d'appoggio, invece di quattro, e di avere dei pennacchi meno saglienti.

Alla cupola di San Paolo in Londra, gli otto pennacchi si uniscono ad un cerchio, il di cui diametro è più picciolo di quello dell'ottagono formato dai grandi archi e loro piedritti, quest'ultimo essendo di 101 piedi, 4 pollici, mentre quello del cerchio è di 98 piedi 3 pollici.

I pennacchi sono coronati da un cornicione completo, ornato di modiglioni la cui altezza è di 7 piedi, 9 pollici.

La torre della cupola non è eretta al di sopra del nudo del fregio di questo cornicione, come è stato praticato negli altri monumenti di questo genere, ma a tre piedi e mezzo in dietro, in guisa che il basso di essa ha 105 piedi, 4 pollici di diametro; questa differenza di tre piedi e mezzo è occupata da due gradini ed un altro più grande, sul quale si può sedersi; al davanti è un balcone di ferro, posto sullo sporto della cornice; la parte superiore di questa cornice è alta dal pavimento di 92 piedi, 3 pollici.

L'altezza della torre, dopo il livello superiore del gradino, di cui abbiamo parlato, è di 58 piedi, 9 pollici sino alla nascita della cupola interna. Il muro formante questa torre, in vece d'essere appiombo, è inclinata all'interno, di 4 piedi, 8 pollici, cioè circa il dodicesimo della sua altezza. Tale disposizione, che sarebbe un difetto nelle costruzioni comuni, fu immaginata dall'architetto, per aumentare la resistenza di questa torre contro gli sforzi riuniti della grande volta interna, formante cupola, e della torre conica che porta la lanterna.

L'interno della torre della cupola è decorato d'un piedestallo continuo, sul quale si eleva un ordine di pilastri corintii, posti ad eguali intervalli e coronato da un cornicione completo. Li trentadue spazi eguali, fra i pilastri, sono occupati da ventiquattro finestre e otto grandi nicchie. L'esterno offre un colonnato circolare composto di trentadue colonne incastrate nel muro, pure d'ordine corintio; queste colonne sono pure disposte ad eguali intervalli, e corrispondono ai pilastri dell'interno: esse sono unite al muro della torre per mezzo di otto massicci, nei quali sono praticati dei vuoti circolari per le scale e i passaggi; in ciascuno degli spazi eguali, compresi fra questi massicci, si trovano tre intercolunni, di cui le colonne sono riunite alla torre per mezzo di muri che servono di sperone; questi muri hanno degli archi, affine di poter fare la torre della cupola all'esterno. Simile disposizione produce, tanto all'interno che all'esterno, una decorazione regolare e una costruzione estremamente solida, capace a resistere a tutti gli sforzi della cupola e della torre conica che porta la lanterna. Il colonnato esterno è coronato d'un cornicione completo, con una cornice a mutuli, sormontata d'una balaustrata, dietro la quale è un terrazzo, la di cui larghezza è formata dal retrocedimento dell'attico; questa larghezza è di 12 piedi, presa all'indentro della sua balaustrata.

Al di sopra dell'ordine interno si eleva la grande volta in cupola, il cui diametro, preso alla sua nascita, è di 96 piedi sopra 51 piedi d'elevazione dell'arco, che per conseguenza, è rialzato di circa 3 piedi. La sommità di questa volta è illuminata da un'apertura circolare, il cui diametro è di 19 piedi; intorno a questa apertura regna una piattaforma di 6 piedi di larghezza attorniata d'un doppio balcone; il muro circolare che forma l'attico all'esterno, corrisponde al muro interno della torre; l'altezza di questo attico, dalla parte superiore della balaustrata sino al di sotto

della cornice che lo termina, è di 21 piedi; è illuminato da trentadue finestre quadrate, ornate d' intalajature, con pilastri, formanti contrafforti.

Al di sopra di quest' attico sono due gradini che sopportano il garbo della cupola esterna. Questo garbo è formato di legname coperto di piombo; è decorato di lati saglienti ed arrotondati. Questa cupola termina con un corpo che va a raggiungere il basso della lanterna, e che forma, al di sopra, un balcone circolare elevato di 258 piedi al di sopra del pavimento interno.

La parte inferiore della lanterna è composta d'un piedestallo che ha 8 piedi e mezzo di altezza; la superiore è decorata d'un ordine corintio, elevata sopra uno zoccolo, e coronato del suo cornicione; il tutto ha 18 piedi di altezza. L'attico, al di sopra, ha 11 piedi e mezzo, ed è sormontato da una picciola cupola in legname; queste quattro parti sono sopra una pianta ottagona, con quattro avancorpi saglienti. Il diametro interno è di 11 piedi, e quello dell' esterno alla diritta degli avancorpi è di 20 piedi.

La picciola cupola di legno ha 12 piedi d' elevazione sino al di sopra del corpo con cui termina il peduccio superiore ha 8 piedi, la sfera 6 piedi di diametro, e la croce 12 piedi; in guisa che la parte apparente della lanterna ha in tutto 76 piedi di altezza, dalla parte superiore del balcone sino all' estremità della croce, il che fa 334 piedi d' elevazione dal pavimento della chiesa.

La lanterna è sostenuta all' interno da una specie di torre conica, terminata da una volta sferica.

Questa torre incomincia all' altezza della balaustrata esterna a questa parte; essa è unita alla grande cupola interna; nè comincia a ritirarsene che ad 8 piedi al di sopra. L'altezza perpendicolare di questa torre è di 81 piedi 6 pollici, il muro circolare che la forma è inclinata alla verticale di 24 gradi; il suo diametro, al basso, è di 94 piedi, preso esteriormente, è di 32 piedi alla nascita della volto, che termina questa torre. Questo muro non ha che un piede e mezzo di spessore, ed è costrutto in mattoni con delle corsie di pietre di taglio formanti cerchio, e ritenuta con catene di ferro.

La volta sferica che termina questa torre al di sotto della lanterna è illuminata alla sua sommità da una apertura circolare di 8 piedi di diametro, e da otto finestre semicircolari, che ricevono la luce dell'esterno, attraverso dell' armatura della cupola.

Nel muro della torre conica son praticati quattro ranghi di finestre cha dan luce all' interno dell' armatura: il basso di questa torre è contraspinto da trentadue muri a speroni che tendono al centro, e compresi fra il muro dell' attico che è al di sopra del colonnato esterno e il muro della detta torre.

Gli speroni servono pure d' imbasamento per portare i legami dell' armadura della cupola. Questa armadura è composta di trentadue mezzi cavalletti, appoggiati da un lato sull' esterno della torre conica, e portando dall' altro una curva per formare il garbo della cupola esterna. Nascè da questa disposizione, che tutto il peso di questa armadura e del piombo di cui essa è ricoperta serve a controspingere la torre conica. Fuori di questa armadura, tutto il resto dell' edificio è costrutto in mattoni e rivestito di pietra di Portland. Questa pietra, bianca, è quasi dura come il marmo.

Le particolarità da noi riferite sulla cupola di San Paolo in Londra, provano che l' erudito architetto che l' ha immaginata e che dirigeva la sua costruzione, cercò di

procurarle, indipendentemente dalla bellezza delle forme, tutta la solidità di cui un monumento di questo genere può essere suscettibile: 1.° stabilendo la torre della cupola sopra otto pilastri invece di quattro, affine di diminuire la posatura in falso dei pennacchi; 2.° erigendo l'interno di questa torre in dietro dei pennacchi, ed a strapiombo nella sua elevazione, affine di contrabbilanciare lo sforzo delle volte, con quello con cui la torre tenda all'interno, tanto per la sua massa quanto per questa disposizione; 3.° fortificandola con dei massicci e dei contrafforti; 4.° stabilendo questa torre conica, per portare la lanterna in pietra, il cui peso gli era sembrato troppo considerabile per azzardare di costruirla sopra una doppia cupola in murazione d'un così grande diametro; 5.° facendo uso di tutti i mezzi atti a fortificare, sostenere e controspingere i luoghi ove dovevano operarsi i maggiori sforzi.

Non si può però a meno d'osservare che il cavalier Wréen avrebbe potuto, in vece della torre conica, far uso d'una volta rialzata, per evitare la piega viziosa che si forma all'incontro del muro interno della torre della cupola, con quello della torre conica. Al luogo di questa piega deve nascere uno sforzo molto più considerabile di quello d'una volta rialzata circolare, ellittica o parabolica.

Si avrebbe potuto far senza dell'armadura di legname per formare il garbo esterno della cupola, costruendo una volta leggera, il di cui spessore sarebbe andato diminuendo dal basso sino alla sommità, come si è fatto per la cupola della nuova chiesa di Santa Genevieffa.

TAVOLA CLXXXXV.

Figure 46 e 47. Piante e Spaccati della Loggia Pubblica del palazzo di Brescia. Questo edificio, poco importante per sè stesso, merita non di meno d'occupare un posto nell'istoria dell'arte, a motivo delle discussioni sorte al proposito della sua solidità, alcuni anni dopo che la costruzione ne fu terminata. La lettura delle diverse opinioni emesse in questa circostanza offre oggidì un grande interesse, per ciò ch'essa contribuisce a fissare lo spirito sullo stato di molti punti di dottrina, in un'epoca ove, sotto un altro rapporto, l'architettura era pervenuta ad un sì alto grado di perfezione.

Tra le questioni sollevate dalla sollecitudine pubblica, la più interessante è, senza contraddizione, quella che aveva rapporto alla solidità delle volte. Si trattava prima di decidere se i pilastri sui quali riposavano i muri dell'edificio avevano una forza e una grossezza sufficiente a sopportare convenevolmente il peso di cui erano caricati. In secondo luogo, si desiderava sapere se le volte che posavano sopra questi pilastri e sulle quattro colonne che sono al mezzo della loggia non erano in pericolo di sprofondarsi. Ci limiteremo a riferir qui l'avviso che fu dato dal celebre Andrea Palladio, uno degli architetti consultati.

» Quanto ai piedritti, die'egli, è cosa evidentissima per ogni architetto, che un edifizio qualunque fondato sopra piedritti che abbia in grossezza il terzo del vuoto degli archi che li separano, ha tutta la conveniente solidità, e si può essere certi che avrà una lunga durata; ma se, invece del terzo questa dimensione sarà ridotta alla metà dello stesso spazio, si potrebbe in egual modo guarentire ad una tal costruzione una durata a tutta prova. E siccome i piedritti sui quali posano i muri del palazzo in quistione,

sono stabiliti appunto su quest' ultima proporzione, non potrebbe revocarsi in dubbio ch' essi abbiano la forza necessaria a sopportare il peso che devono reggere; tanto più che questo peso è maggiore all'interno che all'esterno dei muri, disposizione favorevolissima sopra ogni eltra, e che molto concorre alla solidità d'un edificio.

» Quanto poi alle volte interne che poggiano su questi piedritti e sulle colonne del mezzo, ne sembra che l' architetto abbia assegnato loro una proporzion conveniente, e che l'appoggio da essi trovato contro piedritti d'una sì rilevante dimensione, sia più che sufficiente a contenere lo sforzo esercitato sulle parti inferiori da questa porzione d' arco, che forma la sommità e che tende costantemente a discendere in una volta. Ma, perchè fosse da temersi un tale disastro, bisognerebbe prima di tutto ammettere che questo segmento non potesse raddrizzarsi, il che non potrebbe accadere a meno che i muri non fossero spinti in fuori d'un buon mezzo braccio (un quarto per ciascun lato) e quindi con essi tutto il peso di cui son caricati. Accadrebbe dunque che lo sforzo del minor peso (quello di questa porzion d'arco con le persone che potrebbero trovarvisi sopra) vincerebbe quello d' uno sforzo maggiore che deriverebbe dall' insieme dei pilastri, dei muri sopportati e del tetto che copre l'edificio: il che, ognun vede, è impossibile: in una parola, che un peso minore valesse a produrre movimento in un altro di gran lunga maggiore. E da ciò può vedersi sino a qual punto sia fondato il timore della caduta di queste volte. »

Figura 48. Forma da darsi all' estradosso d' una volta sferica, secondo Palladio. Questa figura, tolta dai Commentari di Daniele Barbaro, sui dieci Libri dell' Architettura di Vitruvio, è indicata da B. Zamboni come una applicazione delle regole proposte a questo oggetto dallo stesso Palladio, quando venne consultato, relativamente alla costruzione della cupola di Brescia.

» Ecco, dice egli, su quali dati dovrà essere stabilito il profilo della cupola: la sua maggiore grossezza sarà al dritto dell' imposta; di là l' estremità sarà innalzata verticalmente sino all' altezza del quarto del suo diametro. Questa disposizione presenta il vantaggio di aumentare su questo punto la pression verticale, e di aggiungere maggiore solidità alla origine della volta. Al di sopra di questo muro la grossezza della volta andrà diminuendo sino al piede della lanterna, per alleggerire il peso più che sia possibile in questo luogo: le altezze e le larghezze della lanterna saranno determinate dalle estremità d'un triangolo equilatero costrutto sul diametro della cupola, come è indicato dal disegno: i gradini posti che uniscono all' esterno l' origine dalle volta colla parte superiore del muro eretto sulla imposta, aumentano la solidità: perchè il peso della loro massa ricade precisamente nella larghezza del piano su cui sorge la cupola. Del resto questa costruzione, quantunque semplice e spoglia d'ornamenti, presenta una decorazione abbastanza soddisfacente.

TAVOLE CLXXXXVI, CLXXXXVII, e CXXXXVIII.

Dettaglio della costruzione della cupola della chiesa di Santa Genevieffa.

Abbiamo poc' anzi spiegato la maniera con cui i pilastri sono stati costrutti sino al terzo filare al di sopra del cornicione dell' ordine interno; continueremo ora il

dettaglio delle costruzioni superiori. I lavori di questa parte non furono ripresi che nel 1776; durante questa campagna, si son fatte le volte dei quattro grandi archi che formano la communicazione della cupola con le navate, e i quattro pennacchi che si attaccano alla forma circolare dell'interno della torre. Tutta questa parte è stata eseguita in pietre dure e accuratamente posata; i letti e commessure non sono stati dimagriti, ma solamente battuti a scalpello, e tutti i riempimenti sono stati posti sulla malta. L'apparecchio è stato diretto in modo che i peducci degli archi si accordassero con quelli dei pennacchi, e che gli sforzi risultanti da queste due specie di volte tendano a distruggersi.

Ognuno degli archi, di cui si è parlato è composto di due curve di diametro diverso, ma concentriche; uno ha 2 piedi, 5 pollici, 9 linee di spessore apparente, e l'altro 2 piedi, 9, pollici, 6 linee, il che fa, per lo spessore intiero dell' arco, 5 piedi, 6 pollici, 3 linee.

Il primo arco corrisponde ai pilastri che formano l'estremità del piloni della cupola, e il secondo alle colonne incastrate attigue a questi pilastri. Da questa disposizione, è facile di vedere (N. 25 e 26, Tavole CLXXXXVI e CLXXXXVII) che i piedritti del primo arco sono fortificati in tutta la loro estensione dai massicci di cui fanno parte, mentre invece le colonne incastrate; sotto le quali cade l' altr' arco, non corrispondono a questi massicci che sopra una larghezza di 11 pollici, d'onde ne risulta dietro queste colonne una posatura in falso di 22 pollici e mezzo.

Il motivo che fece estendere lo spessore degli archi al di là del nudo dei pilastri, era di decorare l' interno della torre d'un ordine di colonne, ritirando il muro del giro 3 piedi, 4 pollici più in là del nudo interno. (Vedi i N. 42 e 43 delle Tavole CLXXXXVI e CLXXXXVII.) Lo spessore di questo muro essendo stato tenuto di 3 piedi, 3 pollici, sarebbe stato necessario, per stabilire il basso della torre della cupola, che lo spessore degli archi fosse di 6 piedi, 7 pollici, invece di 5 piedi, 6 pollici, 3 linee; ma siccome lo spessore di 6 piedi, 7 pollici non era necessario che verso la metà dell'arco, si è completato con quattro sporti, di cui l'ultimo forma una porzione di corsia circolare. Tale è il basamento sul quale è eretto l'interno della cupola (3.ª pianta Tavola CLXXXXVI); offre in pianta un massiccio quadrato esternamente e circolare all'interno. Il N. 34 indica la parte dell'arco che corrisponde al massiccio dei pilastri; il N. 35, quella che cade sulle colonne rientranti N. 12: si è indicato, col N. 36, l'oggetto in segmento circolare, cogli sporti espressi nella Tavola CLXXXXVII, N. 103.

Gli angoli esterni di questo basamento, corrispondenti al di sopra dei piloni della cupola, sono fortificati da quattro pilastri, che prendono la loro origine agli angoli opposti, formati dalla riunione dei muri di facciata.

Uno di questi pilastri è indicato nella 3.ª pianta della Tavola CLXXXXVI, dal N. 38; si vede che, per abbracciare una più gran parte dell'angolo dei muri esterni, si sono formati due rami circolari, indicati dal N. 39, che si uniscono con questi muri, segnati 19. Oltre ciò, l' angolo rientrante esterno si trova fortificato da un muro verticale marcato 18.

Si vede, sotto lo stesso N. 39, il modo con cui questi rami si uniscono con i muri, e terminano superiormente alla 4.ª pianta della Tavola CLXXXXVI alla figura 1 della Tavola CLXXXXVIII.

Il N. 38 della figura 2 della Tavola CLXXXXVII indica lo spaccato d'uno dei pilastri.

Per sostenere il primo basamento dell' esterno della cupola. (Vedi il N. 37 delle Tavole CLXXXXVI e CLXXXXVIII), si sono costruiti quattro grandi archi, il cui diametro ha 95 piedi, 5 pollici, sopra 31 piedi, 10 pollici, 6 linee d' elevazione di centina. Questi archi, di cui la curvatura è formata dalla catenaria, prendono le loro origini agli stessi angoli dei pilastri (N. 19, Tavola CLXXXXVI), ma a 10 piedi, 6 pollici più basso, essi sono, per così dire, un prolungamento dei muri esterni che loro servono di barbacane, e formano attorno del basamento della torre della cupola un quadrato, di cui gli angoli interni sono occupati da quattro grandi pennacchi che si uniscono alla forma circolare, affine di sostenere lo stilobato che regge il colonnato esterno. I pilastri di cui si è parlato attraversano il centro di questi pennacchi che si prolungano in una volta rampante, sino contra le faccie esterne del basamento interno. Le parti che corrispondono al centro di questi archi hanno due lunette.

Si è scelta la catenaria per la curva dei grand'archi e dei pennacchi che essi racchiudono, perchè è quella che convien meglio alle volte, le quali, come questa, non son fatte che per servire di mezzo di costruzione, e perchè questa specie di centina formando, con i piedritti, un angolo di 141 grandi, rimanda una gran parte del suo carico sulla lunghezza dei muri di facciata.

Il N. 37 indica, in tutte le Tavole, lo sviluppo di questi archi, e la loro posizione per rapporto ai basamenti interni ed esterni, e ai muri di facciata, come può vedersi alla 3.ª e 4.ª piante della Tavola CLXXXXVI, ed alle figure 1 e 2 della Tavola CLXXXXVII.

La figura 1 della Tavola CLXXXXVIII esprime, sotto il N. 37, la facciata della metà di uno di questi archi con l' apparecchio. È bene osservare che verso i fianchi, una parte dei tagli sono spezzati in modo da diminuire ancora il peso dell'angolo ove essi prendono origine; precauzione tanto più necessaria, che al tempo della loro costruzione erano incavati al basso per formare una scala segreta circolare, e al di sopra da una doppia finestra che corrispondeva all' ala verticale esterna.

Il N. 37 della figura 2 della stessa Tavola fa vedere la riunione di due di quest'archi alla loro origine, e i pennacchi compresi, N. 40, con l'apparecchio. Il N. 39 indica la sezione d'uno dei pilastri al luogo ove attraversa questo pennacchio.

Al di sopra della parte della volta, formata dal prolungamento dei pennacchi, scorre una prima galleria circolare, formata da un lato dal muro della torre della cupola che prende esteriormente la forma rotonda a questa altezza, e dall'altra dal muro del stilobata rotondo dell'esterno. Questa galleria si è fatta a volta ad arco rampante, affine di controspingere il muro della cupola.

Nel muro della torre della cupola sono praticate dodici porte, con gradini per comunicare ad altrettante ringhiere poste fra le basi delle colonne che decorano l'interno della cupola, e di cui si è già parlato.

Questa galleria è divisa in quattro parti dai massicci eretti al di sopra dei pilastri della cupola; in ciascuno di questi massicci si è praticata una scala circolare per salire alle parti superiori della cupola; queste scale sono a chiocciola ed i gradini hanno i loro ripari e sostegni.

La 4.ª pianta, e nelle Sezioni della Tavola CLXXXXVII, i N. 45 indicano due parti di queste gallerie; 41 indica i massicci, 44 le scale praticate all'interno: il muro circolare della cupola, eretto a 3 piedi, 3 pollici di spessore, è indicato dal N. 42; 46 indica le porte per le quali si comunica alle ringhiere dell'interno, descritte dal N. 47.

La 5.ª pianta della Tavola CLXXXXVI fa vedere la disposizione delle colonne che decorano l'interno e l'esterno della cupola con i peristilii. In questa pianta, come pure nelle sezioni della Tavola CLXXXXVII, 41 indica i massicci al di sopra dei pilastri della cupola; 42 lo spessore dei muri dietro le colonne; 43 le colonne dell'interno; 44 le scale nei massicci; 47 le ringhiere interne. Nella parte del lato 48, non si trova ringhiera. Li N. 97 indicano le finestre che illuminano la torre della cupola; 98 sono delle finestre finte che corrispondono ai massicci e ai pilastri della cupola; le colonne del peristilo esterno sono indicate dal N. 50 e 55 indica il suolo di questo peristilio: si vede nello spaccato, figura 1 della Tavola CLXXXXVII, il profilo della gronda che conduce le acque, e quello del marciapiede che gira fra i zoccoli delle colonne.

Le colonne esterne della cupola sono state costrutte in pietra dura sino al di sopra dell'astragalo; si è dato loro 18 linee di assottigliamento all'interno, affine di procurare loro più solidità per sostenere il cornicione e la balaustrata che le coronano. Il muro della torre della cupola, dopo il di sopra dell'appoggio delle finestre è costrutto in pietra di Conflans, come pure le colonne dell'interno. Tutte le pietre sono state poste senza sottigliamento, e sovra biette di piombo suscettibili di seguire l'abbassamento della malta.

Nello spessore del cornicione interno, al di sopra della apertura di ciascuna finestra, si sono praticati de'vuoti indicati nelle sezioni della Tavola CLXXXXVII, colla lettera V.

I capitelli delle colonne esterne sono in pietre di Conflans, come pure il cornicione sino alla cimasa, la quale è in pietra dura, al pari della superiore balaustrata.

Gli architravi sono eseguiti pello stesso sistema di quello del portone e delle navate interne, con un doppio rango di T, nelle commessure dei serragli, infilati nelle barre che formano catene, indipendentemente da quella del mezzo che si riunisce agli assi delle colonne; di più il centro di queste piattabande è sostenuto dalle staffe, fermate con ancore nei primi peducci degli archi.

La volta piatta che forma il plafone del peristilio è pure in pietra di Conflans; al di sopra sono i doppi tiranti che riuniscono fortemente la volta al muro della torre.

La galleria circolare, praticata al di sopra, nell'altezza del cornicione. (Vedi i N. 51, 56 e 59 della Tavola CLXXXXVII), è incurvata in arco rampante con delle lunette. Siccome questa volta è posta sotto un terrazzo, si è costrutta in pietra di Vergelé. Essa è attraversata dai doppi tiranti, disposti in forma di V, di modo che, dal lato delle lunette, corrispondono a due ancore e ad una sola dal lato della cupola.

Il muro della cupola ha degli sfondi a volto, di cui il fondo si unisce col basso della prima cupola interna. Questo fondo che ha pochissimo spessore, forma in pianta una curva circolare opposta a quella dell'interno della cupola; le pietre di ciascuna corsia sono tagliate a doppio angolo, in maniera da rimandare lo sforzo della cupola sopra i massicci che separano gli archi.

Questi sfondi sono indicati nella 6.ª pianta della Tavola CLXXXXVI, e nelle sezioni della Tavola CLXXXXVII, dai N. 57 e 58.

La prima cupola interna prende la sua origine a 18 pollici al di sopra del suolo di questa galleria; essa è costrutta in pietra di Conflans a corsie orizzontali, ed estradossata dopo il suolo delle finestre dell'attico, ove si trova una specie di piattaforma, divisa in quattro parti da altrettante scale poste al davanti d'una delle finestre, e che corrispondono a quelle praticate nei massicci al di sotto.

Nella 7.ª pianta della Tavola CLXXXXVI, e nelle sezioni della Tavola CLXXXXVII, questa prima cupola è indicata dal N. 65; e 66 indica un picciolo marciapiede praticato attorno all'occhio di questa volta, affine di procurare, di là, la veduta dell'interno: vi si arriva da una picciola scala praticata sull'estradosso della volta.

Il N. 67 indica lo spessore dell'appoggio, tagliato al di sotto della cornice, e 68 il di sopra di questa cornice che termina l'apertura dell'occhio.

64. Fa vedere la piattaforma che regna intorno alle finestre dell'attico, al basso della cupola; 96 indica queste finestre.

63. Indica le scale; 42 indica il muro dell'attico, che è la continuazione di quello della torre della cupola, e che, dopo il suo innalzamento conserva lo stesso spessore. Le parti notate 62, che sono più grosse, comprendono le prime curve della volta intermedia, che doveano sopportare la lanterna, e, quindi il coronamento che termina la cupola.

Nella parte di questa pianta che indica il di sopra della terrazza che copre il colonneto esterno della cupola, il N. 69 indica le pietre da ricoprimento che formano gradini, e 70 i sostegni in pietra d'un sol pezzo che ricoprono le commessura saglienti; i N. 71 indicavano i tubi per la discesa delle acque, 72 il canaletto in pietra, ove queste debbon ridursi, 73 il marciapiede che gira intorno alla balaustrata, e 74 il di sopra di questa balaustrata.

La volta intermedia prende la sua origine al di sotto del suolo della piattaforma che gira all'indentro delle finestre dell'attico; il suo diametro interno, in questa parte è di 65 piedi, 8 pollici, e la sua altezza, sino sotto la chiave, di 47 piedi. Questa volta dovendo essere caricata, ella sua sommità, d'un peso considerabile, e di più estradossata, si è scelta la catenaria per la curvatura del suo arco, siccome la più conveniente nel caso.

Per dar luce alla parte interna di questa volta, sulla quale doveva essere dipinta una Gloria in un cielo luminoso, si son praticate nella sua parte inferiore quattro grandi lunette di 35 piedi di altezza sopra 29 piedi di larghezza al basso. Ciascuna di queste lunette corrisponde a tre finestre dell'attico, il che procura all'interno un grandissimo lume.

Era necessario di fortificare le parti inferiori di tal volta, indebolite da queste grandi lunette; e però si son formati dei muricciuoli che l'uniscono al muro dell'attico, e dei balconi posti all'altezza dell'origine della cupola esterna. Questi balconi che formano arco al di sotto, si uniscono mediante parti circolari colle lunette, circa alla metà della loro altezza; con questo mezzo le parti inferiori della volta fra le lunette si trovano riunite con eguale solidità, che se non fossero interrotte, e le lunette non fossero aperte che superiormente al suolo di questi balconi.

La volta intermedia è tutta costrutta in pietra di Conflans, e apparecchiata a aorsie orizzontali; le parti piene fra le lunette corrispondono ai piloni della cupola. Partendo dal piano dei balconi, di cui si è parlato, si sono stabilite sull' estradosso di questa volta due rampe di scale opposte, che conducono sulla piattaforma praticata alla sommità di questa volta. Tali scale, che sono in pietre dure, servono anche di contrafforti; esse si attaccano al basso ad un ripiano sostenuto da una rampa doppia; alle due parti opposte non vi sono scale, e l' estradosso è fortificato con una costa sagliente che ha la stessa larghezza.

Sulla piattaforma che termina questa volta è eretto un tamburo circolare, sostenuto al di sotto da otto arcate. Nell' interno vi è praticata una grande scala a giorno che conduce al balcone situato intorno al piedestallo esteriore, e nel picciolo osservatorio praticato internamente (1).

La grande cupola esterna è costrutta in pietre di Vergelé; essa è alleggerita internamente da vuoti in forma di nicchie, di cui esistono quattro ranghi, formati ognuno di 16 nicchie; la larghezza di queste è doppia di quelle delle coste che le separano, e la loro profondità è eguale alla metà della grossezza della volta. L' apparecchio di questa volta è fatto con molta diligenza.

A quattro piedi circa sopra il suolo del balcone interno che è al basso di questa volta, si sono praticate nel mezzo di ogni infossatura del primo rango di nicchie, delle aperture o finestrelle, larghe ognuna 2 piedi per 10 pollici di altezza. Queste finestre situate all' altezza dell' occhio, sono altrettanti quadri che racchiudono interessanti vedute.

Il piombo che copre la parte esteriore di questa volta è disposto a fascie orizzontali, in modo che gl' intervalli fra i lati sono ricoperti da una lama di un sol pezzo del pari che le coste. Queste lamine si raccordano cogli angoli formati dalle coste intorno ad una barra di ferro che vi è impiombato, e sono sostenute inferiormente da arpioni di ferro piani murati a mastice; al di sopra sono fermate con chiodi a teste larghe fuse espressamente; questi chiodi sono nascosti dalla sovrapposizione di ciascuna zona orizzontale, che è di circa 6 pollici.

I Numeri delle piante 8 e 9 della Tavola CLXXXXVI, ed i corrispondenti nelle sezioni della Tavola CLXXXXVII, indicano le diverse parti di cui si è parlato; così il N. 75 indica la forma in pianta dei vuoti e delle coste praticate nella cupola esterna; 76 è il canale in piombo che gira al basso; 78 le finestrelle situate al basso della volta; 79 il balcone interno che serve a controspingere le parti inferiori della volta a catenaria; 80 è la parte superiore di quest' ultima volta; 81 sono i piloni delle arcate erette sulla sommità di questa volta; 82 il piano della piattabanda che sostiene la scala per salire al balcone esterno; 83 indica le coste della gran cupola; e 84 gl' in-

(1) I calcoli relativi all' applicazione della teoria dell' Autore alle volte della cupola di Santa Genevieffa, essendo stati stabiliti sullo stato in cui si trovava questo monumento all' epoca in cui è stata pubblicata questa descrizione (1797) ci siamo astenuti da ogni cangiamento nel testo e nelle figure. Il piedestallo di cui trattasi era destinato a sostenere una figura di bronzo alta 25 piedi, rappresentante la Fama; essa era invece della lanterna costrutta sul disegno di Soufflot, e che fu distrutta appena terminata. Dopo le cose furono ripristinate.

di peso notabile, facendoli cadere da un' altezza maggiore di quella a cui potrebbero essere sollevati a foggia di semplici mazzapicchi.

» Tuttavia la *Berta* semplice è anch'essa una macchina di un uso limitato, stante che il massimo suo effetto, conseguibile in operazioni di qualche durata, dopo anche tutti li miglioramenti che vi si sono introdotti, è quello che compete alla percossa di un maglio del peso di chilogrammi 600, cadente da un'altezza non mai molto maggiore di metri 1,50, per la qual cosa fu inventata la *Bertacapra a rampino*: e la *Capraberta a scatto*, che non differiscono fra di loro se non che per una particolarità nel meccanismo, per cui il maglio è attaccato, e prontamente può slanciarsi, quando n' è tempo, dalla fune; cosicchè mentre nella prima il meccanismo richiede per sè l' opera di un uomo che ne promova e ne regoli le funzioni, nella seconda egli agisce per sè medesimo in virtù del semplice impulso, che riceve il maglio ai due termini della sua corsa.

» Sì l' una che l' altra ammettono l' impiego di pesantissimi magli, ed aumentano ragguardevolmente l' altezza della caduta; perciò esse sono atte a produrre una percossa assai più vigorosa di quella che si può ottenere colla *Bertacapra* semplice.

» L'utilità somma, di cui è dotato questa terza specie di macchine palificatorie, ed il bisogno che ne abbiamo, hanno occupato molti celebri meccanici e distinti costruttori, che si sforzarono con lodevole cura per renderla sempre più perfezionata senza scostarsi considerevolmente dalla sua semplicità, che solo può avvantaggiarne la pratica

» Il numero di quelle che furono inventate e proposte è adunque considerevole; ma dagli autori più rinomati, che trattano di architettura, non se ne adducono generalmente che alcuni classici esempi. Parlando, come ho l'onore di fare, al cospetto di persone tanto erudite (1) non occorre di ripeterne la descrizione; giova per altro di rammentarne le loro particolarità, onde si possano distinguere in un colpo d'occhio le novità, che avrei immaginato d'introdurvi, e delle quali io mi propongo poscia di trattenermi.

» In generale nelle *Bertecapre*, e *Capreberte* la vetta va ad avvolgersi intorno al fuso d'un verrocchio, o di un argano situato a'piedi del castello nella parte posteriore; ed il maglio è attaccato al capo anteriore della fune mediante un uncino, ovvero tanaglia in sì fatta guisa, che giunto all' apice della sua salita si rende libero pel giuoco di qualche opportuno meccanismo, e quindi piomba a percuotere la testa del sottoposto palo; allora muovendo a rovescio il verrocchio ovvero l'organo, si fa discendere il capo anteriore della fune, si allaccia di nuovo il maglio, e si ripete la percussione.

» Tale è appunto la *Bertacapra a rampino*, di cui fece uso il *De Cessart* nella fondazione del ponte di *Saumur* sullo *Loire*: in essa il rilascio si faceva mediante una fune, che si tirava quando il maglio era giunto al termine della necessaria corsa, e la ruota a piuoli vi era condotta da otto manovali. Meno semplice, ma ingegnosa, è la *Capraberta a scatto*, che fu adoperata per la battitura de'pali nella fondazione del famoso ponte di *Vestminster*, stato inventato dal *Vauloué*, uno de'più valenti oriuolai di Londra; in quella occasione la macchina veniva messa in azione a forza di cavalli: posteriormente altra *Bertacapra* di eguale meccanismo fu impiegata in Francia per la rinnovazione del ponte di *Sève* nella via da Parigi a *Versailles*, ove il movimento

(1) L'autore presentò questa Memoria nel Gennajo 1830 al Congresso Permanente d'Acque e Strade (Piemonte), e nel successivo Maggio alla Reale Accademia delle Scienze di Torino.

venivale dato a forza di manovali. Li suoi pregi particolari sono, che il rilascio della tanaglia si fa spontaneamente; che il fuso dell'argano con moto retrogrado fa discendere poscia la tanaglia, la quale arriva con impeto fra due guide, ed urtando l'unione delle sue branche nell'anello superiore del maglio, sono le medesime forzate ad aprirsi, e ad afferrare quindi nuovamente l'anello stesso, per ripetersi l'operazione.

» Per altro questa foggia di *Bertacapra a scatto* ha lo svantaggio di non permettere il rilascio del maglio, che ad un'altezza fissa; che il meccanismo del fuso dell'argano deve andare soggetto a vari attriti, ed a frequenti riparazioni; che da tali inconvenienti la discesa della tanaglia potrebbe essere considerevolmente rallentita, ed in modo da non poter più aver impeto bastante per aprirsi, ed afferrare da sè stessa il maglio; che finalmente nella tanaglia la forza elastica della molla è soggetta ad alterarsi, e le due branche, che impugnano l'anello, a logorarsi: per tutte queste ragioni si pretende che la *Bertacapra a rampino* sia più commendevole a distinzione dell'altre.

» All'occasione delle fondazioni del ponte di *Neuilly* fu impiegata una *Bertacapra* simile a quella del *De Cessart*, da cui non differiva se non che nella forma delle ruote annesse al verrocchio; perchè ella veniva mossa dalla forza de' cavalli. Simile è pur quella, che l'Ingegnere *Bartolommeo Ferracino* nella riedificazione del ponte di legno sul fiume *Brenta* a Bassano mise in opera, facendola agire colla forza della corrente; pel qual effetto egli congegnò in modo la ruota ad ale, che girava bensì continuamente, ma poteva essere tirata avanti ed in dietro con un movimento di traslazione nella direzione del proprio asse: cosicchè poteva sciogliersi, o ristabilirsi l'unione dei due argani per farli muovere separatamente a rovescio, o di concerto fra loro; da' quali movimenti risultava la discesa del rampino, o l'ascesa del maglio.

» Varia sostanzialmente dai precetti l'artifizio inventato dal *Vauvilliers*, che può sostituirsi agli ordinari verrocchi nel sistema della *Bertacapra*. L'ascensione del maglio si fa per mezzo di una ruota dentata, i cui denti ingranano con quelli di un rocchetto a manovella che viene mosso a forza d'uomini; giunto il maglio a quella altezza, che si vuole, altro non occorre che di sciogliere l'ingranaggio per mezzo di opportuni meccanismi, che vi sono annessi; e quindi non essendo più opposto verun ritegno, o veruna forza al peso del maglio, questo discende senza staccarsi dalla fune, facendo ruotare il fuso al contrario di prima: dato il colpo, si respinge il vette in senso opposto, si ristabilisce così l'ingranaggio, e si rinovella l'alzamento del maglio per replicare la percossa.

» Semplice e pronto è il giuoco di codesto verrocchio retrogrado, e non meno che nella *Bertacapra a rampino* si ha il vantaggio di poter far variare l'altezza della caduta del maglio secondo che abbisogna più o meno violenta la percossa, poichè il rilascio del maglio stesso può succedere in qualunque punto della sua corsa ad arbitrio di chi dirige la manovra; si osserva però che il discendere del maglio senza separarsi dalla fune, produce alcuni inconvenienti che crescono tanto più, quanto più cresce il peso del maglio; l'uno cioè, che l'attrito del fuso sul proprio asse deve necessariamente ritardare la velocità della discesa del maglio, e la forza delle percossa; l'altro che la fune deve andar soggetta a logorarsi assai più sollecitamente che nelle altre *Bertecapre*, ove essa non sostiene il peso del maglio se non che nel periodo dell'ascensione di questo; il terzo poi, quello cioè della trepidazione che inevitabilmente

deve suscitarsi nel castello, mentre il maglio discende facendo ruotare violentemente il verricello.

» L'esperienza per altra parte ha pure fatto conoscere che l'effetto reale di simili magli nelle *Bertecapre a verricello retrogrado* non giunge ad uguagliare quello che si ottiene con le *Berte* semplici; quindi l'uso di esse non può rendersi conveniente se non in quanto che lo spazio da disporre sia assai ristretto; nel qual caso la macchina di *Vauvilliers* può ridursi a discreta grandezza.

» Da questi brevi cenni sulle più celebri macchine palificatorie conosciute sino al dì d'oggi, e sui tentativi che furono fatti per migliorarne, si desume che ciascuna di essa pare bensì riescire, secondo la varietà dei casi, di un impiego proficuo ed economico preferibilmente alle altre; me che non potrebbe considerarsi di un uso generale ed esclusivo, poichè, come già si è osservato più sopra, ogni forma e specie di *Battipalo* può avere li suoi pregi particolari, come li suoi inconvenienti.

» Parimenti si rileva che la *Bertacapra*, e la *Capraberta* sono quelle fro le suddette macchine, sopra le quali li meccanici siansi maggiormente applicati per migliorarne l'esito; poichè difatto la loro combinazione, essendo molto più complicata che nei mazzapicchi e nelle *Berte* semplici, ne segue anche che il campo era assai più esteso, perchè il genio potesse maggiormente esercitarvisi.

» A quest'ultima specie appunto ho anch'io voluto consacrare le mie meditazioni; e quantunque possa essere impegno ardito il tentare di misurarsi con tanti rinomati autori, so pure anche che non sono mai male accolti gli sforzi, anche infelici, che si fanno col pensiero di rendersi utile alle scienze ed alle arti.

» Sotto la protezione di questo principio ho dunque ancor io combinato la mia *Capraberta a scatto* fig. 3 Tavola CLXXIII, in cui mi sono proposto d'introdurre un miglioramento di nuovo genere, el quale, se non erro, non si era sinora ancor pensato. Prendendo ad accurato esame le *Capreberte* sovraccennate, si riconosce facilmente che il principale sforzo degli inventori fu quello di trovare modo per generare un rapido sviluppo della corda dopo il rilascio del maglio, onde procurare di minorare od annientare, se possibile fosse, la perdita di tempo indispensabile per la ripresa del medesimo; e gl'ingegnosi mezzi stati proposti sono riesciti, come ben oppare, chi più, chi meno felici; il che ci convince quanto ardua debba essere la soluzione di un problema così importante: ciò non pertanto il mio scopo è quello di tentarlo, utilizzando tutto quel sacrifizio di tempo.

» Ho perciò disposto in modo il mio meccanismo, che contemporaneamente allo svolgimento della corda il maglio risalga, cosicchè il mio sistema, qualora incontrare potesse l'approvazione del superiore giudizio, presenterebbe il prezioso vantaggio di produrre quasi un doppio numero di colpi di maglio, che non si ottiene dalle macchine sinora note, e di essere così di un'economia ragguardevolissima nelle opere che esigono delle palificate.

» L'ispezione della figura, che qui presento, basterebbe forse per far concepire quale sia questo mio ripiego; ma una breve descrizione della macchina non sarà mai del tutto inutile.

» Il maglio (a, a, a), come all'ordinario, è obbligato di scorrere nella salita e nella discesa fra due guide (b, b, b, b) i cui fianchi s'infilano in due gargami scavati a bella

posta nel maglio stesso. Egli è afferrato in un anello sporgente sulla sua testa da un uncino ($c, c, c, c,$), annodato al capo anteriore della fune: l' uncino è appiattato, e dilatato tanto alla testa come alla coda per potere, mediante il peso del maglio, mantener sempre una stessa posizione quasi orizzontale nell' ascensione, ed urtare a suo tempo contro il rullo mobile ($d, d,$) assicurato a vite nei sostegni sulle ruotelle, delle quali parleremo fra breve. Il rullo è destinato, colla resistenza che oppone alla salita del maglio, ad operare lo scatto spontaneo a quelle altezze che converranno al caso, potendo esso venir collocato nei vari punti ($e, e, e,$) preparati per riceverlo.

» La fune a cui sta attaccato il rampino, è sostenuta dalla ruotella superiore ($f, f,$); all' altro capo di essa agisce la forza motrice destinata a sollevare il maglio pel meccanismo di un asse della ruota: fin qui la *Capraberta* non è sostanzialmente dissimile da quella del *De Cessart*, altro che nel modo di far operare lo scatto; ma il giuoco, per cui si utilizza il tempo della discesa del rampino, consiste nella doppia ruotella ($g, g,$) aderente alla prima e sostenuta dallo stesso asse materiale che sta fisso, ed attorno il quale si muovono le ruotelle, l' una indipendentemente dall' altra.

» La seconda di esse sostiene un'altra fune, al cui capo anteriore è allacciato un rampino simile al precedente; ed il capo posteriore si avvolge egualmente sullo stesso asse nella ruota, ma in senso contrario della prima, cosicchè nel girare della ruota l'una delle funi discende, mentre che l'altra sale, ed il maglio viene per tal modo sollevato alternativamente dall'una e dall'altra di esse. Siccome però la ruotella, per mezzo della quale si fa operare l'ascensione del maglio, deve trovarsi collocata sul centro dell'intervallo lasciato fra le due guide, così l'asse comune delle due ruotelle si è sottoposto ad un moto di traslazione, il quale si opera per mezzo di una ruota dentata ($h, h,$) che s'ingrana coi denti intagliati sullo stesso asse da un lato di esse sporgente al di là del suo sostegno, come si vede in ($i, i,$): il moto alla ruota dentata s' imprime dal manubrio ($l, l, l,$) col quale facendo girare la troclea ($m, m, m,$) con essa per l'intermezzo della funicella ($n, n,$) si comunica il movimento alla troclea superiore ($o, o,$) colla quale girerà pur anche la ruota dentata, operando in tal modo la traslazione della cavicchia, e con sè delle ruotelle, la cui posizione rispettiva viene fissata dai perni laterali, i quali dall' incontro, che fanno nei sostegni ($p, p,$), limitano la corsa della cavicchia.

» La grande ruota a'piuoli ($q, q, q,$) viene mossa colla forza d'uomini, i quali si dispongono metà per parte della medesima; rilasciato che sarà il maglio, uno di essi fa agire il manubrio ($l, l, l,$) ed opera la traslazione delle ruotelle, intanto che una persona, a ciò destinata, afferra col rampino il maglio per disporlo alla nuova ascensione, la quale si eseguisce facendo girare la ruota in senso contrario di prima. In questo gli scatti si succederanno a pochi secondi d'intervallo l'uno dall'altro, subito però che la manovra sia stata perfettamente intesa e ben regolata.

» Il rampino nella sua discesa non potrà essere arrestato dal maglio, poichè la testa superiore del medesimo viene espressamente rotondata in arco di circolo; non importa poi che il rampino si tenga nella discesa piuttosto dalla faccia anteriore, o da quella posteriore del maglio, poichè succeduto lo scatto, il rampino prende necessariamente la naturale sua posizione.

» Noi abbiamo veduto, che le macchine palificatorie sono mosse secondo le varie circostanze di località, le une cioè a forza di braccia, e le altre col mezzo di cavalli, ed

altre in fine coll'impeto della corrente: quella che presento, quantunque disposta per ricevere il suo movimento da una sola specie dei detti agenti della forza motrice, ella è nondimeno suscettiva di adattarsi anche per ricevere l'impulso dalle altre due; se si volesse per esempio farla agire col soccorso de'cavalli, allora invece della ruota a piuoli, si potrebbe congegnare al verrocchio una ruota a quarti, incavata con un doppio solco, di larghezza 12 o 14 centimetri l'uno, e così capaci di contenere a diversi giri due distinte funi, avvoltevi in senso contrario l'una dall'altra. I cavalli che fossero attaccati al capo di una di esse, camminando in linea retta perpendicolarmente all'asse del verrocchio, tirerebbero la fune; e facendo così girare il verrocchio, solleverebbero il maglio intanto che l'altra fune, al capo della quale sarebbero attaccati altri cavalli, s'avvilupperebbe sulla ruota per essere quindi tratta a vicenda come la prima dopo operatosi lo scatto, cosicchè il moto retrograde succederebbe nello stesso modo, come quando la ruota fosse condotta da manuali.

» Per far agire la macchina colla forza della corrente, l'artifizio diventa necessariamente sempre più complicato, senza rendersi però impossibile: difatti ognuno sa che la meccanica offre dei mezzi per combinare un ingranaggio alternativo colla circonferenza nella ruota, l'uno da un lato e l'altro dall'altro, e che possonsi i medesimi sciogliere contemporaneamente, oppure l'uno indipendentemente dall'altro secondo le esigenze, cosicchè l'albero girando continuamente comunichi il moto al verrocchio prima in un senso, poi nell'altro; e così successivamente, e quando occorre, si possa anche lasciarlo in riposo.

» Però l'esperienza ha dimostrato che ben di rado così fatto espediente della corrente, per l'affondamento dei pali, può essere convenientemente adottato, atteso che esso richiede un apparato voluminoso, pesante, e di esecuzione difficile e dispendiosa; ed inoltre produce non lieve spesa, e perdita di tempo tutte le volte che occorre di mutar luogo al *castello*, di scomporre e riaccozzare tutto il meccanismo di mano in mano che, affondato un palo, si vuol procedere all'affondamento d'un altro. D'onde l'impiego de' motori inanimati, come riesce vantaggioso quando si tratta di macchine invariabilmente situate e destinate ad un effetto regolare e continuo, così diventa svantaggioso allorchè le macchine debbono frequentemente mutar posto, quando l'effetto, cui si aspira, non deve avere un'intensità costante, e quando l'operazione deve soffrire frequenti ed irregolari interruzioni.

» Il castello della *Capraberta*, che propongo, è disposto in modo che può anche servire in qualità di *Capra* per poter tirar in alto i pali, rizzarli e metterli a segno prima d'intraprenderne la battitura. A questo servizio sono destinati il verricello (z, z,), ed i bozzelli (s, s, s, s,) che sostengono la fune (u, u, u,) e ne facilitano il moto. Ma per battere poi dei pali in direzione obbliqua, senza dover inclinar addietro tutto il castello, rialzando la parte anteriore della sua base con sottoporvi delle zeppe, sarebbe necessariamente mestieri d'introdurre le relative modificazioni; al che non sarebbe tanto facile di riescire. Perciò se l'inclinare tutto il castello sia cosa facile e d'un risultato pari, allora si userà questo ripiego; altrimenti in quelli casi sarebbe d'uopo di servirsi di macchine meno complicate.

» Il vantaggio che si può sperare dal suddescritto miglioramento, potrebbe tuttavia per avventura sembrare piuttosto illusorio, che reale, per la riflessione che se da l'un

canto l'azione del maglio vi si può considerare come non interrotta, noi abbiamo poi dall'altra che la perdita della forza fisica negli agenti non trova più nessun compenso mediante un proporzionato riposo, concedendo il quale noi ricadremo nelle stesse circostanze di un battipalo, in cui ad ogni caduta del maglio succeder deve la discesa del rampino, o della tanaglia per riprenderlo.

» A quest'obbiezione, che era mio dovere di prevenire, io risponderò essere avanti ogni cosa necessario di stabilire le tre ipotesi seguenti; cioè, o che la *Capraberta* vien mossa in virtù della corrente, o dalla forza de'cavalli, oppure da quella de'giornalieri.

» Nel primo caso, egli è evidente che niente si oppone alla successività dei colpi di maglio, meno quelle interruzioni, che si rendono indispensabili per la condotta del palo, ed il piazzamento della macchina. Nel secondo caso, la metà degli agenti animati trova alternativamente un sufficiente riposo in quel tempo, che s'impiega dal maglio nel salire per mezzo del moto retrogrado della ruota. E nel terzo finalmente, è necessario di notare che nelle attuali *Capreberte a scatto* il tempo, che s'impiega per lo sviluppo della corda, non si può già considerare come un riposo assoluto a favore degli agenti, bensì soltanto una semplice minorazione nella perdita della forza fisica, la quale non ci dispensa perciò di accordare loro un effettivo riposo; onde rilevasi chiaramente che il tempo impiegato alla discesa del rampino è un puro discapito al progresso dell'opera. Del resto poi tutta volta che l'esecuzione di quella esigesse qualche sollecitudine, mi pare che possa già essere di sommo momento il solo meccanismo, con cui si raddoppia quasi il numero de' colpi del maglio, giacchè in quanto agli agenti si può in tali casi stabilire il loro cambio ad eguali intervalli di tempo.

» Quindi io ardirei figurarmi di avere in qualche modo risolto un problema di non lieve importanza, senza però pretendere che egli non sia più suscettibile di verun perfezionamento; e se questa mia terza produzione riscuotere potesse dalle persone erudite egual favore, che le due prime (1), io troverei in sì dolce consolazione la più distinta ricompensa alle mie fatiche e veglie, che consacro volentieri per oggetti di pubblica utilità, in mezzo alle fatiche di un importante servizio, quale si presenta in quello della Provincia, a cui ho l'onore di essere applicato. »

(1) Memoria sui Ponti misti (v. Propagatore, fascicolo di aprile 1827).
Memoria sull'importanza de'Ponti in legno, e di un nuovo sistema per costruirli (v. Propagatore, fascicolo di aprile, maggio e giugno 1829).

FINE DEL TOMO QUARTO.